目　　录

1. 综　　述

三十五年来我国水文科学发展的回顾与前景…… 华士乾（ 3 ）
工程水文学的新进展及对我国进一步工作的建议…… 华士乾（ 7 ）
实际防汛预报中应注意的问题…… 华士乾（ 14 ）

2. 水文气象与暴雨

中国大陆上空的水汽收支…… 刘国纬　周　仪（ 23 ）
中国大陆上空可降水的时空分布…… 刘国纬（ 39 ）
中国大陆上空湿度极值的空间分布…… 刘国纬（ 49 ）
关于暴雨水汽放大的几个问题…… 刘国纬　董素珍　刘城鉴（ 55 ）
中国短历时点暴雨量统计和时深关系分析…… 王家祁（ 65 ）
中国面暴雨量的统计和面深关系分析…… 王家祁（ 79 ）
特短历时设计暴雨分析…… 顾文燕（ 90 ）
应用电子计算机计算暴雨时面深的研究…… 庾维德　王家祁（ 100 ）

3. 流域产流与汇流

流域产流计算的数学模型…… 文　康　李蝶娟　金管生　李　琪（ 113 ）
流域产流模型的分析研究…… 文　康　李蝶娟　阚贵生　金管生　李　琪（ 127 ）
分层超渗产流模型探讨…… 李蝶娟　金管生　崔信民（ 141 ）
分层径流一维水动力学模型…… 温灼如　张瑛玉　刘　培（ 148 ）
论流域汇流的数学模型…… 华士乾　文　康（ 163 ）
在可能最大降水条件下的流域产流、汇流计算问题…… 华士乾（ 184 ）
流域汇流计算的分散模式…… 陈诚坤　崔信民（ 188 ）
关于确定性水文数学模型的几个问题…… 文　康（ 196 ）
全国《暴雨径流查算图表》中若干技术问题的讨论……
…… 文　康　李　琪　陆卫鲜　刘舒舒（ 203 ）
用模拟方法计算灌区灌水和排水过程…… 郑梧森　顾　颖（ 216 ）

4. 水文统计与历史洪水

梯级水库下游洪水情势的概率描述…… 宋德敦　雷时忠　胡四一　王锐琛（ 227 ）
洪水频率分析中设计值置信区间的确定…… 胡四一（ 241 ）
历史洪水洪峰流量的估算…… 骆承政（ 252 ）
我国最大洪水及其地域分布…… 骆承政　沈国昌（ 262 ）
水文资料的多站生成方法…… 闵德溥（ 273 ）

5.水资源评价与水质问题

我国水资源分布的特点及其开发利用中的问题…… 华士乾（283）
我国西北干旱地区水资源若干问题研究…… 崔玉琴（290）
平原水资源及其相互转化关系的估算……张世法 宋克强（298）
黄淮海平原地区“三水”转化流域水文模型……
…… 山东省邓集试验场 水利电力部南京水文水资源研究所第二室（312）
推求岩土给水度的水文学方法…… 张世法 汪静萍（320）
五道沟井排的有限差分计算及成果的初步讨论…… 宋克强（334）
应用游程理论分析农业干旱的初步研究…… 阎贵生 孙荣强 欧雷华（343）
形成京津冀平原地区主要农作物干旱之天气气候分析…… 陈文言（354）
中国河流水化学特征和评价…… 卫光玢 杨菊芳 赵海瑞 陈 齐（360）
苏州水网城市暴雨径流污染的研究……
……温灼如 苏逸深 刘小靖 曾桂菊 莫庆源 姚静华 万绍基（372）

6.水资源规划利用与经济

应用随机动态规划进行水电站水库的最优调度……
…… 谭维炎 黄守信 刘健民 方淑秀（383）
多维随机动态规划的参数迭代解法及在库群优化调度中的应用…… 闾德溥（390）
两个水电站水库联合优化调度随机模型的严格解法…… 刘健民 闾德溥（400）
黄河下游北岸潘庄引水工程供水经济分析…… 刘城鉴 许志云（406）
江苏省现有江水北调工程的综合经济效益分析…… 华士乾 李鸿业（413）

7.河流计算水力学

明渠一维不恒定流计算程序包MYBC…… 谭维炎（425）
明渠一维不恒定流计算（隐式）程序包MYBC／Y1及应用……
…… 庾维德 赵小霞 黄 菊（437）
二维浅水方程组…… 谭维炎 赵建华（446）
二维浅水渐变不恒定明流的有限元算法及其与差分法的结合 谭维炎 赵建华（458）
二维浅水不恒定明流的线性同伦网格差分算法…… 赵棣华 谭维炎（471）
长江口南支二维潮流计算…… 赵棣华 谭维炎（482）

8.水文测验与水文实验

小河测流建筑物量水方法…… 顾慰祖（493）
核方法土壤蒸发测验…… 顾慰祖 陆家驹（503）
论实验水文学领域和途径…… 顾慰祖（507）
人工降雨条件下土柱入渗的实验研究…… 唐海行执笔（516）
一维下渗的数值计算和试验…… 唐海行 沈光强 张和平（527）

9. 计算机及遥感技术在水文水资源中的应用

对实时水文信息收集处理系统中若干问题的探讨… 高泽宇 唐海行 崔信民（541）
水文及水资源遥感地面基础试验…… 陈丙咸 潘之棣（549）
应用遥感技术研究上海海滩（南汇至漕泾）淤积及近海悬浮泥沙分布…
…… 潘之棣 陆家驹 李士鸿 陈 鸣 王国兴（557）

10. 建所以来在国内外正式出版物上刊登过的文章目录（1979-1986）

1979年（4篇）……谭维炎等（567）
1980年（2篇）……骆承政等（567）
1981年（4篇）……谭维炎等（567）
1982年（7篇）……张世法等（567）
1983年（2篇）……顾慰祖等（568）
1984年（15篇）……华士乾等（568）
1985年（9篇）……王家祁等（568）
1986年（12篇）……文 康等（569）

综　述

三十五年来我国水文科学发展的回顾与前景*

华士乾

一、回　　顾

1．水利部水文局成立前。1949年前，旧水利部下属中央水利实验处内设有水文研究所，负责当时已建立的为数很少的水文站的资料收集及行政管理工作，但对已收集的历年水文资料都未进行整编。解放后，中央水利实验处改为华东水利部南京水利实验处，谢家泽教授出任水文研究所所长，立即筹划中国水文工作的蓝图。第一件事抓历史水文资料的整编工作，以水文研究所力量为骨干成立了华东水利部水文资料整理委员会，谢家泽同志任主任委员，开始进行长江、淮河、黄河、珠江、海河等历史水文资料的整编工作。同时，开始系统收集国外有关水文科学的论文和书籍，组织力量进行翻译，传播先进的水文科学理论知识，培养了一批新生骨干力量，为成立水利部水文局作了技术骨干力量的储备。

2．1950年10月，中央水利部成立水文局，谢家泽同志担任第一任局长，从此中国的水文事业开始蓬勃发展。现在扼要地从以下几个方面回顾一下该时期水文工作的发展概况。

（1）站网建设方面。在积极推动全国水文机构建立的同时，开始进行水文站网规划工作，使水文站网的设置更加符合防汛洪水预报、水利枢纽工程设计及流域水利规划的需要。在不断提高水文测验方法及仪器设备的条件下，制定了全国水文测验规范；全面完成了历史水文资料的整编、刊印，并出版了《水文资料整编方法》。以上工作的完成，为我国水文事业的发展打下了牢固的基础。

（2）洪水预报方面。编制了全国七大江河的洪水预报方案，并在1952年汛期初次收到实效，在1954年长江、淮河特大洪水时发挥了显著作用。1955年初出版了《洪水预报方法》一书，进一步推动洪水预报工作向中、小河流及边远省区发展，洪水预报精度也日益提高，成为各级防汛领导机构的耳目和参谋。为报汛需要，五十年代初编制了“报汛办法”，之后逐年修订，使内容日趋完善。

（3）水文计算方面。为建国初期大型水库设计提供了设计洪水及年径流调节计算；为大江、大河的流域规划如淮河、黄河、长江流域提供了水文、水利计算成果。这些成果为流域内工程的合理布局及建设规模提供了科学依据。同时，亦为大型综合利用水利枢纽的规划提供了合理开发利用的依据。

总之，整个五十年代及六十年代初，我国水文工作的发展及科学技术水平的提高都是非常迅速的。

---

* 本文完成于1984年。

3．1956年，水利科学研究院成立水文研究所，谢家泽同志调任水科院副院长兼水文研究所所长。当时水文研究所研究工作人员不多，但完成了许多有价值的工作。例如在中国水文图集的编制，洪水频率计算的研究，设计洪水规范的制定，小流域推理公式的改进和设计洪水计算等方面都作出了贡献。

4．从1954年开始，在华东水利学院内成立了水文系，刘光文教授任系主任，开始为新中国源源不断地输送专门水文技术人材，为我国水文事业的持续发展和不断提高科学水平创造了条件。

二、我国水文科学技术水平与国外先进水平的差距

从“文化革命”前、后两个阶段来谈谈不成熟的看法。

1．“文化革命”前，我国水文科学技术以较快的速度向前发展，与国外先进水平的差距是在迅速缩小。到文革开始前，我国与国外先进水平的差距总的来说是不大的。试就以下几个主要方面加以讨论。

（1）站网方面。我国国土辽阔，国民经济发展的重点在东部地区；就当时我国东部地区水文站网的密度，测验方法和仪器设备，水文技术标准等各个方面衡量，不比先进国家落后，并具有我国的特色。

（2）水文情报预报方面。我国不仅在全国范围内开展了洪水预报，而且开展了冰情预报、枯水预报及为大、中型工程施工服务的施工预报，服务面广且预报精度也较高，能够为大江大河防汛、防凌及大水库非汛期的洪水预测及优化调度提供服务。只是国外在文革前已应用数字电子计算机于预报作业，我国人大常委会也已将人大代表有关在预报中使用电子计算机的提案送交水电部，只因文革开始而未果。

（3）设计洪水方面。充分发挥我国历史悠久、文献记录长及现存大量洪痕碑刻的优势，对历史洪水调查、文献考证及利用历史洪水提高洪水频率计算精度方面达到了国际先进水平。在频率曲线线型研究和中、小河流设计洪水计算方面与国外先进水平的差距也很小。

总之，作为一门应用科学，文革前我国水文科学技术水平与国外先进水平相比，差距是很小的。

2．十年动乱中，正值国外水文科学大发展时期，使我国与国外的差距拉大了。主要在以下几个方面拉大了差距：

（1）数字电子计算机广泛应用于水文领域，由参数水文学演变成的水文数学模型可以模拟简化后的流域水文过程，在水文预报中开展了联机预报，从而缩短了预报作业时间和提高了精度。

（2）遥测、遥感技术得到迅速发展，雷达测雨、卫星遥感图像分析技术以及利用卫星传递信息技术都有很大发展，从而使广大区域内面上信息的取得，以及信息的快速而有保证的传输都有了长足的进步。

（3）六十年代初，由系统理论及运筹学方法结合而产生的系统分析方法开始应用于水文、水资源领域，从而使优化控制技术进入水文领域。

（4）随机水文学的发展，使本来属于随机性质的水文系列有了较好的数学描述方法，

并已开始在水资源系统规划、设计、管理和运用中应用。

这些主要的差距，估计要花十五年以上的时间才能赶上，也就是说要到1990年才可能达到国外八十年代的先进水平。

三、前　　景

现代科学技术进展的特点是信息论、系统论和控制论向各个学科的渗透，水文学亦不例外。具体到水文工作，估计将在下述几个方面产生深刻的变化。

1.站网方面

（1）站网规划。将利用系统论和控制论的基本原理，结合水文资料系列的代表性及误差分析，考虑到经济目标的最大效益，应用优化技术进行新的水文站网规划及调整工作。

（2）通过水位～流量关系误差分析，精简测次。通过流域数学模型再现流域水文系统的方法，精简定位流量观测站点，或增设巡回测验的站点代替定位观测站点。

（3）在西北及西南边远山区，保留现有把口站外，尽可能利用卫星遥感图像分析，结合地面调查的流域自然地理特征，建立遥感流域数学模型，估算各种水文特征值。

（4）应用遥测远传技术（包括卫星传送），将信息直接输入电子计算机存储、整编及与预报方案结合进行运算及预报。

（5）应用核技术研究土壤水文、河流泥沙运动及岩溶地区的地下水运动等。

2.水文预报方面

除上述远传联机预报将逐步推广外，应用卡尔曼滤波进行实时校正，还有结合流域系统已建大型工程的调度运行图进行流域的水量优化调度等。结合地下水及含水层数学模型，开展对城市生活及工业用水的供水预报。

3.水文计算方面

（1）进一步研究数理统计理论，研究水文极值（洪水及枯水）的概率密度分布曲线线型、实际工程风险率及计算成果的置信限，进一步提高水文极值的设计成果。

（2）研究水文系列的随机特性，人工系列生成中的问题，改进水资源系统分析中对未来长期水文系列进行描述的方法。

（3）研究人类活动对径流以及水文环境的影响，以提高对未来时期内来水的预测精度，这在水资源系统规划、设计、管理运行中是十分重要的。

4.为其他部门服务

水文是为国民经济各部门服务的，因此，除了为水利、水电服务外，还要考虑扩大为其他国民经济部门服务，并发展其应用水文的分支学科。

（1）工程水文学。除了为水利、水电建设服务外，还应考虑为城乡建设、环境保护、铁道、交通等部门工程建设中的水文问题服务。因而发展都市水文学、河口水文学及环境水文的研究和咨询是必要的。

（2）农业水文学、林业水文学、渔业水文学等应用分支学科是为农业、林业、渔业服务的，也须要进行必要的研究工作和开展咨询服务。

此外，核水文学可以确定地下水年龄，亦有助于地质部门的地下水研究。

5.发展边缘学科的研究，提高总的水文科学水平

地球上的水循环，包括空气中的水、陆地表面上的水，包气带土壤中的水、地下饱和含水层中的水以及海洋中的水。要进一步提高水文科学（一门研究地球上水分的分布及运动的科学）水平，必然要提高各边缘学科的水平才能实现。因此，水文气象学、水文地质学、土壤水文、河口（潮汐）水文等边缘学科也须组织力量进行研究。因此，进一步充实水文研究力量来开始边缘学科的研究，从长期效益来看是非常必要的。

笔者虽然经历了新中国三十五年来水文工作的全部过程，但在回顾中也可能与当时实际情况有出入之处，对未来前景的瞻望则纯属个人的意见，不当之处，请同志们批评指正。

工程水文学的新进展及对我国进一步工作的建议*

华士乾

一、前　言

近三十年来，随着工、农业的发展，城市居民的进一步集中，大量未经处理的污水排入河流，引起了严重的水质污染。因此，工程水文学面临的现实迫使它不仅要研究水量的分析与计算，而且要研究水质的分析和计算。在发达国家，对水质的物理污染（如热污染）、化学污染及微生物污染的研究方兴未艾，所以凡以水为介质的污染问题已被列入工程水文学研究的范畴。

五十年代以来，随着水资源系统工程的发展，规划、设计与管理运行已成为多用途（如防洪、灌溉、发电、航运及旅游等）和多工程目标的流域系统开发问题，为了配合水资源系统分析，随机水文学，流域的和河流的水文模型，河流、水库的水质模型，地下水模型等相继得到了发展。

在工程水文学与水资源的合理开发利用紧密结合起来之后，对工程水文学者已不仅要求具有水文学及水利工程学方面的知识，且要求具有社会经济及环境科学的知识。例如我们必须分析、计算水文情势的变化（包括地表水和地下水）对整个国民经济、地方以及当地群众的经济效益产生的影响，并须估计其对流域内环境质量产生的影响。

综上所述，可见现代工程水文学的范围已经明显扩大，对国民经济建设的作用也愈来愈重要。

近三十年来，大量新技术被引进工程水文学领域。随着电子计算机容量的扩大与计算速度的提高，新的工程水文计算程序包不断出现，大大提高了工程水文的计算效率，并便于对各种计算方法作比较。遥感技术以及核技术等被引进工程水文学领域，使工程水文学的内容也得到了充实。此外，在水文信息系统中，对信息网的调整，信息传递、储存、分析的自动化和计算机化，以及利用轨道同步卫星传递信息等方面，都大大方便了工程水文计算，特别是实时的水文预报及水库调度工作。

由此观之，三十年来工程水文学无论在研究范围的扩大及内容的丰富上都是变化很大的。但是，也应该看到，一切理论上带根本性的水文学问题至今尚少突破性的进展，理论与实际应用之间的差距也缩小不多。这些都是今后工作中努力的方向。

---

*本文于1985年5月完成。

二、水文信息系统

水文信息是工程水文学发展的基础。一切工程水文计算和预报的实施，都是以收集到的水文信息为依据。直到今日，如果没有充分的水文信息，各种理论及其计算方法都是“无米之炊”，不可能有精度的保证。用数学方法生成人工系列，仍然要依靠实测水文系列的信息，才能定出统计参数，从本质上说，人工生成系列并未增加水文信息量。为了提高工程水文学在解决实际应用问题时的能力，必须调整、充实现有水文信息网，加强历史水文信息的收集和研究，适当开展水文实验室工作以取得实验水文信息，开展水文遥感以取得空间水文信息，这些都是今后必须强调的基本工作。

1.调整、充实现有水文信息网

这不是单纯增加信息量，而是要求以最少的国家投资来满足收集水文信息的各项要求。无论社会制度如何，国家水文站网的投资及年费用都是由国家提供的，因此，讲究经济效益是建立水文站网的重要依据。为此，当研究水文信息网络系统中某站是否需要时，应以该站提供的水文信息对水文计算、水文预报及其他服务精度的改善程度来衡量其对国民经济的效益，对比该站的基建、仪器设备投资及年运行费，评定设置该站在经济上的合理性。在确定建站后，还要通过地区水文分析以判定该站是否需要长期观测或是在观测几十年后即可满足要求而撤消。合理调整信息站网，充足信息量显然不足的地区站网，将为改善这些地区水资源规划、设计与管理水平打下良好基础。

2.历史水文信息的收集与研究

我国是具有古代灿烂文化的国家，历史文献及档案十分丰富。查考历史文献和档案，可以了解历史上已经发生的洪水的定性描述及发生日期等重要水文信息，再通过历史洪水调查可以确定洪峰流量，这些历史信息可以起到增加信息量和展延水文系列的作用。近年来有些国家，利用沿河被洪水冲倒后继续生长的树木年轮的变化以及淤泥的沙波来确定流速，并用放射性同位素测定淤泥年份等方法来论证历史洪水信息，都是为了增加历史洪水信息量。由于实测水文系列的年份一般较短，所以历史水文信息在工程水文学中具有十分重要的意义。今后的研究工作应以确定和缩小历史水文信息在定量计算中的误差为主，以扩大历史水文信息在实际工程水文问题中的作用。

3.实验室水文信息

在人工控制条件下进行室内或室外水文实验，可以提供十分重要的水文信息。在这些实验小流域内，设有高精度的自动化量测设备，有自电子计算机控制的人工降水或入流设备，有可变坡面坡度及糙率，有人工模拟的水库等等，在室外的闭合天然小流域还可用核技术测定土壤含水量及地下水径流的流速、流向等。在实验条件下还可以做到只改变某一因素而保持其他因素不变，进行重复的试验而得到一组不同的信息，从而为研究该变动因素的单一影响提供了可能。五十年代后期明歇尔用不同强度的人工降水在径流场进行重复试验，求出了单位线因雨强不同而产生变化的实验水文信息，为非线性汇流的研究提供了信息来源。流域内由人类活动产生的水文效应的信息，目前主要依靠的是水文实验信息。

4.遥感水文信息

遥感技术在工程水文上的应用，提供了一种新的收集在同一时刻的水文信息空间分布特征的手段。遥感水文信息不仅信息量大，而且可应用遥感求得地理网络上的空间信息以建立遥感水文模型。虽然目前其精度尚受限制，但可以预料今后将随着遥感信息量的增加，地物光谱分析的深入，遥感分辨率的进一步提高，图像分析技术的完善，利用遥感技术所获得的信息，可以为估算各种水文特征值及实时水文预报带来巨大的好处。

可以确认，只有增加信息量，取得更多的在空间及时间上分布的水文信息，工程水文学才有可能取得新的突破。

三、工程水文学的新进展

近三十年来，工程水文学取得了新的进展。归纳如下：

1.水文极值的频率分析方面

主要在线型的选择和统计参数的地区分析方面做了大量工作，研究了置信限、期望概率及风险率，还对水文特异值（特大及特小值）的识别及其对频率分析的影响以及由于原始数据的误差对频率分析计算结果的影响等。美国陆军工程师团所属的工程水文学中心已将美国频率计算规范中的方法制定了电算程序包，应用时十分方便。在随机水文学方面，对月、日径流的人工模拟进行了研究，并制定了人工生成水文系列的电算程序包，供水库设计中水量调节计算应用。

2.在流域系统模拟和优化技术方面

通过对模型参数的优选，简单的模型如河流不稳定流计算模型，流域降雨径流模型和地下水模型等确定性模型的计算精度有了提高。在复杂的水文系统分析方面也有新的进展。例如地表水与地下含水层的联合调度模拟模型，多用途的水库优化调度的数学模型都有新的进展，从而帮助决策者作出正确的决定。通过对水文系统的分析，还可以提出工程兴建后对环境质量的评价。

3.在实时水文预报方面

应用实时联机预报及将卡尔曼滤波方法应用于弱非线性及时变系统的最优估计，增长了水文预报的预见期，预报的精度也有所提高。

4.在电子计算机的应用方面

随着电子计算机容量的增大及速度的提高，软件技术的日趋完善，大量的工程水文学程序包已应运而生。以美国陆军工程师团的工程水文学中心（HEC）为例，目前已拥有九十多个程序或程序包，不仅在美国，且在世界上四十多个国家已被采用。程序包已包括水文统计、流域模型、河流及洪泛平原水力学、泥沙输送及河道冲淤、大坝失事及安全分析、水力发电、都市水文学、洪水预报、多目标水库群的优化调度、河流及水库的水质分析、洪灾经济分析、非工程防洪措施、供水、水资源规划及地理信息系统等。这些程序包可以进行大量的工程水文学计算工作，对各种水资源工程方案进行比较，提出全国的水电开发清单，制定大坝安全分析（不包括结构部分）、防洪紧急措施及大坝失事等规范，并可进行大城市的水量和水质分析计算工作。

5.核技术的应用

在工程水文学中引用核技术可以观测到用常规方法难以观测到的水文现象，从而为工程水文计算创造新的方法提供了有利条件。利用放射性元素的穿透性，可以测定积雪深度、洪水期河床高程变化、水库及河流的悬移质和河床质，土壤含水量及植物容根层的入渗率等；利用放射性元素的随时间函数呈指数方次衰变的特性，可测定水的年龄以区分古代储存水和近期的降水补给以及回灌水等；利用放射性元素的微量可探性，可以作为示踪剂，测定河流畅流期及封冻期水流的流速与流向；测定地下水的流速、流向及地下含水层的参数，如扩散系数、渗透系数、给水度及越流补给系数等；测定岩溶区地下河系分布、流速及流向；测定渠道、水库及湖泊的渗漏状况，降雨入渗锋面位置及坡面汇流的流速等；在河口淡水与咸水中放入不同的示踪剂，可用来测定淡水与咸水的界面及潮水的作用和历时等；此外，利用大部分化学元素有被中子辐射后产生放射性的活性作用，可以找到水内存在的微量乃至痕量级的元素成分，从而为测定水流中的化学成分及水质污染物的累积情况创造了条件。核技术在水文中的应用，也有助于检验现有的流域降雨径流及地下水模型，并为建立新的水质模型创造有利条件。

6.遥感技术在工程水文学中的应用

近年来这方面取得了重要的进展。在可见光及近红外波段，根据水体对太阳光不同波长反射强度不同的特性，利用多波谱摄影获得的图像信息，可用来研究各种水体的形态及分布特征，积雪覆盖面积及雪线高度以及洪水泛滥的范围等，这些信息不仅可用来对流域水系进行勘测和制图，也可用作对下游发布洪水预报或警报的依据；通过对不同日期的图像的对比分析，可以研究水体的动态变化及河道冲淤变化，发现新的污染源等。在远红外波段，根据水体温度与其发射电磁波的辐射强度的关系，使用红外扫描仪或红外辐射计获得的水体热图像信息，可以研究水体表面及深部的热状况，研究土壤水及地下水运动，也可用来进行水污染监测。在微波波段，根据水体表面微波发射率不同的特点，利用微波辐射计可探测土壤水分、水土流失及河流水污染。利用微波雷达可以测定降水量级、雨区范围及其移动速度。根据遥感测到的自然地理参数可以与水文数学模型的参数建立相关关系，从而可对无资料地区的水文要素作出估算。国外正在研制的“数字地形模型”，就是企图直接将遥感信息送入电子计算机进行流域的水文模拟，对于空间分布有重大作用的水文要素如降水、植物截留及下渗等的模拟，将具有更好的空间完整性。可以预见，这种模型在站网稀疏的地区或无资料地区的水资源开发工程的规划、设计及管理中起到十分重要的作用。

四、工程水文学理论与实际应用中存在的差距

不可否认，直到现在，工程水文学理论的发展与更好地解决实际水文问题之间还存在着差距。现择要加以说明如下：

1.设计洪水

由于洪水样本系列总是太短，其统计分布及总体是未知的。用几十年的资料为基础，分析出来的统计参数总是具有不确定性。在各个国家的设计洪水规范中都规定了自己的各不相同的线型，但这种线型都是利用大量的短系列资料为基础，从其拟合程度判定的，在理论上

至今无法检验其是否合适。可是，在实际应用时正好要利用该规定的线型外延到稀遇频率的水文要素值，在目前其误差大小还是难以控制的。历史洪水资料可以起延长系列的作用，但历史洪水本身的峰值及重现期的确定也存在较大的误差。利用人工生成系列的方法，在本质上又起不到延长系列的作用。因此，实际工程计算出来的设计洪水具有不确定性，其结果不是工程不够安全就是造成资金的长期积压。为此，对一定标准设计洪水的期望概率进行研究是极有价值的。

2.月（日）径流模拟

月（日）径流模拟在为水资源工程的系统规划运行中都具有十分重要的意义。在国外已经制定了月（日）径流模型程序包，应用方便。该程序包是以多站的月（日）径流系列，确定其统计特征，由之生成所要求的任意长的具有相同统计特征的假想系列。目前，利用人工生成系列方法去插补某站的一段缺测值，或是在进行地区分析的基础上生成某无资料地区的资料都是比较成功的。但是，用人工生成系列的方法去延长系列，至今仍有很大的分歧意见。问题在于这些人工系列的“真实性”和“充分性”值得怀疑，而且从短系列资料求得的统计参数本身就具有不确定性。多数学者认为，在目前条件下，首先应该根据该地区（或流域）的气象、水文及自然地理特征来制定若干必要的判别准则，通过这些准则来评定人工生成系列能否反映月（日）径流变化的基本特性，以检验其是否具有一定的“真实性”，然后才能决定取舍。

3.水文预报

短期的水文预报一般都用确定性的流域模型。根据世界气象组织（WMO）进行的对确定性模型评定的报告，结论认为：在湿润地区，简单的和复杂的模型效果都好；在半干旱地区则需选择合适的模型。一般言之，显式计算土壤含水量的模型，对一次长期干旱后的洪水模拟较好；而隐式土壤含水量模型对流域面积、气候及自然地理特征显然不同的流域进行模拟时具有更大的弹性和适应性；在资料条件较差的流域，隐式土壤含水量的流域模型也有较好的模型结果。由于至今对水文现象的实际过程了解得很不够，所以可以说现有的各种模型都不能真实地反映水文现象的实际过程。事实上，实际水文现象之间的确定性联系是很复杂的，模拟中往往用大大简化的数学物理方程去近似地模拟其内在联系，因此，美国水利工作者指出，由于水文资料的数量和质量的限制以及水文规律内在联系的复杂变化，难以用最理想的数学表达式加以确切表达等原因，要想用一个模型来达到既有坚实的理论基础又能用于各种目的的计算是难以做到的。所以目前只能有一个有一定概念基础而又不很复杂，因而不需要详细的短时段资料的模型，也许反而是适合的。他们还指出，计算机上的概念模型总不过是一种工具而已，必须承认水文理论知识与实践相结合的科学判断是必要的组成部分。笔者同意这样的观点。如果仍然用降雨及径流资料作两端控制，而不能增加径流形成过程中的新信息，现有的确定性流域模型是较难再提高精度的。常用的无偏、线性卡尔曼滤波方法，可以从量测误差中排除干扰求得真正的信息，对实时预报有所增益，但由之提高的预报精度也是有限得很。

4.人类活动的水文效应

目前，对一些突变性的人类活动如修建水库的水文效应，如果在工程修建前后都有些水文资料，是可以估算出该工程产生的水文效应的。但对一些渐变性的人类活动，如土地利用状

况的改变及都市化等产生的水文效应，则难以作出可靠的定量估算。有些流域，由于各种不同人类活动的复杂组合，连将产生效应后的水文资料还原到天然条件以满足水文系列的一致性都有困难，这些综合效应的还原误差很难估计，从这些资料想分析出各个单项人类活动的水文效应就更困难。在国外，一般是采用水文实验的方法来研究单项人类活动的影响，但想用之估算一个流域由于输入的时、空分布的不同而产生的各种人类活动的综合水文效应的复杂变化仍然困难。因此，人类活动水文效应的估算，仍将是今后重要的研究课题。

5.水资源系统分析中的问题

实际流域的水资源规划、设计和管理，不仅仅是个自然科学和工程技术问题，它还涉及到社会经济及环境问题。但是，工程经济效益、防洪损失、水质污染和环境质量等问题都是与流域水文情势的变化分不开的。因此，加强这方面水文问题的研究，将对流域系统的水资源开发利用规划、设计、运行和管理提供必不可少的基础。

五、针对我国工程水文学现状提出的建议

从工程水文学的现状看，上述存在的问题中有些是一时难以解决的。但是，应该看到整个科学技术水平正在迅速发展，有些新的科技成就必然能在今后逐步引入工程水文学领域，从其他学科的科技成就中汲取可以利用的部分，不仅可以开拓工程水文学的新领域，也可以使理论与实际应用的差距缩小。为此，提出以下建议供参考。

1.要针对我国水文站网的现状，调整并充实现有的水文站网

建议对我国西北干旱区、西南岩溶区、东南平原水网区的地表水站网进行必要的补充，并相应地布设一些地下水站网，以完善上述地区的水文信息系统。建议在我国发射地球轨道通讯卫星时，为水文信息传递留有一定的通讯容量。这样做可以使实时预报更加及时，也可以为适时的灌溉和水库群的调度提供及时的信息，这对水资源的合理利用是十分重要的。

2.要大力开发工程水文学程序包

第一步先引进国外已有的有关水文分析、水质分析、水力学及水资源规划、设计和管理的程序包。第二步结合我国各流域的气象、水文及自然地理的特征改进现有的程序包，使之更适合在我国应用。进一步还要发展一些新的程序，把社会经济及环境因素考虑进去。程序包应兼容并蓄，将每一类水文课题中现有的各种计算方法都放进去。当各种方法在相同输入条件下的计算成果有出入时，也可同时提出供主管部门决策时的选择。程序包的建立不仅可以提高计算工效，也可避免人为的错误。

3.开拓我国工程水文学的领域

随着老城市的扩展和新城市的建立，都市水文学的研究应尽快开展。为满足沿海开放城市及外贸发展的需要，应加强河口水文的有关观测和分析研究工作。考虑到水资源日趋紧张和地下水开采量的不断增长，加强地下水水文学的研究工作也是十分必要的。为开发西南地区作准备，岩溶水文学的研究工作应予重视。在西北地区，应重视开展冰雪水文学的研究工作。

4.要加强水质工作

作为充分开发利用水资源的必要条件，要加强水质的观测、分析和研究工作。要研究水

质变化与环境质量的关系，探讨流域开发与保持环境质量的最优决策。

5.加强遥感水文学及核水文学的研究

遥感水文学的发展，可以补充站网信息的不足，且可对实时的水文预报及水库调度作出贡献。核水文学的实际应用，将对进一步认识水文的实际过程和为现有的水量、水质模型的改进提供线索。

6.要注意基本理论的研究

今后，仍应安排少量的精干队伍进行基本理论问题的研究。例如数理统计、随机水文学、动力水文学、污染水力学等方面的基本理论课题，仍需继续进行。如有可能，应尽量结合生产中的难题进行研究，这样做，不仅可以更快地推动理论的发展，并可缩小理论与实际应用之间的差距。

参 考 文 献

[1] Chow, V.T., Handbook of Hydrology. McGraw—Hill, 1964.

[2] Williams W.G. Yeh, Theoretics and Applications of Systems Analysis Techniques to the Optimal Management and Operation of a Reservoir System. UCLA—ENG 82—52, June, 1982.

[3] Hall, W.A., and Dracup, J.A., Water Resources Systems Analysis. McGraw—Hill, 1970.

[4] Hufchmidt, M.M., and Mylon, B.F., Simulation Techniques for Design of Water Resources Systems,Cambridge Mass. Havard University Press, 1966.

[5] Pilgrim, P.H., Huff, D.O., and Steele, D.T., Field Investigation of Ground and Surface Water,Journal of Hydrology, Aug., 1978.

[6] Walf, P.R., Elements of Photogrammetry, Chap.20, "Remote Sensing" ,McGraw—Hill, 1974.

[7] 华士乾，水文科学中定量计算的发展与问题，水文，1982年第6期。

[8] U.S.Army Engineering Dirision North Pacific Portland Oregon,Program Description & User Manual for SSARR Model, Program 724—K5—Goolo, Sept.1972 (Revised, June, 1975).

实际防汛预报中应注意的问题*

华 士 乾

一、水文科学中的定量问题

半个世纪以前，水文学基本上是一门以描述水文现象为主的才从地学中独立出来的分支学科。随着对大型水利枢纽工程建设中设计洪水计算及重要河流防洪中洪水预报的需要，水文学开始向定量方向发展。时至今日，水文学中定量计算已可初步满足设计和防洪的要求，但其精度比之其他定量学科是不高的。六十年代后，电子计算机日益广泛地应用于水文领域，创造了许多水文模型，提高了计算效率，但对精度的提高仍然有限。这是由于：

1.水文系统信息输入的局限性

我国以雨洪为主，雨量是水文系统信息输入的主要因素。一个雨量筒到底能代表多大面积的雨量？这个问题很难回答。从现有雨量站网抽站试验看，平原地区降水梯度小些，在允许误差范围内可以代表的面积大些；山区降雨梯度大些，可代表的面积要小些；东南沿海一般是个完整的雨区，可代表的面积大些，西北地区降雨常呈斑状分布，可代表的面积很小。以笔者过去接触过的河北省太行山东麓北易水崇陵径流实验站为例，在流域面积仅50000m^2的小流域内设了7个雨量筒，在一次降雨后测到的最大和最小雨量差一般达5%，个别场次达13%。当然这个小流域的山坡走向有个较大的转折，有可能使差值扩大。但大流域的雨量站密度要稀得多，可以推论面上雨量信息输入本身的误差不会太小。西北地区的暴雨，其误差可能更大。这样的输入误差不是计算方法容易调整的。反映到输出上，就限制了水文预报精度的提高。小河测流的精度也受条件限制，由于坡度陡，洪水涨落快，如果测流时间难以缩短，从一岸测到彼岸，测到的是不同时刻的各个部分断面面积上部分流量之和，将之作为全断面的瞬时流量，其误差也不容忽视。大江大河一般说测流精度要高些，但也有例外。例如黄河中下游河段，由于断面太宽，测流时间长达数小时，加之断面冲淤不定，主流流向经常摆动，其测流精度也是较差的。因此，即使不考虑人类活动影响，天然流域信息输入的误差，就限制了水文定量计算精度的进一步提高。

2.水文计算方法的局限性

近二十多年来，水文计算的理论与方法也有提高。总的说来，研究流域内水体运动的规律是个水动力学问题。无论产流、汇流计算，都受圣维南微分方程组制约。在过去，圣维南方程的求解是很麻烦的，现在借助电子计算机，可以求得完全解。但是圣维南方程组中的参数，其边界和初始条件在流域内各处均随时随地而变，在实用中常采用多项资料进行优选来确定参数值，这就限制了计算精度的进一步提高。近二十年来，新的产流、汇流模型不断提出，但计算精度提高不大。因为模型的结构往往是简化的，而实际情况远为复杂，对影响水

*本文完成于1982年。

体动态变化的主要因素，其时空变化目前只是用统计方法作概化处理，精度当然是很有限的；遇到超过资料范围的极值，计算精度更难得到保证。总之，目前应用于预报的确定性模型，由于输入和下垫面因素在流域空间内客观存在的随机性，进一步提高的难度是相当大的。

3.对人类活动影响的估算是粗略的

随着生产力的发展，人类对自然和环境的影响能力越来越大。其中水利和水保工程对水文循环各要素的影响最为显著，应给予充分考虑，并尽可能加以定量估算。

从目前研究水平看，对流域坡面上情况的改变已可作出定性的判断，但很难作出精度较高的定量估算。例如坡面上植被的改变将使土壤团粒结构发生相应变化而利于下渗，因坡面糙率增大将减小坡面流流速，增加坡面下渗历时；坡面改成台阶式梯田并筑田埂，同样起延缓径流，增加下渗的作用。由于坡面工程是大量的，在面上的分布也不均衡，所以要对宏观流域精确计算其影响是不现实的，一般只能凭经验数据加以粗估。河道上的工程，无论是水库、拦河闸、分洪闸或引水闸，由于具有比较稳定的水力学关系，可以用比较成熟的水力、水文学方法进行计算，精度也较高。但在实际预报中还须及时得到上述河道上所有工程的信息，才能进行精度较高的计算。如果流域内河道工程很多，我们只能得到其中部分工程的信息，那么也就只能作些估算。

综合以上三点，说明进一步提高精度涉及到信息输入（站网）、计算方法和人类活动三个方面，因而相当困难。能清醒地认识到这点很重要。一方面，既可避免盲目相信预报到认为报一个水位就是一厘米不错的要出现这个水位，从而忽视了地学科学中普遍存在的定量计算精度问题；另一方面，也可避免完全不信水文预报是一门科学而置之不理。只有正确理解水文定量预报中的精度，才能正确地使用预报，避免造成不必要的损失。

二、熟悉流域内气象、洪水及自然地理特征，可以防止实际预报中的重大失误

预报方案是预报作业中最重要的工具，这个看法大概都是一致的。但光靠预报方案，是否就可以取得防汛中的主动和保证预报不出大的差错呢？回答是不肯定的。在特殊情况下，单纯依靠预报方案甚至难免不出大的差错。姑且把建立预报方案中可能存在的问题撇开不谈，至少在已建立的大多数预报方案中还未能全面地反映出流域的气象、洪水及自然地理特性的影响。因而如果预报人员不具备对以上流域特性的深刻知识，光凭预报方案发布预报，就不大可能在工作中争取主动，遇有特殊情况发生时，还难以避免出现预报失误。下面将举例说明。

1.了解流域的暴雨特性，争取防汛的主动

首先要了解流域内发生暴雨的季节。例如，淮河流域一般年份暴雨发生在七月初到八月中旬。但最早发生的暴雨洪水是在六月初，这时河滩地上的小麦尚未收割，一旦暴雨发生，要在洪水淹没滩地之前组织劳力及时抢收小麦，就会感到很紧张。所以从六月初开始，防汛预报人员就须密切监视长江以南雨区的移动和发展，争取防汛的主动权。又如八月中旬以

后，全流域大洪水的可能性是很小的，但仍然存在台风对山东和苏北沿海的威胁。特别是沂沭河，暴雨之后不过几小时，临沂、大官庄就会出现洪峰，超过安全下泄流量时江风口闸、分沂入沭和新沭闸就要使用。为了争取防汛主动，在此期间要密切监视太平洋上台风的移动、可能的登陆途径以及台风转化的热带低压移入沂沭河流域的可能，加强报汛和预报准备工作。这样就不至于因为已到汛末而放松警惕，一遇暴雨而措手不及。

2.了解流域洪水特性，有利于订正预报，提高精度

通过流域内大、小洪水来水组成的分析，可以了解到峰形胖瘦的特征，洪水传播时间的变化，干支流洪水调节和干扰作用，河道内洪水波在下泄过程中的变形、涨落水绳套的特点，天然湖泊、洼地的调蓄功能以及河口潮汐影响等特性，对实际预报的订正，都具有很大的参考价值，有时甚至起关键作用。以1963年以前的南运河为例，从秤钩湾到德州，河道安全泄量从1100m^3/s降到400m^3/s，河段通过洪水能力愈向下游愈小，因而发生壅水现象；在连续洪水时情况更为突出。相应的沿河各站的水位，流量关系都出现相反于一般河道的绳套，而后续洪水的绳套更大。槽蓄量与流量关系也有相应的绳套变化，预报方案中只是考虑了洪水演算参数的涨、落水变化，这是历次洪水绳套坡度的平均值，精度当然不高，但如何才能估计到下次洪水绳套变化呢？那就得凭借对河段内洪水特性的深刻了解和过去预报中积累的经验，才能正确估计绳套的变化，预报精度就可以明显提高。由此观之，对河段或流域洪水特性的深刻了解是一个成熟的预报人员的宝贵财富，也是避免重大的预报失误所必须具备的。

3.对流域自然地理特性的了解，也是预报作业人员取得成功的一个重要方面

预报方案中考虑的因素，大都是与水体运动直接有关的因素，流域自然地理特征如植被、土壤、流域形状和坡降、河网密度、河道断面和比降、湖泊及河槽滩地、地表侵蚀（包括雨季滑坡）等只是在方案中有概括的描述，通常不作为方案中定量计算的主要参数。在一般条件下，自然地理因素的影响在流域内有相对稳定性，但是在一些特殊条件下，某个因素的影响却是很大。这时，单靠预报方案就可能导致预报的失误。例如漳河在出山口后，有较宽的天然滞洪滩地，每年入汛后的第一场大水，由于水量漫入滞洪滩地，可以损失近1000万m^3的水量。如果不了解这个情况而作特殊处理，第一场洪水的预报很可能是以小报大，虚惊一场。又如黄河中游黄土高原区，如果前期已下过几场雨，间隔不久又骤下暴雨，则容易产生大的滑坡而使洪水中的含沙量大大增加。这种泥流洪峰是由清水洪峰与泥峰组合而成的。如果预报方案是以含沙量低的洪水资料求得的，一般说预报值将偏小。以上说明在实际预报中，熟悉流域内的自然地理特征是必要的。

综合以上三个方面，足以说明为了保证实际防汛预报作业的精度，除了搞好预报方案外，尚须熟悉流域的气象、洪水及自然地理特征，才能争取主动，防止失误。

三、要全面了解流域内水利和水保工程对洪水的影响

（1）对于河段预报来说，首先应该了解各河段堤防泄洪能力、险工堤段在不同水位时的险情。有滩地的要了解平滩流量。为了防御大洪水，要了解平堤流量，有桥梁的河段，要了解桥梁阻水情况。断面冲淤变化较大的河段，要了解高水时的断面冲淤，主流摆动、横比降

以及主流与桥梁等建筑物的交角等情况。关于堤防的泄洪能力，可以通过分析历年洪水的水面线及河段内各站的水位～流量关系曲线确定。结合历次洪水中不同水位时发生的堤防险情，推定河段发生险情的最低和平均水位。平滩流量主要是为滩地作物的抢收，平堤流量一般在加高子埝后可以作为堤防可能负担的最大下泄量。桥梁阻水可使上游水位壅高，可以用水力学或水文学方法计算上、下游水位差。断面变化剧烈的动床河段，由于主流流向与桥梁不是正交而减少下泄流量，也可通过水力学或水文学方法计算出流向变动时的下泄流量及上游回水段的水面线。

（2）支流上的中型及小（一）型水库对洪水的调蓄和放流的影响。一般可通过报汛电台或电话了解入库洪水、库水位及泄流情况，从而了解其在洪水过程中的削峰作用。有的水库由于运用不当，在后续洪水中反而要加大下泄流量以保大坝安全，也要考虑到这种不利影响。对库容在1000万m^3以上的中型水库，要事先算出各种高水位时的垮坝流量，土坝一般要估计逐步下切和扩展口门的情况以推算垮坝洪峰流量，混凝土坝一般可考虑用瞬时垮坝的计算公式。在算出坝址垮坝流量过程线后，再演算出到达某个城镇所在地的水文断面上的洪峰流量及流量过程线，这样，一旦得到某个水库出现险情有可能失事时，就可以根据库水位迅速查得下游城镇的垮坝洪峰流量，供防汛部门使用。

（3）必须随时了解沿河引水流量及从外流域调水情况以订正预报。建国三十多年来，在不少河流上建立了引水工程，有的河流则既有引水工程也有从外流域引水的跨流域调水工程。一般的引水工程在引水口都建有人工控制闸门或自然引水的堰坝，其单孔（或单宽）引水量与水位的关系都可以用水力学公式推算，其系数大都由模型试验确定。如果闸堰下游设过水文站并有水文测验资料，则系数可以率定，其精度将更可靠。防汛预报部门必须掌握这些资料，并绘出其与附近水文站水位的关系备用。当从外流域引水时，应指定跨流域引水口报汛。把河段引水口作为河段出流、外流域引水口作为河段入流，随时根据报汛资料订正预报。如山东境内的徒骇、马颊河流域，经常从黄河引水灌溉，正当引黄时本流域骤遇暴雨，即使立即通知引水口关闸，仍然要计算已经引入本流域河槽的水量以及由引水而引起的引水河道两侧一定范围内土壤含水量的变化和地下水位抬高，及时考虑这些影响，才能正确作出本流域暴雨的洪水预报。

（4）要掌握分洪区的特性。在防洪规划中确定的并有进出口控制闸的分洪区，例如长江的荆江分洪区，大都具有完整的资料，如进洪闸上、下游水位、闸门开启高度和进洪流量的关系曲线，分洪区的水位、容积关系曲线以及泄洪闸上、下游水位、闸门开启高度与泄洪流量关系曲线等，基本上可以满足演算的需要。但是在遇到特大洪水时要临时开放的分洪区，如荆江段的人民大垸等大都没有控制闸门而是临时扒堤分洪。当分洪后期又往往要在下游破堤再次泄入干流而成为一个临时的行洪湖泊。这样的临时分洪区一旦分洪，就要通过防汛部门了解口门过水情况，如口门宽度、口门平均水深及堤身后水位等以计算分洪流量。然后根据干流口门下游水面比降变化计算下泄流量，对照上游来水可以校核口门分洪流量。经过校正后的堰流公式中的系数，可以用于本河段其他堤防扒口的分洪流量计算。从临时分洪区内的积水面积就可从地形图上查出其相应的内水水位。即为分洪区内初始演算水位，然后计算出各时段末的内水水位，即可确定堰流公式自由出流转为淹没流的时刻及口门分洪流量逐步减少的进洪流量过程线，由此可以拟定在分洪区下端扒口泄水的适当时刻等。

（5）河道节制闸的影响。河道上的节制闸既有控制洪水下泄量的防洪作用，又有蓄水抗旱的作用。目前许多河流上已建闸，由于多次遇到在大暴雨到来之前是在抗旱，因而河道节制闸的运用情况是不可忽视的因素。暂且撇开防汛管理和组织上的因素不谈，作为防汛工作中的预报人员，为了正确地操作运用，应该熟悉和掌握这些闸门的设计资料。例如设计条件下的泄洪流量，相应的闸上、闸下水位及其落差，闸门顶高程及漫顶时超标准泄洪流量，闸下游两侧决堤时的淹没范围以及闸门关闭时闸上水位与河道蓄水量关系等。这些资料不仅是作订正洪水预报很需要，更是进一步作好预报调度所必需。实际预报时要特别注意高水时闸门泄流系数的检验（一般闸门缺少高水部分的率定）。掌握了这些关键数据后，才能逐级地进行较为可靠的有闸河段的预报。

（6）大型水利枢纽工程的影响。大河道上的大型水利枢纽控制工程，其资料较全而且有专门为之设置的报汛站网。例如黄河三门峡水库，淮河大伙房水库，永定河官厅水库等，一般情报、预报问题都不大。关键在于控制凌汛下游区间洪水和处理上游可能发生的连续洪水，要结合上游及下游区间来水预报算出泄流方案，既要确保大坝安全，又要控制下泄不致造成下游洪水灾害；即使万不得已，也要提出最合理的泄流方案，尽量缩小洪水灾害。根据泄流方案，就可结合区间洪水预报出下游各处的洪水过程。

（7）面上小型水利和水保工程的影响。面上工程一般在洪水阶段没有信息来源，所以只能是粗估。其中坡面工程的影响，只能从上一年或前几年水文资料分析中加以估算，并且以修订预报方案。分布面广的小（二）型水库或大的塘坝，每次暴雨洪水发生前的底水情况不同，而且每个小（二）型水库的情况也不大相同，所以难以估算。在洪水灾害严重的流域内如有为数众多的小（二）型水库时，这些小水库中又只有一部分是有报汛条件的，这样既有需要也有可能估算其影响。估算的方法是很多的。笔者在1959年10月号水利学报上发表的文章中曾提到过一种方法，即结合流域调查查清流域内面上各小水库的汛期控制水位和防洪库容，坝高及水库水深与泄量关系，然后将之概化作一个水库，推出其平均水深与防洪总库容、平均水深与总泄量的关系。有了这种关系就可配合降雨径流关系进行水库演算。但雨量过大时，还应根据暴雨量和水库防洪能力进行对照，估计可能失事的小（二）型水库及垮坝流量。

水利工程对洪水的影响在我国东半部的河流上不同程度地存在着，完全不考虑这些因素是不合适的。在目前条件下，全面了解流域内工程的情况，根据收集到的水力、水文资料和部分实时信息进行必要的估算以订正预报，将有助于避免在预报中发生较大的差错。

四、洪水预报必须与洪水调度相结合，才能更好地为防汛服务

单纯的洪水预报对于特大洪水的作用不是很大，因为当遇到这种情况时，往往已超过现有堤防的泄洪能力，总是要主动分泄部分洪水，以较小的淹没范围来换取防洪全局的胜利，必须把预报与洪水调度结合起来，才能取得更大的效果。为了便于理解，用1954年长江、淮河大水时防汛斗争中的实例加以说明。

1.长江

1954年7月下旬，荆江分洪区已经分洪，当时洪峰已过，而太平口北闸（进洪闸）仍然

敞开着继续进洪。不敢关闭的原因是下游监利水位仍然与堤顶相平，正在抢筑子埝，怕关闸后引起水位上涨。但是，八、九月份正是川江发水的季节，而八月份出现全年最大洪水的机会在川江是最多的，此时荆江分洪区剩余的容量已很小，必须关闭进洪闸并通过南闸（泄洪闸）由虎渡河向洞庭湖排水，腾空部分库容迎接八月川江洪水。但关闭北闸后监利水位会不会上涨？我们经过认真分析研究，发现监利水位已比一般情况下沙市、监制相应水位高出几米。其水位主要受东洞庭湖口城陵矶水位（代表大水体的水位）控制，而洞庭湖区当时四水正在退水，四口进水已稳定，整个洞庭湖区及东洞庭蓄水已分别达最大值（约为340亿m^3和168亿m^3），因此，荆江分洪北闸关闭，不会影响监利水位上涨。经部务会议决定，通知立即关闭北闸，南闸全开尽量腾空库容。北闸于7月27日关闭。果然，8月上旬嘉陵江发生了暴雨，当时雨量站网密度稀，资料年限短，我们只用1952年6月～9月5次洪水及1954年7月份的3次洪水，共8次洪水分析出产流区平均雨深与产流区净雨深关系，这个关系相当好。又因流域面积太大（约16万km^2），不能用单位线而改用标准径流分配曲线。用这两个工具，预报出嘉陵江出口站东津沱的流量过程，再通过合成流量报出长江干流重庆寸滩站的流量过程。再向下游作洪水演算，算出不分洪时沙市的最高水位将达45.63m。为使沙市水位尽可能不超过44.49m，尚需分蓄洪水25亿m^3。当时分洪区已蓄48亿m^3，无法容纳，因而提出了扒开虎渡河东堤分蓄洪水的方案，从而使实际沙市最高水位控制在44.67m（高出保证水位0.18m），保住了荆江大堤及其北岸数百万亩农田生产及人民生命安全。在作了洪水预报以后，接下去再作出洪水调度安排的建议是很自然地联系起来的，而后者在防汛中才是目的，结合起来就能发挥更大的“参谋”作用。

2.淮河

1954年7月中旬，淮河正阳关以上的所有蓄洪区已先后蓄满，7月15日以后，淮河发生第三次大暴雨，暴雨中心在沙颍河中、下游和淮南支流史河及淠河流域。当时淮河干流上游洪水未退，再遇颍、史、淠河来水，正阳关以下淮北大堤危急。根据洪水演算，预报正阳关洪峰流量为9780m^3/s，超过9000m^3/s的高水位将持续4天。若运用瓦埠湖、寿西湖蓄洪，洪峰流量可削减到7680m^3/s，于是在7月20日零时30分分洪，解除了淮北大坝的最严重威胁，淮北大堤保障了淮北平原近1000万亩农田及阜阳、宿县两个专区的中小城镇的安全。但是严重的威胁还在后面。如果洪泽湖大堤或高邮湖、里运河大堤决口，苏北1000万亩农田及广大城镇将成泽国。淮河洪水全部要通过洪泽湖下泄，除了由灌溉总渠分泄800m^3/s外，都要通过三河闸（设计泄洪量为8000m^3/s）泄入高邮、宝应湖（简称高宝湖）、再由入江水道泄入长江。为确保洪泽湖大堤安全，蒋坝水位最高应不超过15.2m；为使高邮湖、里运河堤不致溃决、高邮最高水位应不超过9.5m，因此，在预报出进入洪泽湖的流量过程以后，还有两个问题要解决：即预见期内降在洪泽湖周围及湖面上的雨量和三河闸的运用方案。关于第一个问题，我们参照历史上同期湖区降雨资料，特别是同大水年如1931年的后期雨量进行了分析研究，由于降雨量不大，作了略偏安全的估算，其影响很小。因此，问题的关键在于三河闸的运用方案。如果一开始就放大流量，洪泽湖水位很快下降，随之三河闸出流就小了，但高宝湖水位很快抬高，入江水道的泄量可以增大。如果三河闸不能及时控制下泄，很可能使洪泽湖水位低于15.0m，而高宝湖水位则超过9.5m。反之，三河闸先放小流量以逼高洪泽湖水位，由于高宝湖水位低而入江水量小，后期洪泽湖水位就可能超过15.2m。最

优的方案是使洪泽湖、高宝湖水位都分别在15.2m及9.5m以下，又使分担的防洪任务都达到各自的最大限度。当时，为了保证苏北里下河地区安全，曾有提议30万人上工打一道临时分洪堤，让洪水在苏北灌溉总渠以北临时分洪堤以南分洪入海。这个方案不仅要动员大量劳力，花费大量经费，淹没部分土地，而且新堤过水也无保证。为此，我们尽力试算三河闸的各种运用方案，以期通过合理利用洪泽湖、高宝湖的库容和入江水道的泄洪能力，达到安全地将洪水送入长江的目的。当时没有电子计算机，全凭手算，最后找到一个最优方案，即三河闸先敞泄，到高邮水位达到9.2m时，三河闸控制下泄9000m^3/s，而当高邮水位涨到9.4m时，三河闸控制下泄8500m^3/s。用这个控制方案预报洪泽湖蒋坝最高水位为15.20m，高邮最高水位为9.40m，是比较理想的操作方案。在按这个运用方案操作三河闸后，既免去了筑新的入海分洪堤，仍然确保了苏北里下河地区的安全。操作运用中实测的洪泽湖蒋坝最高水位与预报相符，高邮最高水位为9.32m，相差8 cm。

上例更进一步说明了预报结合防洪调度的重大意义。

结束语 实际防汛预报作业中可能遇到的问题是十分复杂的。本文只是扼要地介绍了以上几个应注意的问题。当然不可能包罗无遗。但是，从以上叙述来看，已能说明单凭预报方案是不够的。要作一个好的预报工作者，熟悉流域内的水文、气象特性和人类活动，特别是水利水保工程的情况将是十分有益的。另外，洪水预报可以作为防汛的“耳目”，而结合洪水调度计算则可以更好地发挥“参谋”作用，这点在实际防汛中的作用是十分显著的。

水文气象与暴雨

2

中国大陆上空的水汽收支*

刘国纬 周 仪

一、引 言

大气中的水汽输送不仅是研究大气水资源的重要内容，也是进行地表水资源和地下水资源评价的依据。近年来，在联合国教科文组织（UNESCO）和世界气象组织（WMO）的推动下，各国都十分重视大气中水汽输送的研究[1~4]。

我国近年来，在分析暴雨成因、探讨季风的特点等方面也进行了水汽输送的研究，并取得了一些有价值的认识[5~9]。但是，这些研究一般只应用了少数年、月的资料，讨论的范围和时期多限于我国东南部低纬度地区的5～6月份或盛夏季节，涉及的内容主要包括：分析暴雨的水汽条件、我国水汽的源地、输送路径、水汽辐合及其与中国雨季和雨带的关系等。

本文从我国水资源评价和水文循环、水量平衡分析的需要出发，利用了全国边界探空站连续9年的探空资料，系统地研究了中国大陆上空的水汽收支状况。给出了我国大陆上空多年平均的水汽总输入量、总输出量和净输入量；从气候意义上指出，我国大陆上空的水汽主要从南边界输入，从东边界输出，经向环流是水汽输入的主要机制，纬向环流是水汽输出的主要机制；分析了水汽输送随不同边界和不同高度的分布及其季节变化；也计算了我国传统气候分界线淮河、秦岭以南湿润区及以北干旱-半干旱地区的水汽收支，并比较了它们的特点。从而使我国水资源评价由地表水、地下水扩展到大气水，使水资源研究的内容更加丰富和完整。同时，也为我国水文循环、水量平衡研究和气候学研究提供了大气水方面的重要依据。

二、研究的方法和使用的资料

根据质量输送方程，在t_1至t_2时段内通过某一单位宽度垂直侧面输送的水汽量，其计算公式为

$$Q=\frac{1}{g}\int_{p_s}^{p_t}\int_{t_1}^{t_2} q\vec{v}\,dt\,dp \qquad (1)$$

式中 p_s为地面气压；p_t为计算气柱上界气压（10^2Pa）；q为比湿（g/kg）；$\vec{v}$为风速矢量（m/s）；g为重力加速度（m/s²）。

* 本课题由水利电力部水文局委托，成果于1984年先后承南京水文水资源研究所、水利电力部水文局组织鉴定会，与会专家多所指正。国家气象局气候资料室朱秀兰等提供基本资料。

引入 $$[\Phi]=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}\Phi dt$$

及 $$\{\Phi\}=\frac{1}{p_s-p_z}\int_{p_z}^{p_s}\Phi dp$$

分别作为时间平均算符和高度平均算符，其中Φ为欲求其时间平均或高度平均的任意物理量，如q、$\vec{v}$等，并假定g为常数，则式（1）可写为

$$Q=\frac{1}{g}(p_s-p_z)(t_2-t_1)\{[q\vec{v}]\} \qquad (2)$$

根据V.P.Starr和R.M.White的研究[10]，Q可视为由各种不同环流机制引起的水汽输送量之和。例如，通常可将$\vec{v}$和q分解为对时间的平均值（时均值）$[\vec{v}]$和$[q]$及其离差（脉动值）$\vec{v}'$、q'两部分之和：

$$\vec{v}=[\vec{v}]+\vec{v}',\quad q=[q]+q' \qquad (3)$$

同样，可把$[\vec{v}]$和$[q]$分解为对高度的平均值$\{[\vec{v}]\}$和$\{[q]\}$及其离差$[\vec{v}]^*$，$[q]^*$两部分之和：

$$[\vec{v}]=\{[\vec{v}]\}+[\vec{v}]^*,[q]=\{[q]\}+[q]^* \qquad (4)$$

式中 []代表对时间求平均；撇号"′"代表对时间求平均的离差；{}代表对高度求平均；星号"*"代表对高度求平均的离差。

利用式（3）和式（4）展开乘积$q\vec{v}$，并对时间和高度求平均，则有

$$\{[q\vec{v}]\}=\{[q]\}\{[\vec{v}]\}+\{[q]^*[\vec{v}]^*\}+\{[q'\vec{v}']\} \qquad (5)$$

式（5）左边称为水汽的总输送；右边第一项为平均环流$\{[\vec{v}]\}$引起的水汽输送，即时间高度平均风场对时间高度平均比湿场的输送，称为平均水汽输送；第二项表示与垂直扰动相联系的水汽输送，称为垂直涡动水汽输送；第三项表示与时间扰动相联系的水汽输送，称为时间涡动水汽输送。第二项和第三项通常合称为涡动水汽输送，可见水汽的总输送可表达为水汽的平均输送与涡动输送之和。在目前观测资料条件下，一般把根据每天两次观测的风和比湿计算出的水汽输送作为总输送，而把以月平均风速和月平均比湿计算出的水汽输送作为平均水汽输送，涡动水汽输送则由水汽总输送与平均输送之差求得[11~13]。本文应用每天07时和19时或08时和20时（北京时）两次探空资料逐次连续进行计算，直接算出水汽总输送量。

为便于计算，将中国大陆概化成以经纬线为边的直角多边形（图1），概化后的全国大陆面积为$9.5\times10^6 km^2$。

计算时，先将实测风分解成垂直于各边界的纬向分量u和经向分量v，则可利用公式（1）求出通过边界l的纬向水汽输送量Q_u和经向水汽输送量Q_v：

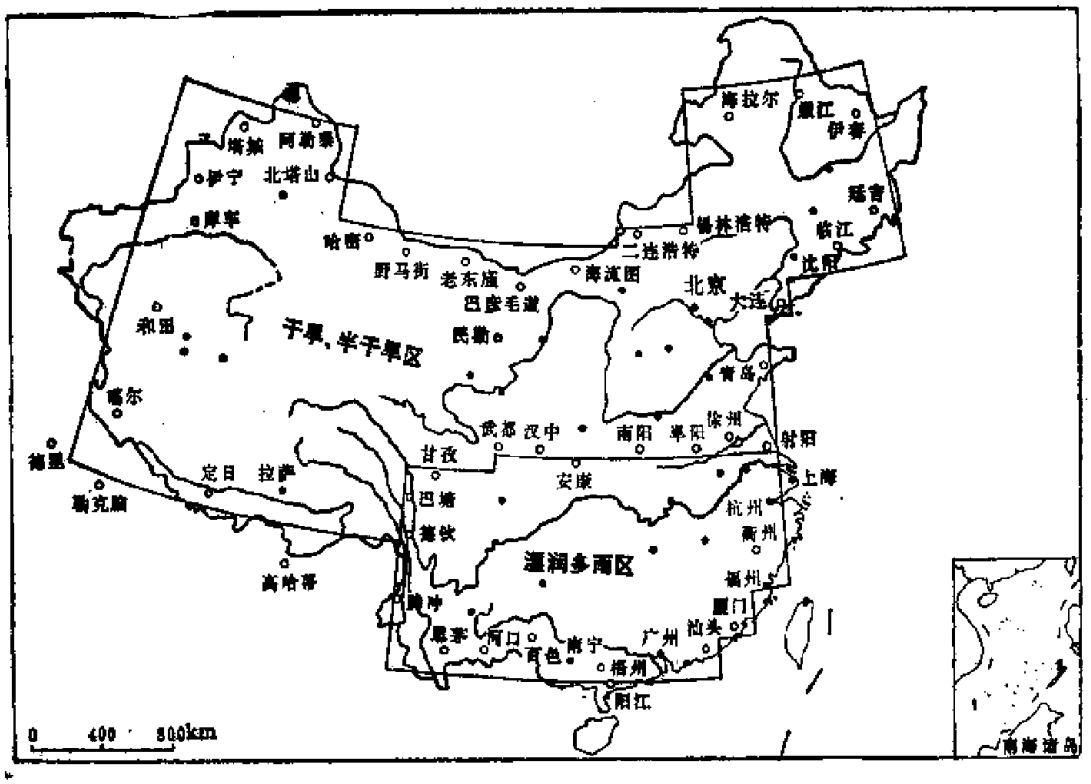


图 1 计算边界概化图

$$Q_u=\frac{1}{g}\int_{l_u}\int_{p_2}^{p_1}\int_{t_1}^{t_2} qudtd\,pdl, \qquad (6)$$

$$Q_v=\frac{1}{g}\int_{l_v}\int_{p_2}^{p_1}\int_{t_1}^{t_2} qvdtd\,pdl_v \qquad (7)$$

其中：l_u，，l_v分别为概化图的纬向和经向边界长度，并规定水汽输入国界为正，输出为负。

计算中采用了沿大陆边界的全部探空气象站共计53个，其中东边界（伊春至汕头）平均站距292km；南边界东段（汕头至腾冲）平均站距296km，南边界西段（腾冲至德里）平均站距560km；西边界(喝尔至伊宁)平均站距740km；北边界(塔城至嫩江)平均站距399km。计算时将气层划分成地面～850（10^2Pa），850～700（10^2Pa），700～500（10^2Pa），500～300（10^2Pa）共5个气层。全部资料由国家气象局气候资料室提供。

三、多年平均水汽输送

取1973～1981连续9年计算结果的平均值表示我国大陆上空水汽输送的多年平均情况。表1为1973～1981年逐年及9年平均水汽输送量。

由表1可以看到：

1.全国边界上空平均每年输入的总水汽量为18215.4km^3，输出的总水汽量为15839.7km^3，净输入量为2375.7km^3。净输入量折合成全国面积上的平均水深为250.1mm，占总输入量的13%。由包括大气和下垫面在内的水量平衡方程可知，计算面积内的多年平均水汽年净输入量应等于从计算边界流出的年总径流量。根据全国水资源评价数据●，我国大陆平均流出国界的水量，相当水深240.5mm，与水汽年净输入量相差9.6mm，占流出国界水量的4%。考虑到部分边界地段（尤其是西部边界和南边界西段）地形复杂、地势高差大，高空气象站还比较稀疏和9年计算系列尚欠长，对系列代表性会有一定影响，采用总输入减总输出求净输入的方法也会带来一定的计算误差，因此，可认为计算结果是基本合适的。

2.就多年平均而言，我国上空水汽主要从南边界输入，年输入量占全国边界总输入量的42%。西边界和北边界也有一定数量的水汽输入，分别占全国边界总输入量的12%和22%。东边界主要表现为水汽的输出，年输出量占全国边界总输出量的68%。值得指出，我国东部边界虽以水汽输出为主，但也有相当数量的水汽输入，平均年输入量可达4289.1km^3。尤其在8～9月间的部分时期，随着诸如台风等天气过程的发展，在福州以南边界地段也会出现总输入大于总输出的情况。这部分输入水汽对我国东部地区降水也起着重要的作用。

表2是我国大陆9年平均水汽输送的经向输送量和纬向输送量。由表2可以看到，我国大陆上空的水汽主要是由经向输入而由纬向输出的，经向输入量占全国总输入量的59.3%，纬向输出量占全国总输出量的69.6%。这表明，经向环流是我国水汽输入的主要机制，纬向环流是我国水汽输出的主要机制。

表1 中国大陆上空平均年水汽输送量

年份	边界	总输入量		总输出量		净输入量 (km^3)
		km^3	%	km^3	%	
1973	东	4330.3	25.2	9021.6	65.1	—4691.3
	南	7182.3	41.8	1882.5	13.6	5299.8
	西	2076.6	12.1	579.2	4.2	1497.4
	北	3595.7	20.9	2371.5	17.1	1224.2
	合计	17184.9	100.0	13854.8	109.0	3330.1
1974	东	3829.0	24.4	8408.8	64.8	—4579.8
	南	6673.9	42.6	1930.9	14.9	4743.0
	西	1673.5	10.7	564.5	4.4	1109.0
	北	3488.0	22.3	2067.5	15.9	1420.5
	合计	15664.4	100.0	12971.7	100.0	2692.7
1975	东	4219.0	23.0	10626.3	67.5	—6407.3
	南	8435.5	46.0	1960.8	12.5	6474.7
	西	2070.0	11.3	732.0	4.6	1338.0
	北	3622.2	19.7	2421.0	15.4	1201.2
	合计	18346.7	100.0	15740.1	100.0	2606.6
1976	东	3757.4	20.9	10976.4	68.2	—7219.0
	南	8016.6	44.7	1971.1	12.2	6045.5
	西	2624.5	14.6	810.5	5.0	1814.0
	北	3544.2	19.8	2348.1	14.6	1196.1
	合计	17942.7	100.0	16106.1	100.0	1836.6

●水利电力部，中国水资源评价（待出版），1986年5月。

续表

年份	边界	总输入量		总输出量		净输入量(km^3)
		km^3	%	km^3	%	
1977	东	4562.2	24.7	11974.9	72.9	—7412.7
	南	7999.2	43.3	1839.8	11.2	6159.4
	西	2055.6	11.1	551.0	3.4	1504.6
	北	3859.4	20.9	2063.1	12.5	1796.3
	合计	18476.4	100.0	16428.8	100.0	2047.6
1978	东	4355.3	24.4	10229.5	66.2	—5874.2
	南	7331.4	41.0	2187.9	14.2	5143.5
	西	2199.7	12.3	625.5	4.0	1574.2
	北	3979.5	22.3	2417.3	15.6	1562.2
	合计	17865.9	100.0	15460.2	100.0	2405.7
1979	东	5717.1	28.2	12407.7	67.8	—6690.6
	南	6548.5	32.3	1634.2	8.9	4914.3
	西	2246.9	11.1	633.7	3.5	1613.2
	北	5783.2	28.4	3627.4	19.8	2155.8
	合计	20295.7	100.0	18303.0	100.0	1992.7
1980	东	4003.2	20.6	12048.3	67.9	—8045.1
	南	8215.0	42.3	1839.9	10.4	6375.1
	西	2349.6	12.1	564.3	3.2	1785.3
	北	4870.0	25.0	3282.8	18.5	1587.2
	合计	19437.8	100.0	17735.3	100.0	1702.5
1981	东	3826.4	20.4	11272.3	70.6	—7443.9
	南	8473.9	45.3	1707.2	10.7	6766.7
	西	2312.0	12.3	571.3	3.6	1740.7
	北	4110.0	22.0	2406.4	15.1	1703.6
	合计	18724.3	100.0	15957.2	100.0	2767.1
9年平均	东	4289.1	23.5	10774.0	68.0	—6484.9
	南	7652.9	42.0	1883.8	11.9	5769.1
	西	2178.7	12.0	625.8	4.0	1552.9
	北	4094.7	22.5	2556.1	16.1	1538.6
	合计	18215.4	100.0	15839.7	100.0	2375.7

表 2　　经向、纬向水汽输送

项目	输入量		输出量		净输入量(km^3)
	km^3	%	km^3	%	
经向	10629.6	59.3	4733.3	30.4	5896.3
纬向	7297.4	40.7	10818.0	69.6	—3520.6
合计	17927.0	100	15551.3	100	2375.7

上述水汽输送特点是由我国大气环流的特性所决定的。从我国多年平均高空风场和湿度场可以看到●：冬季月份，我国广大地区盛行西北气流，只在长江以南地区存在较弱的西南

●中央气象局，中国高空气候图集（上册），1978年。

气流，在此期间虽然大气中水分含量较少，但由于强劲和持续的西北气流，仍能形成一定数量自西向东的水汽输送；夏季月份，我国大陆存在三支气流，一支是来自孟加拉湾和印度洋的西南气流，另一支沿太平洋高压西缘从南海和西太平洋进入中国大陆，它们都含有丰沛的水汽，这两支气流在贵阳、芷江一带上空汇合后，朝东偏北方向越过我国东部海岸流向日本。第三支为冬季盛行、夏季已退缩到35°N以北的西北气流。春季和秋季月份的情况介于冬夏之间。显然，正是由于这种环流形势和湿度场的配置，使我国南部边界成为水汽输入的主要通道，而东部边界成为水汽输出的主要通道，并表现出以经向输入为主和纬向输出为主的特点。

四、水汽输送随季节和边界的变化

我国大陆上空的水汽输送存在着明显的季节变化，其情况随各边界又有所不同。

表3和图2表示了9年平均逐月水汽净输送的情况，图3表示了冬季（以1月代表）和夏季（以7月代表）沿不同边界经向和纬向水汽输送的情况。

从图2（a）可以看到：就全国而言，水汽最大输入量出现于5～7三个月，此时正值我国七个自然天气季节中的春、初夏和盛夏季节。在这一时期，夏季风由华南达到极盛，在华中盛行并开始影响华北，江淮流域进入梅雨季节，发展到了夏季风在华中达到极盛，在华北开始盛行；11、12和1月是全年净输入量最小的时期，此期间西北气流遍行全国大部分地区，空气干冷，所以净输入量很小。12月净输入量呈现负值，表明此时期陆地有部分水分被蒸发后随气流输出国界而未得到相应的补充。

表 3　　1973～1981年月平均水汽净输送量

月份	南边界		西边界		北边界		东边界		全国净输送量
	km^3	%	km^3	%	km^3	%	km^3	%	(km^3)
1	343.9	6.0	50.1	3.2	87.4	5.7	−475.0	7.3	6.4
2	430.2	7.4	65.5	4.2	78.1	5.1	−511.8	7.9	62.0
3	661.6	11.5	82.6	5.3	103.8	6.7	−644.6	9.9	203.4
4	732.2	12.7	144.3	9.3	140.0	9.1	−719.0	11.1	297.5
5	796.4	13.8	158.1	10.2	179.3	11.7	−745.5	11.5	388.3
6	840.0	14.6	215.6	13.9	182.6	11.9	−665.8	10.3	572.4
7	745.9	12.9	229.2	14.8	51.3	3.3	−590.3	9.1	436.1
8	227.1	4.0	178.3	11.5	177.0	11.5	−352.7	5.4	229.7
9	267.4	4.6	162.0	10.4	166.4	10.8	−432.7	6.7	163.1
10	258.7	4.5	119.9	7.7	143.6	9.3	−462.9	7.1	59.3
11	230.3	4.0	89.8	5.8	126.0	8.2	−429.7	6.6	16.4
12	235.4	4.0	57.5	3.7	103.1	6.7	−454.9	7.1	−58.9
全年合计	5769.1	100	1552.9	100	1538.6	100	−6484.9	100	2375.7

从图2（b）和图3（a）可以看到：沿南边界，夏季净输入量为冬季的3倍，最大输入量出现在5、6和7月，经向水汽输入主要在福州至思茅地段，它对我国华南和江淮乃至华

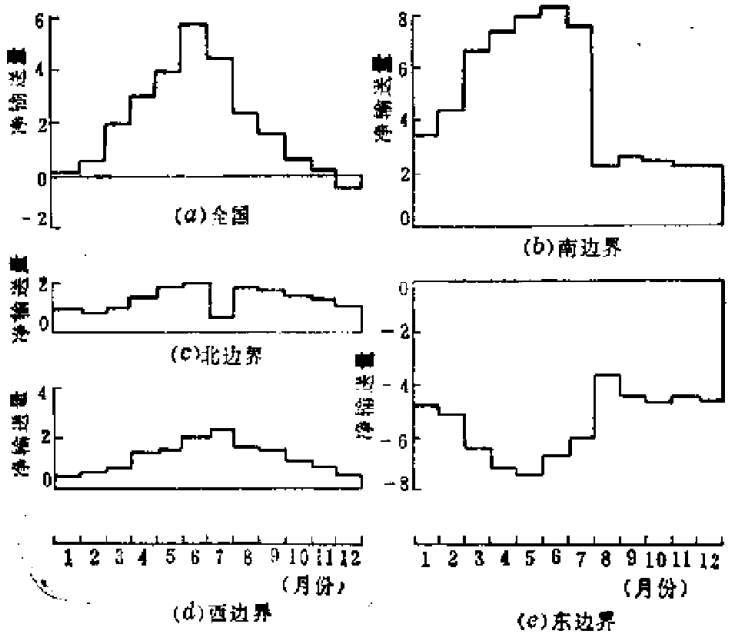


图 2 逐月水汽净输送量（单位：100km³）

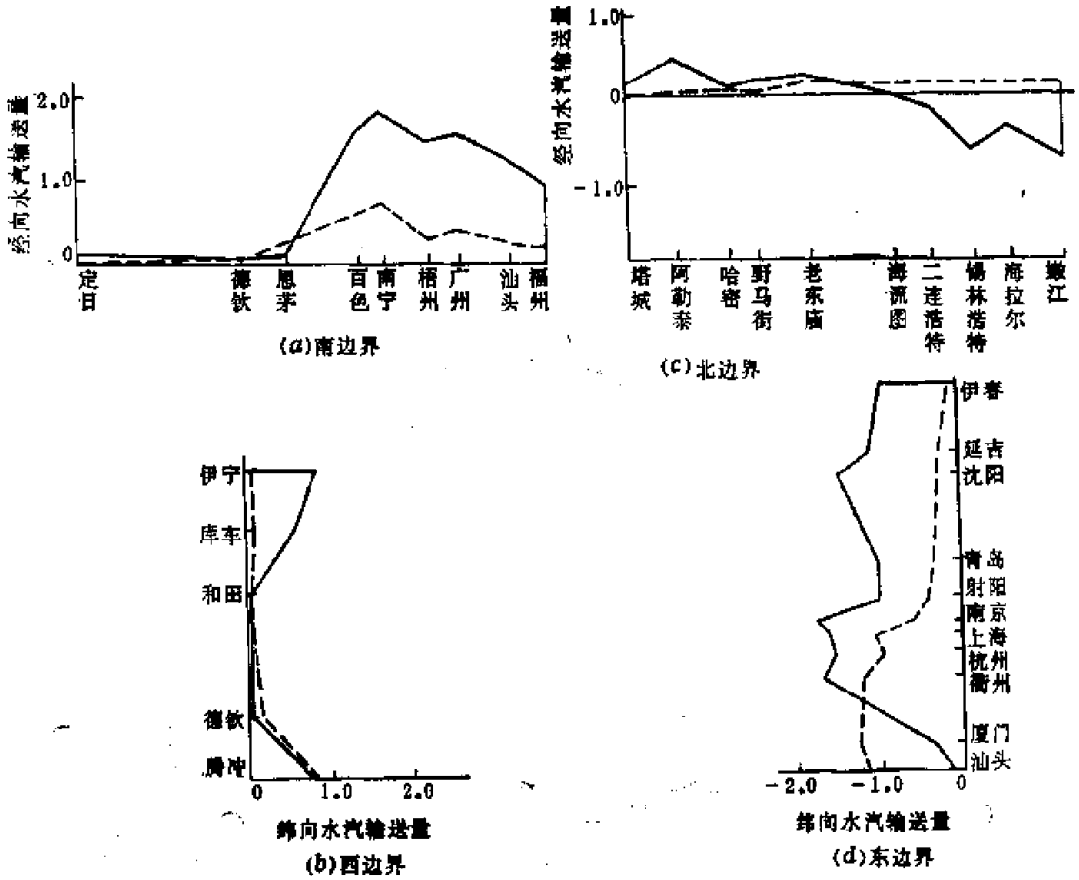


图 3 水汽输送沿各边界的变化[单位：100kg/(m·s)]

图中 ----1月；——7月

北地区的降水起着重要作用。德钦、拉萨、定日段由于地面平均高程达3500m以上，水汽被高山阻挡，所以向内陆输送量很小。但是，德钦至拉萨以南地带，正处喜马拉雅山南侧，终年盛行西南气流，其中高哈蒂7月西南风水汽输送强度达178.7kg/(m·s)，德里达148.5kg/(m·s)，成为西南气流的迎风坡，因而雨量充沛，年雨量达5000mm；从图2(*d*)和图3(*b*)可以看到：沿西边界，西风气流携带来自大西洋等地的水汽[14]，形成纬向输入，夏季伊宁纬向输入强度可达102.2kg/(m·s)，为冬季的6倍。西来水汽在北疆山地迎风坡形成较丰沛的降水，年降水量在500mm左右，也为我国西部高山冰川的发育提供了水汽条件[15]；德钦至腾冲段的纬向输送也有相当强度，且冬夏的纬向输送强度均可达80～107kg/(m·s)；由图2(*c*)和图3(*c*)可以看到：沿北边界，冬季盛行西北气流，因而全边界均为微弱的输入。夏季，北边界处于西风槽控制的地区内，槽线位于二连浩特上空●，二连浩特以西盛行槽后西北气流，挟带水汽输入国界，二连浩特以东盛行槽前西南气流，携带水汽输出国界，所以夏季二连浩特以东表现为水汽的输出，并使7月成为全年沿北边界水汽净输入量最小的月份；由图2(*e*)和图3(*d*)可以看到：沿东边界，冬季和夏季均为纬向净输出，这是由于我国地处北半球西风带的缘故。冬季，青岛以北盛行干冷的西北气流，所以水汽输出量很小，主要输出段在南京至衢州一带。夏季，南北各存在一个较强的输出段，其一在沈阳附近，西北气流带来的水汽主要由此处输出。另一处在南京至衢州一带，从西南和南海来的水汽汇合后主要在该处流出[16]。厦门至汕头主要为经向输送，纬向输送量相对较小。

水汽输送随季节和沿边界的上述变化和分布情况，显示了我国水汽输送与季风活动的密切关系。同时，也从水汽输送这一方面表现了我国季风气候的特点。

五、水汽输送的垂直分布

表4是各气层9年平均的水汽年总输入量、年总输出量和年净输入量。

表4 水汽输送随高度的分布

水汽量		高度 (10^3Pa)					
		地面～850	850～700	700～500	500～300	300～200	整层
输入	km^3	4028.8	6217.8	5471.0	2361.0	136.8	18215.4
	占整层%	22.1	34.1	30.0	13.0	0.8	100
输出	km^3	3021.2	5083.7	5205.0	2343.0	186.8	15839.7
	占整层%	19.1	32.1	32.9	14.8	1.1	100
净输入	km^3	1007.6	1134.1	266.0	18.0	−50.0	2375.7

表4说明，水汽输送主要是在对流层下部，700(10^3Pa)以下气层净输入的水汽量占整

●中央气象局，中国高空气候图集（上册），1973年。

层大气净输入量的88%，300(10^2Pa)以上则表现为水汽的辐散。

围绕着我国大陆四周水汽输送的垂直分布情况，可以从东、南、西、北四个边界的水汽通量剖面图上看出。在思茅至福州的南边界上空（图4、5），夏季出现强的南风水汽输入，最强的水汽输入中心在南宁上空850（10^2Pa）高度附近，输送通量最大8.2g/（100Pa·cm·s）。这一方面是由于这一带正处在西南湿舌的位置，低空湿度很大，另一方面，该处位于副热带高压西北缘的西南风低空急流中● [17]。冬季水汽输送形势与夏季相似，但输送强度远小于夏季，在百色以东的近地面气层中，还存在着微弱的输出，是由于冬季风向南扩散入海所致。

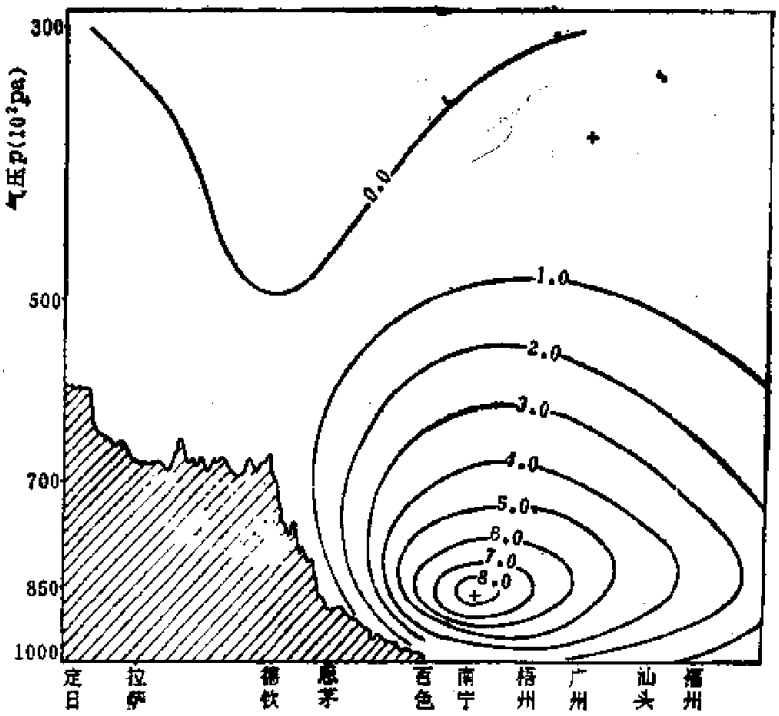


图 4 南边界7月经向水汽输送通量剖面[单位：g/（100Pa·cm·s）]

在汕头至伊春的东边界上空（图6、图7），冬、夏均以西风水汽输送为主。夏季有两个输出中心，一个在衢州、杭州上空850（10^2Pa）气层附近，中心最大输送通量达−6.9g/（100Pa·cm·s），另一个在沈阳、延吉上空850（10^2Pa）气层附近，但强度较前者弱，范围也较前者小些。在杭州以北约900（10^2Pa）以下气层中，存在着厚度很薄、强度较小的东风水汽输入；冬季，南京以南900（10^2Pa）以下气层中存在较弱的东风水汽输送，900(10^2Pa）以上为西风输送，西风输送中心在衢州以南上空700（10^2Pa）高度上，范围较大，但强度远小于夏季，位置比夏季中心高出约1500m。

在塔城至嫩江的北边界上空（图8、图9），夏季二连浩特以东700（10^2Pa）以下为南风引起的水汽输出，并在锡林浩特上空850（10^2Pa）处有一输出中心。在海流图以西为水汽输入，塔城、阿勒泰上空850（10^2Pa）气层中有一范围很小的输入中心；冬季全边界上空均为微弱的输入，其输入中心也较夏季高1500m左右。

●中央气象局，中国高空气候图集（上册），1973年。

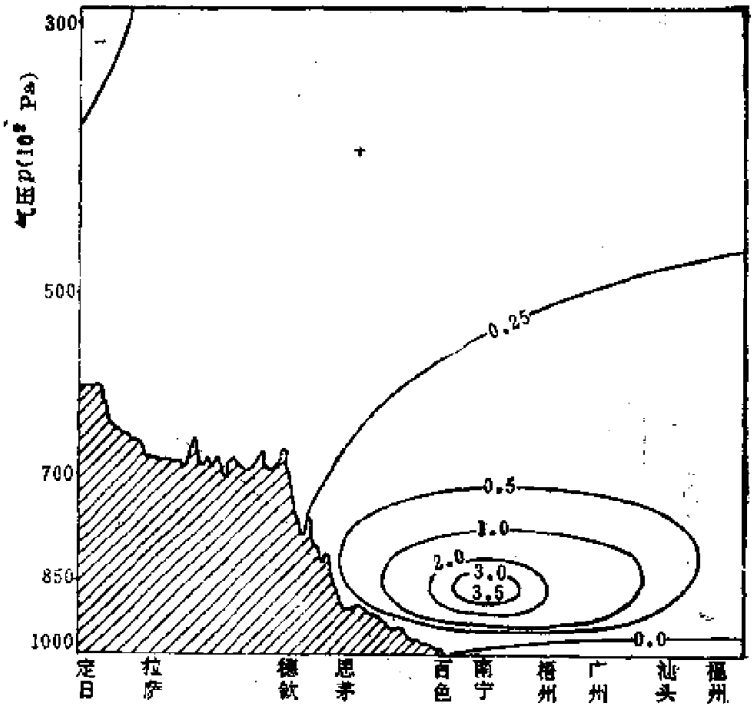


图 5 南边界1月经向水汽输送通量剖面[单位：g/(100Pa·cm·s)]

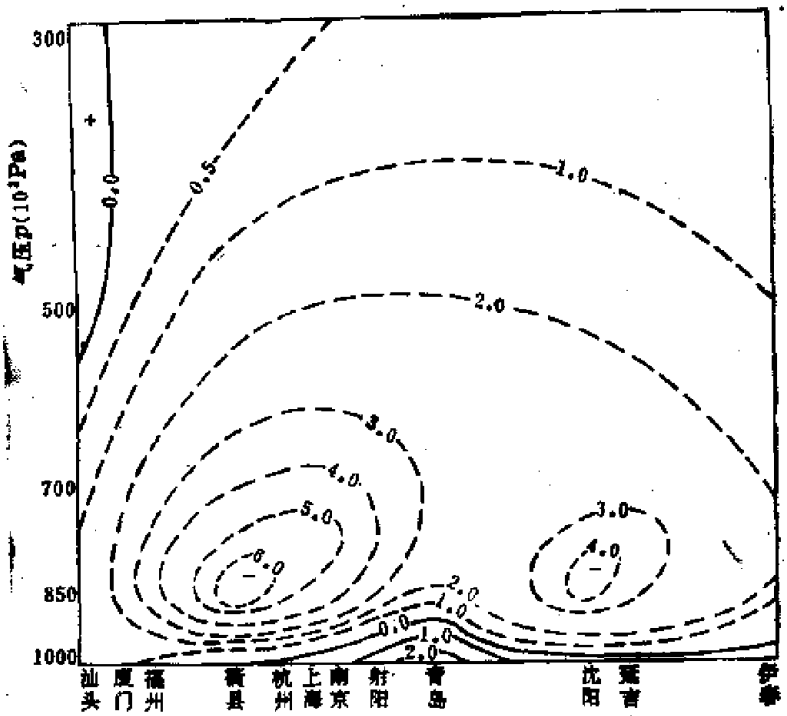


图 6 东边界7月纬向水汽输送通量剖面[单位：g/(100Pa·cm·s)]

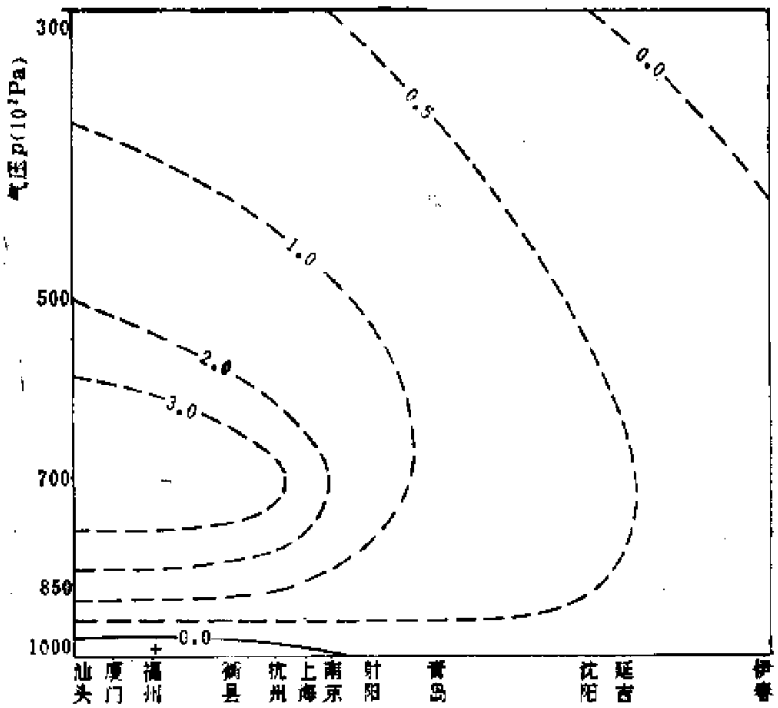


图 7 东边界1月纬向水汽输送通量剖面[单位：g/(100Pa·cm·s)]

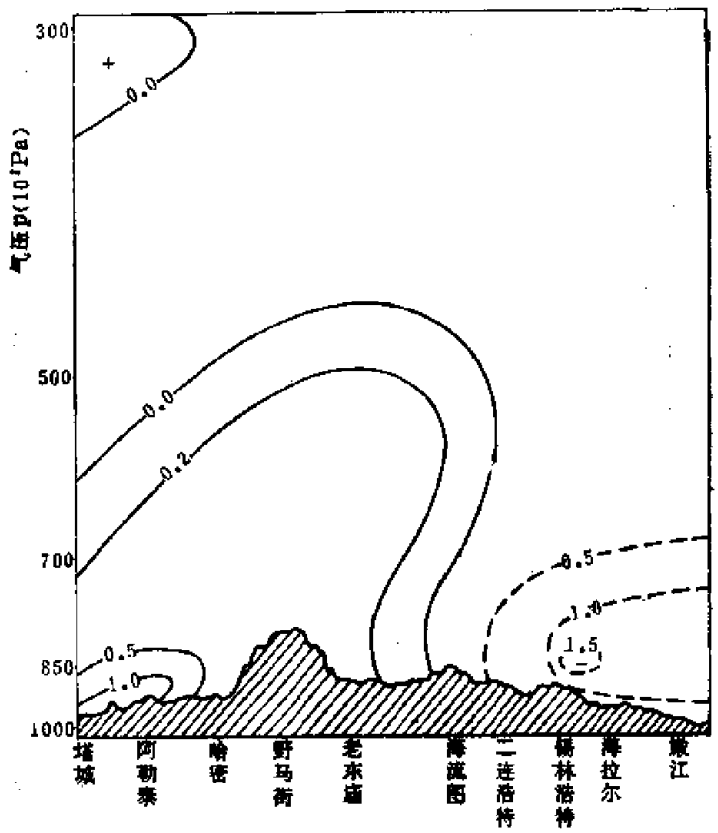


图 8 北边界7月经向水汽输送通量剖面[单位：g/(100Pa·cm·s)]

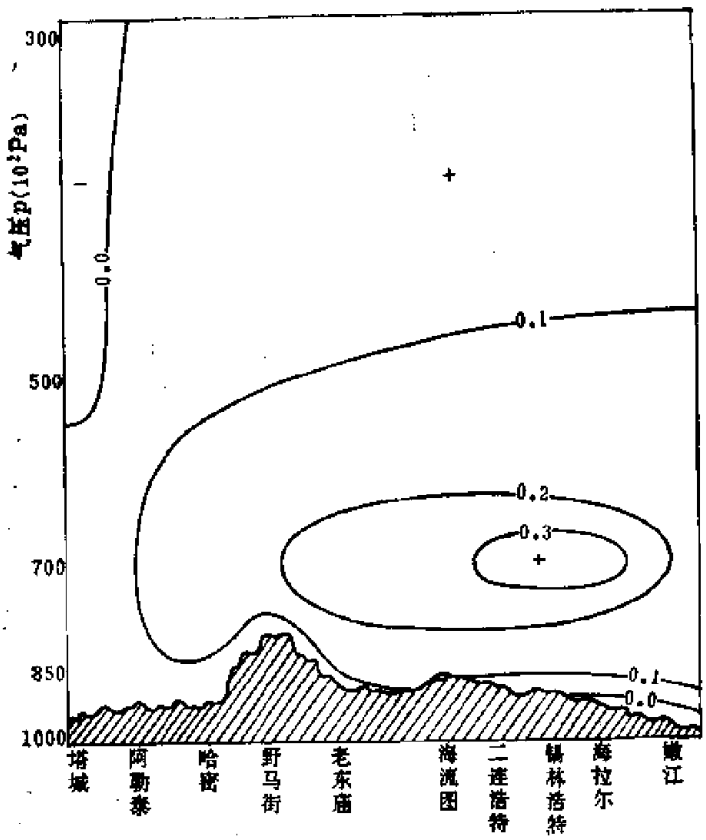


图 9 北边界1月经向水汽输送通量剖面[单位：g/(100Pa·cm·s)]

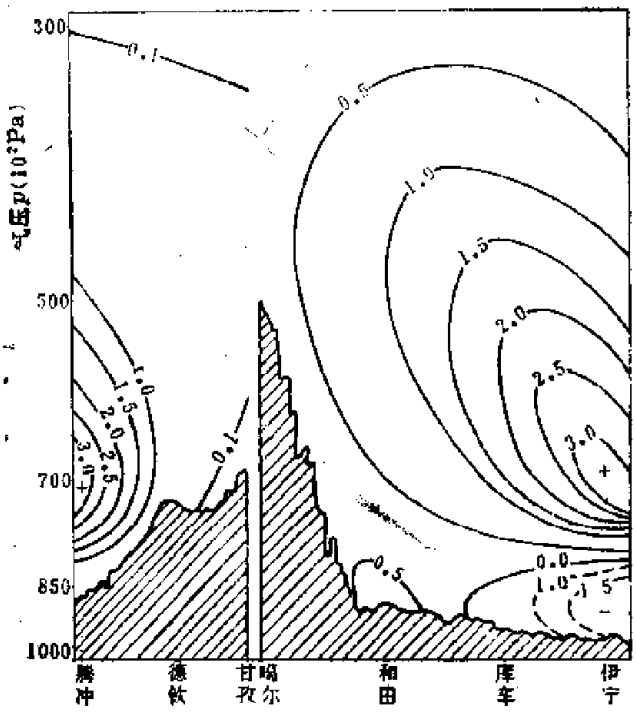


图 10 西边界7月纬向水汽输送通量剖面[单位：g/(100Pa·cm·s)]

图10和图11表示了沿西边界伊宁至喀尔和德钦至腾冲的纬向水汽输送情况。夏季在伊宁

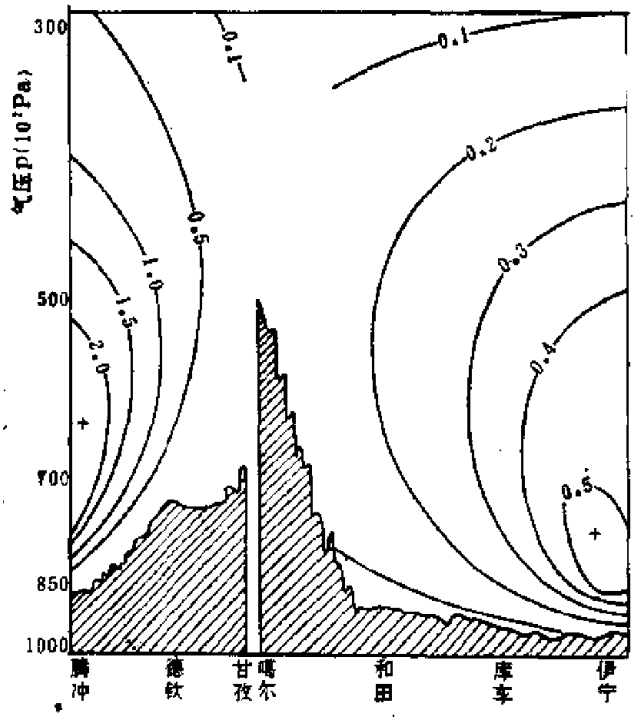


图 11 西边界1月纬向水汽输送通量剖面[单位：g/(100Pa·cm·s)]

至库车上空850(10²Pa)以下气层内，存在东风引起的水汽输出，850(10²Pa)以上均为西风引起的水汽输入。腾冲至德钦上空700(10²Pa)处存在一西风输送中心，输送量可达3.8g/(10²Pa·cm·s)；冬季输送形势与夏季相似，但输送强度小于夏季。

六、湿润区和干旱-半干旱区的水汽输送

根据我国传统的气候分界线，分别计算了淮河、秦岭以南，青藏高原以东湿润区和以北干旱-半干旱区(图1)的水汽输送量，其9年平均情况见表5。

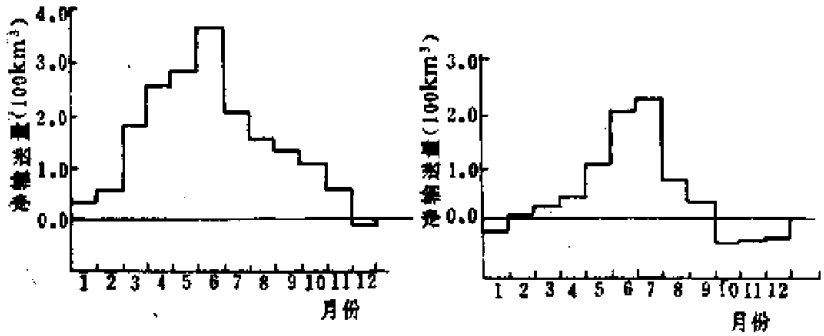
表 5 湿润区、干旱-半干旱区平均年水汽输送量

分区	面积 (10^4km^2)	输入		输出		净输入	
		km^3	mm	km^3	mm	km^3	mm
湿润区	257.0	11417.5	4442.6	9600.5	3735.6	1817.0	707.0
干旱-半干旱区	693.0	10897.0	1572.4	10338.3	1491.8	558.7	80.6
全国	950.0	18215.4	1917.4	15839.7	1667.3	2375.7	250.1

由表5中可见，虽然湿润区的面积只有干旱-半干旱区的1/3，但其年净输入水汽量却为干旱-半干旱区的3倍以上。若分别折合成各区面积上的平均水深，则湿润区的多年平均净输入

量将近为干旱-半干旱区的8.8倍。还可以看到，在湿润区，净输入量占总输入量的16%，而在干旱-半干旱区只占5%，显示出湿润区水汽利用率较高，而干旱-半干旱区输入的水汽则大部分“穿堂而过”，利用率较低，从而表明水汽输送对一个地区水文特性和水资源状况的重要影响。

图12显示了湿润区与干旱-半干旱区在水汽输送年内变化方面的差异。在湿润区，除12月有少量水汽净输出外，其余各月均为水汽净输入；在干旱-半干旱区，2～9月为水汽净输入，1月和10～12月均为净输出。形成这种差异的原因是，湿润区地处中低纬度地区，离海洋较近，长江以南地区冬季仍有较弱的西南气流带来一定数量的水汽输入。干旱-半干旱区地处中高纬度地区，大部分面积离海洋较远，自10月起广大地区逐渐为干冷的西北气流所控制，水汽输入很少，大地处于水分亏耗过程。



（a）湿润区　　（b）干旱、半干旱区

图 12　湿润区和干旱-半干旱区逐月水汽净输送量

图13是沿秦岭、淮河一线水汽输送的季节变化，从中可以看出湿润区与干旱-半干旱区水汽输送的关系。冬季，有少量水汽随西北气流穿过分界线向南输送，春、夏、秋季为自南向北输送，尤以7、8月向北输送的水汽量最多。图14显示了夏季水汽向北输送的空间分布情

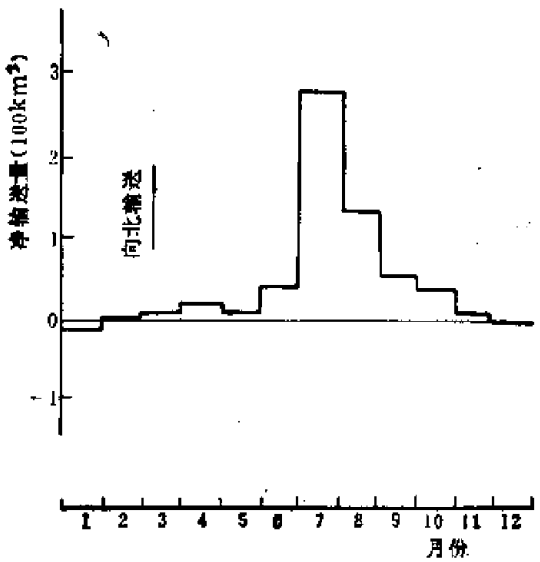


图 13　分界线逐月水汽经向输送量

况，最强输送中心在汉中和阜阳上空850至700（10^2Pa)高度上，为华北雨季的到来提供了充沛的水汽条件。

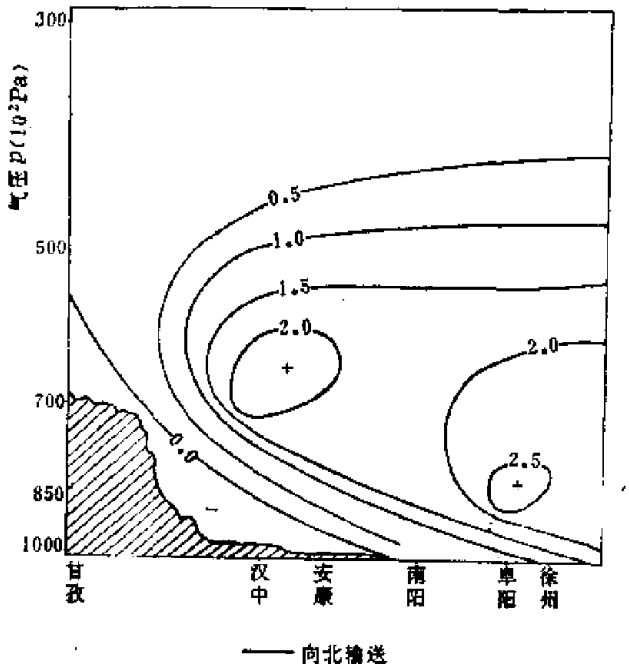


图 14 分界线7月水汽经向输送通量剖面[单位：g/(100Pa·cm·s)]

七、结　　语

1.本文从水文循环和水资源角度，定量地研究了我国大陆上空的水汽收支状况。给出了通过边界上空多年平均的水汽年总输入量为18215.4km^3，总输出量为15839.7km^3，净输入量为2375.7km^3。

2.从气候意义上指出，我国大陆上空的水汽主要从南边界输入，从东边界输出，西边界和北界输入的水汽也占有一定的比重；经向环流是水汽输入的主要机制，纬向环流是水汽输出的主要机制。

3.我国上空的水汽输送存在明显的季节变化，季节变化的情况随各边界而有所不同，显示出水汽输送与季风活动的密切关系；水汽输送沿各边界的分布和季节变化对我国降水的分布和季节变化有重要的影响。

4.我国大陆边界上空的水汽输送主要出现在对流层下部。沿各边界的不同地段，在850（10^2Pa）至700（10^2Pa）气层高度上存在着若干输入和输出中心，冬季输送中心的位置一般比夏季高些。

5.秦岭、淮河以南湿润区的水汽输送远较以北的干旱-半干旱区水汽输送活跃，7、8月间从淮河、秦岭以南向北输送的水汽为华北的雨季提供了水汽条件，从而显示出水汽输送对一个地区水文特性和水资源状况的重要作用。

6.东亚大气环流、海陆分布、地势和纬度是决定我国水汽输送的重要因子，与季风活动的密切关系是我国水汽输送的主要特点。

参 考 文 献

[1] Atmospheric Vapour Flux Computation for Hydrological Purposes, WMO/IHD Projects Rep., No.20, WMO, 1973, Geneva.

[2] Water Balance of Europe, Technical Documents in Hydrology, Unesco, Paris 1978.

[3] Moisture Transport in the Atmosphere over the Mediterranean Region, Technical Documents in Hydrology, Unesco, Paris, 1981.

[4] World Water Balance and Water Resources of the Earth, Edited by Unesco, 1978.

[5] 陈世训、高绍凤、杨崧，5～6月我国南方降水的水汽来源及其异常，全国热带夏季风学术会议文集（1982），云南人民出版社。

[6] 沈熊柱，我国7月夏季风的大气水分平衡，全国热带夏季风学术会议文集（1982），云南人民出版社。

[7] 罗绍华，盛夏期间我国大陆东南部低纬地区的水汽输送和水分平衡，全国热带夏季风学术会议文集（1981），云南人民出版社。

[8] 刘春荣，关于暴雨水汽输送机制的初步探讨，气象，1979年第7期。

[9] 刘盎然、郭大敏、辛宝恒、仇永炎，关于"75.8"华北暴雨的水汽问题，气象学报，1979年，第37卷第2期。

[10] Starr, V.P. and White, R.M., Balance Requirements of the General Circulation, Geophys.Res.Pap. 35 (1954), Cambridge, Mass.

[11] 徐淑英，我国的水汽输送和水分平衡，气象学报，1958年，第29卷第1期。

[12] 施永年、刘惠兰、马开玉，我国东部夏季的水汽输送和水汽含量，气象科学，1982年第1～2期(合刊)。

[13] 王德瑜，淮河洪泽湖以上流域夏季水汽输送，地理学报，1983年，第38卷第3期。

[14] 周琴南，新疆降水水汽来源的分析，新疆气象，1983年7月。

[15] 萧林，试论大气中的水汽、降水与我国现代高山冰川分布的关系，冰川冻土，1981年第3卷第1期。

[16] 陆渝蓉、高国栋，中国大气中的水汽平均输送，高原气象，1983年，第2卷第4期。

[17] 陶诗言等，中国夏季副热带天气系统若干问题的研究，科学出版社，1963。

中国大陆上空可降水的时空分布*

刘 国 纬

一、引 言

可降水是指自地面至大气层顶的气柱中所含的全部水汽凝结成液态水时在气柱底部相当的水深，以mm计。任一气柱的可降水都随时间变化，若以$w(t)$表示某气柱在任一时刻t的可降水，则该气柱可降水在时段T内的平均值$\overline{W}_T$可用下式表示：

$$\overline{W}_T = \frac{1}{T}\int_0^T w(t)dt \qquad (1)$$

当T取一个月时，则$\overline{W}_T$为该气柱可降水在该月的平均值，称月平均可降水；同理，当T取一年时，则称年平均可降水；当T取n年时，则称多年（n年）平均可降水。本文以上述三种平均可降水作为分析的对象。

研究我国大陆上空可降水的时空分布对进行全国和各大水系水平衡分析和水资源评价有重要意义。联合国教科文组织于1978年给出了全球平均可降水的分布[1]，以资进行全球水平衡和水资源估计。本文利用了全国124个探空站1961～1975年共15年探空资料，对我国大陆上空可降水的平均情况、逐年变化、年内变化和多年变化作了系统的定量分析，并给出了全国和各大水系上空大气中的总水汽量，以期为建立我国包括大气、地表、土壤和地下水在内的完整水平衡模型和水资源评价提供大气水方面的依据。

一个气柱的可降水通常用

$$W = g^{-1}\int_{p_s}^{p_t} q\,dp \qquad (2)$$

进行计算。式中，W为可降水量（mm）；g为重力加速度（cm/s²）；p_s为地面气压，p_t为计算气柱上界气压，一般取300×10^2Pa；q为比湿（g/kg）。计算时，首先把气柱分为地面～850，850～800，800～700，700～500和500～300×10^2Pa共5个气层，逐层计算后累加，即得全气柱可降水。然后计算出各探空站逐月的月平均可降水和逐年的年平均可降水，再求其15年的算术平均值及离差系数。最后绘制上述各量的等值线图作为分析的基础。一天两次观测数据均予采用，全部资料由国家气象局提供。

二、多年平均可降水

图1是我国大陆上空多年平均可降水分布图。

*本文于1982年完稿，1988年作了部分修改。吕东明、华士乾、周恩济教授审阅并指正，周仪参加部分计算工作。

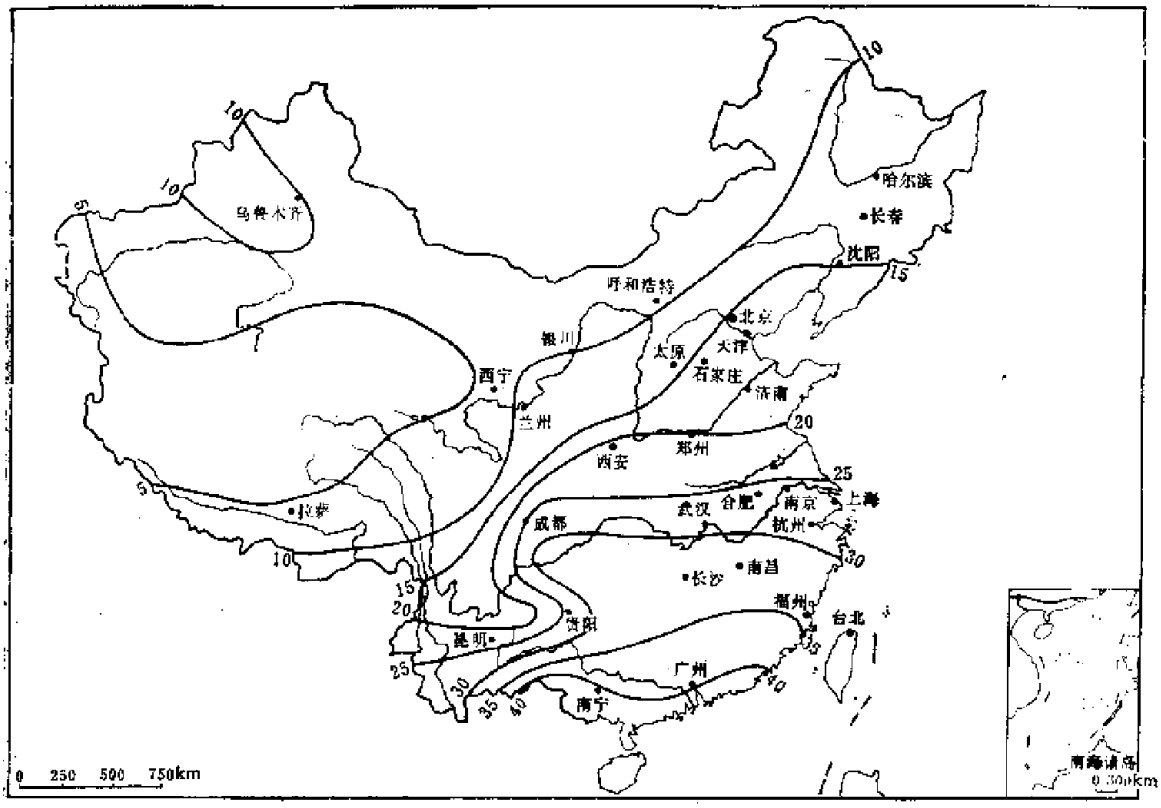


图 1 多年平均可降水分布 （单位：mm）

从图 1 可以看出，我国多年平均可降水分布的主要特点是：等值线的基本形势呈纬向分布，表现出纬度对可降水分布的影响；东南部广大地区为湿舌所控制，湿舌的轴线自北部湾一直延伸到成都平原；西南地区等值线几乎随着云贵高原东侧的地势蜿蜒，东西向梯度很大，表现了地形对可降水分布的影响；新疆的伊宁、乌鲁木齐一带存在一个湿区，可降水为10mm左右；青藏高原和内蒙古北部是我国可降水最小的地区，多年平均小于 5 mm。

综观我国多年平均可降水的分布，不难发现它与我国多年平均年降雨量的分布颇为相似[2]：可降水分布图的高值区与多年平均年雨量的高值区基本对应；10mm可降水等值线与400mm年雨量等值线几乎吻合，并把中国划分为湿润区与干旱区。

用泰森多边形法可计算出全国大陆上空总水汽含量，其多年平均值为144.5km^3，折合成全国面积上的平均水深为15.1mm。各主要水系上空多年平均可降水量如表 1 。可见我国大气中可降水的分布是不均匀的，长江、珠江及东南沿海的面积只占全国面积的26.8%，而可降水量却占全国的50%，其平均深度为西北地区的 3 ～ 4 倍。

图 2 是乌鲁木齐（干旱区）和厦门（湿润区）7 月各气层可降水随高度的分布。由图可见，500×10^{2}Pa以下气柱中的可降水量占全气柱可降水量的90%，而湿润地区的厦门850×10^{2}Pa以下可降水量又占500×10^{2}Pa以下可降水量的50%以上。可降水主要集中在对流层下部的这种垂直分布特性对于对流层下部天气过程的发展和大气中水资源的利用均有重要意义。

表 1 全国各大水系上空多年平均水汽含量

水系	东北	黄淮海	长江	珠江及东南沿海	印度洋	北冰洋	内流区	全国
水汽含量(km^3)	14.8	23.1	47.3	24.9	8.0	0.8	25.6	144.5
水汽含量(mm)	11.5	14.5	25.2	36.1	10.5	8.9	7.8	15.1
控制面积(10^4km^2)	129.0	159.0	188.0	69.0	76.0	9.0	330.0	960.0

注 水系划分及控制面积系根据《中华人民共和国地图集》，地图出版社，1979年。

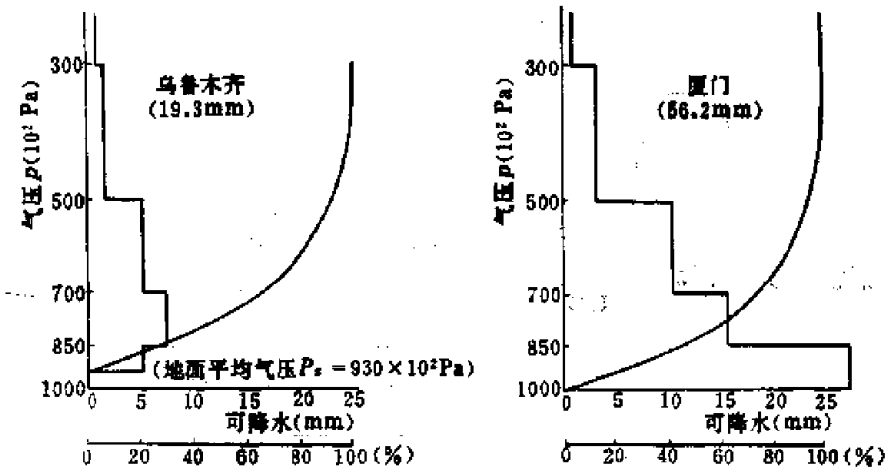


图 2 乌鲁木齐、厦门7月各气层可降水随高度的分布

三、可降水的逐年变化

图 3 显示了我国大陆上空年平均可降水的逐年变化。从图 3 可以看出，六十年代初期我国上空大气中水汽含量较丰沛，以后逐趋减少，1968～1972年减至最低值，1973年后又有回升的趋势。变化幅度虽然不大，但却表现出丰枯变化的性质。为了进一步证实这种丰枯变化，笔者对比了图 1 和1961～1975年逐年全国年平均可降水分布等值线图，看到六十年代初

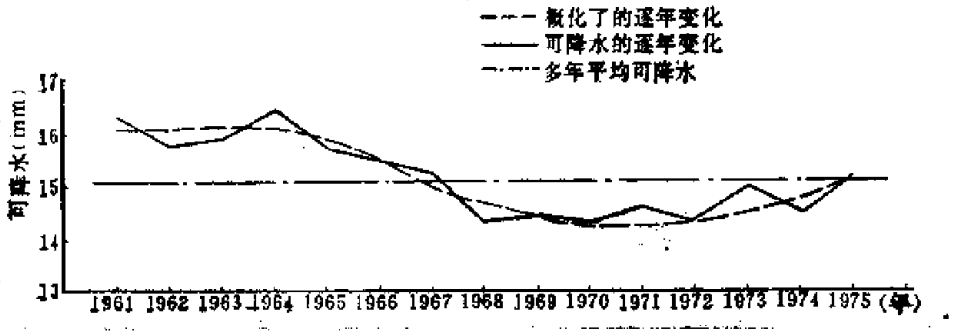


图 3 中国大陆上空年平均可降水的逐年变化

期，例如1964年，其20mm可降水等值线越过了图1中20mm可降水等值线的位置（郑州～西安一线），北推到了邢台、平凉以北。30mm等值线也越过了该等值线的多年平均位置，从长江沿岸北推到了淮河、秦岭一带。40mm等值线则越过了北回归线，北移到了20°N附近。1968～1972年期间，则从其多年平均位置摆向了南边，1973年后又转而北进。上述的变化与图3所示的丰枯变化情况十分一致。

四、可降水的季节变化

我国可降的年内分配是很不均匀的，呈现明显的季节变化，夏季可降水量几乎为冬季的4～5倍（图4）。这种季节变化也反映在其地理分布特点上。

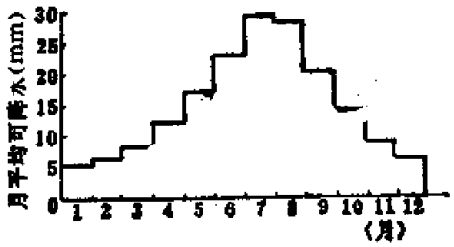


图4 可降水的年内分配

图5可以代表冬季可降水的分布形势。可以看到：①除云贵高原边缘地区外，等值线基本与纬圈平行；②20mm等值线横贯华南及东南沿海，是冬季的高值区，东北、内蒙古仅2～3mm，青藏高原广大地区不足2mm，是全国的低值区；③可降水在冬季较小且分布均匀，105°E以东地区平均南北梯度不足每纬度1.0mm，这主要是由于冬季我国大陆绝大部

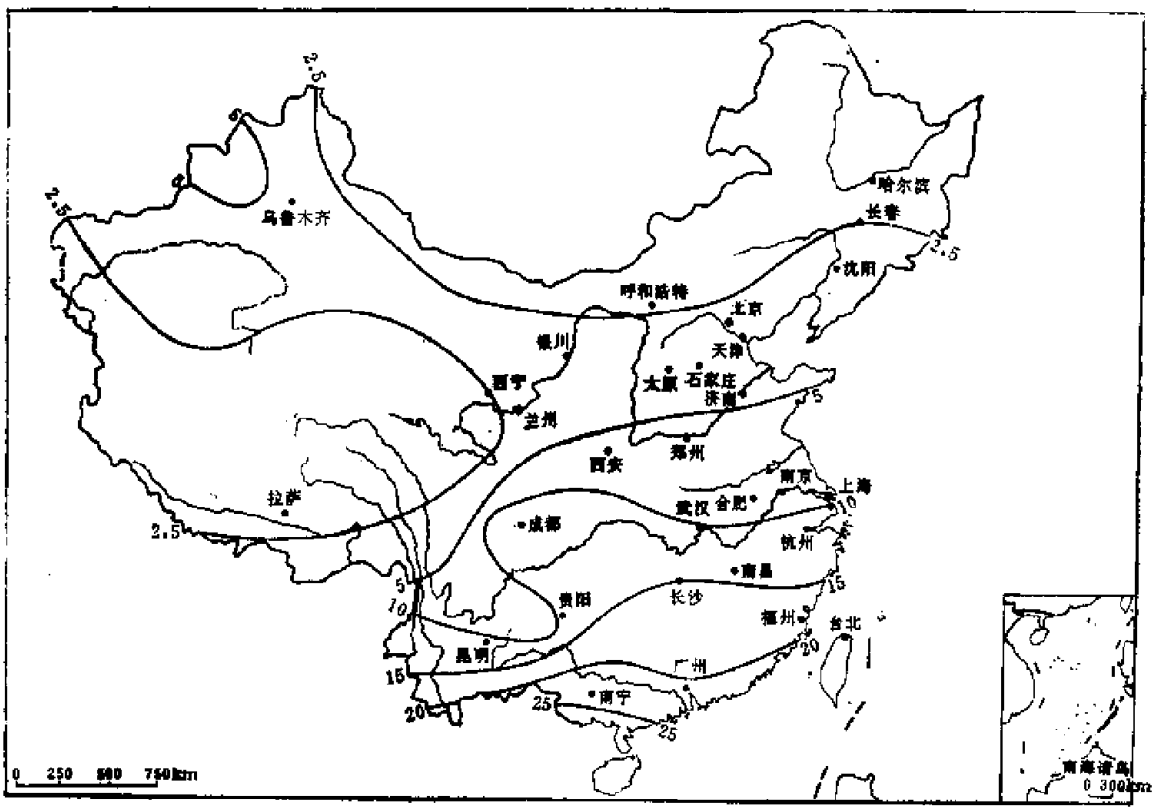


图5 1月平均可降水分布 （单位：mm）

分地区为干冷的极地大陆气团所控制，而这种气团水汽含量很小且分布较均匀的缘故。

图 6 可以代表春季可降水的分布形势。与冬季相比：①全国可降水量已普遍增大；②华南沿海仍为可降水高值区，并在 6 月达到全年最大，且存在一个自东南沿海向长江中上游延伸的湿舌；③等值线的梯度明显增大，105°E以东地区等值线南北梯度已增大到了每纬度 2.4mm。

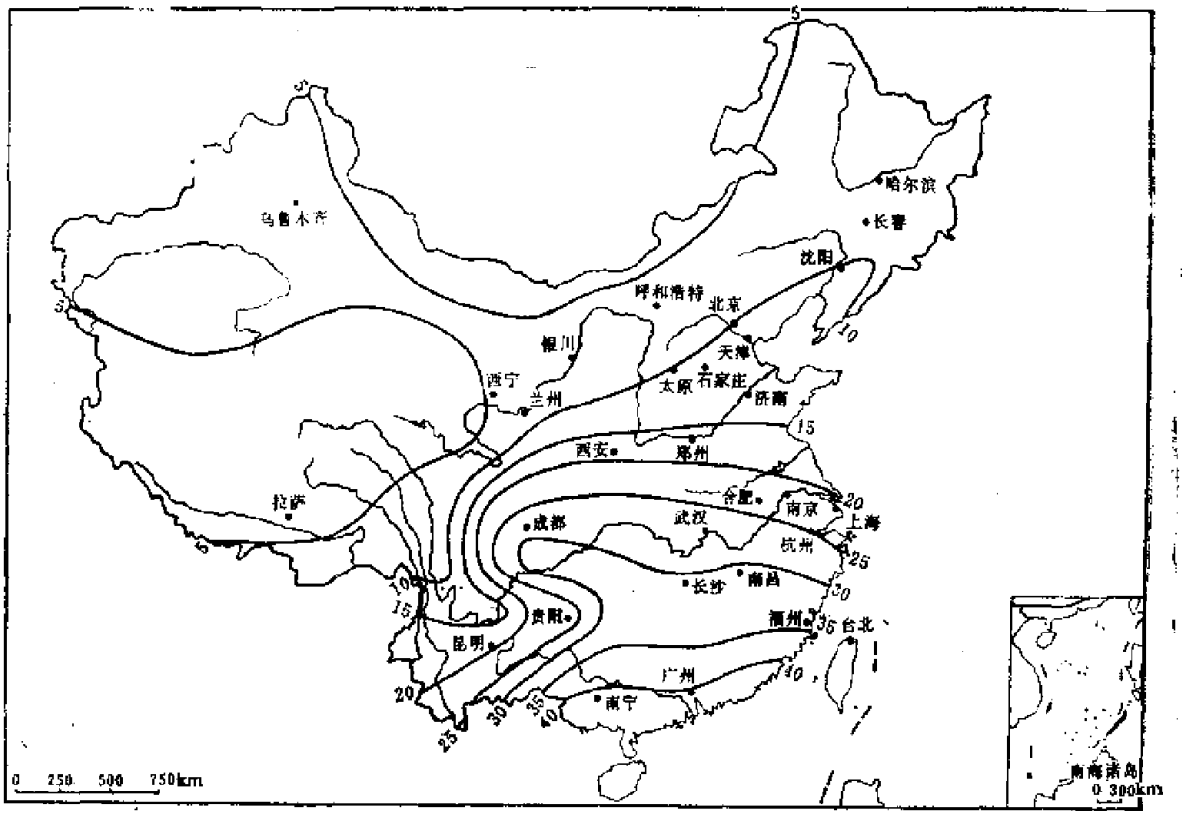


图 6 4月平均可降水分布 （单位：mm）

图 7 可以代表夏季可降水的分布形势。基本特点是：①可降水在全国已普遍增至全年最大值，青藏高原仍为全国的低值区，但数量上也增大到了10～15mm；②等值线已由基本平行纬圈扭转为东北-西南走向，与纬圈平均夹角达40°左右；③云贵高原边缘等值线密集并与地形走向相一致，表现出地形影响在夏季尤为显著；④总的分布形势与我国可降水极值分布形势颇为相似[5]。

图 8 可以代表秋季可降水的分布形势。与夏季相比：①各地可降水量已普遍减小，东北、内蒙古和西北地区减小尤快；②等值线已由夏季与纬圈的很大交角重新回复到近乎与纬圈平行；③总的形势与春季较为接近，表现出过渡季节的性质。

可降水的上述季节变化与我国雨季和雨带的进退颇为一致[4]，反映了彼此在季节变化方面的密切关系。

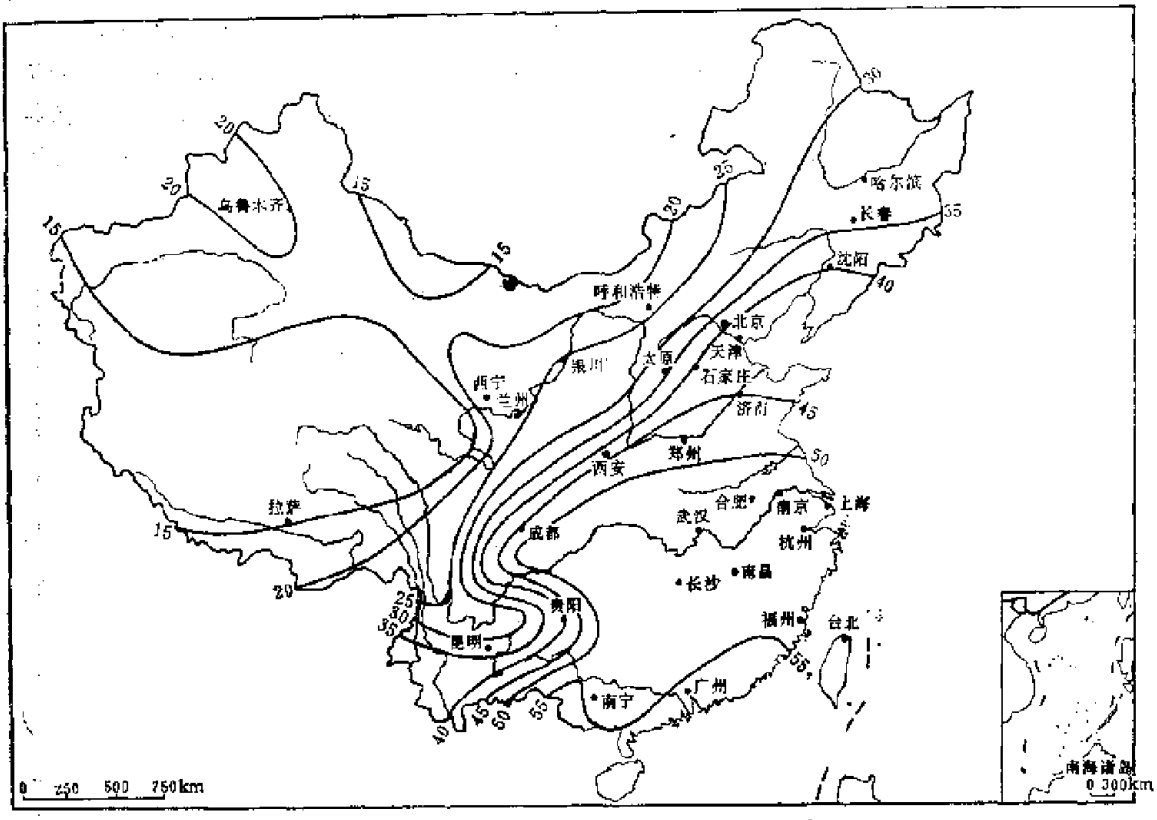


图 7 7月平均可降水分布 （单位：mm）

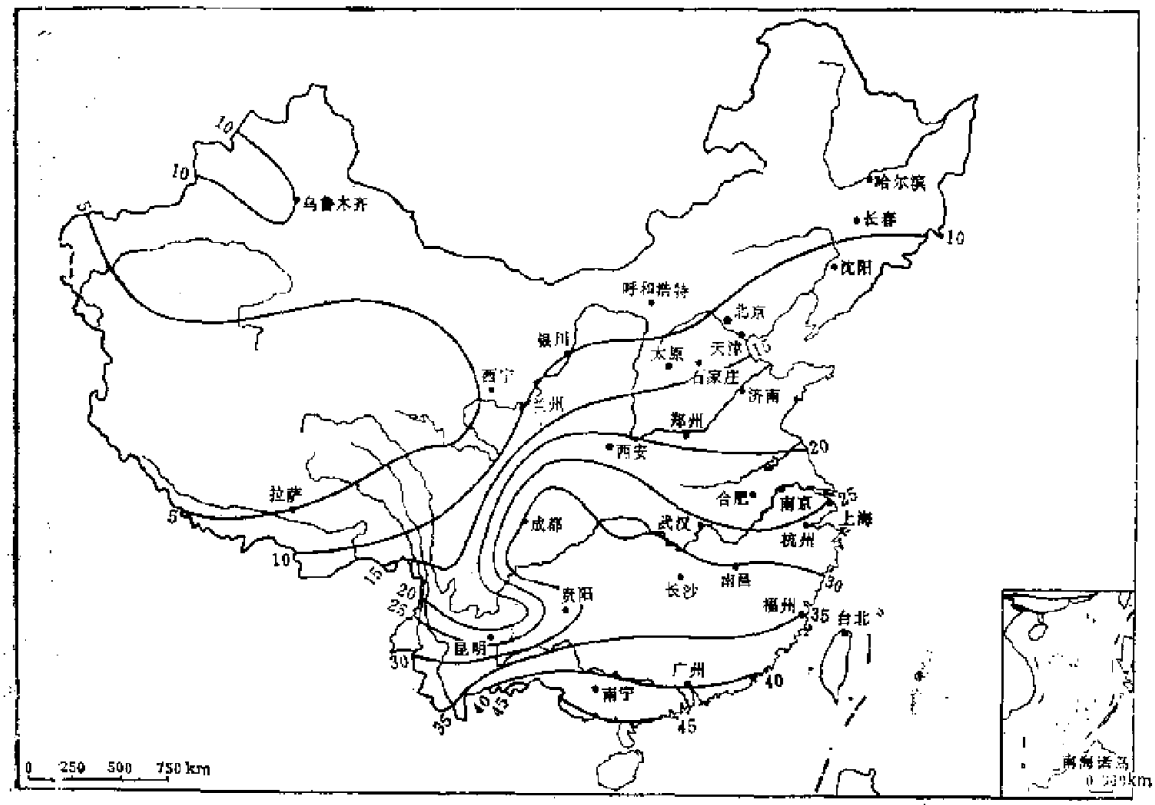


图 8 10月平均可降水分布 （单位：mm）

五、可降水的多年变化

本文用离差系数C_v描述可降水的多年变化。如图9所示，长江流域以南广大地区是低

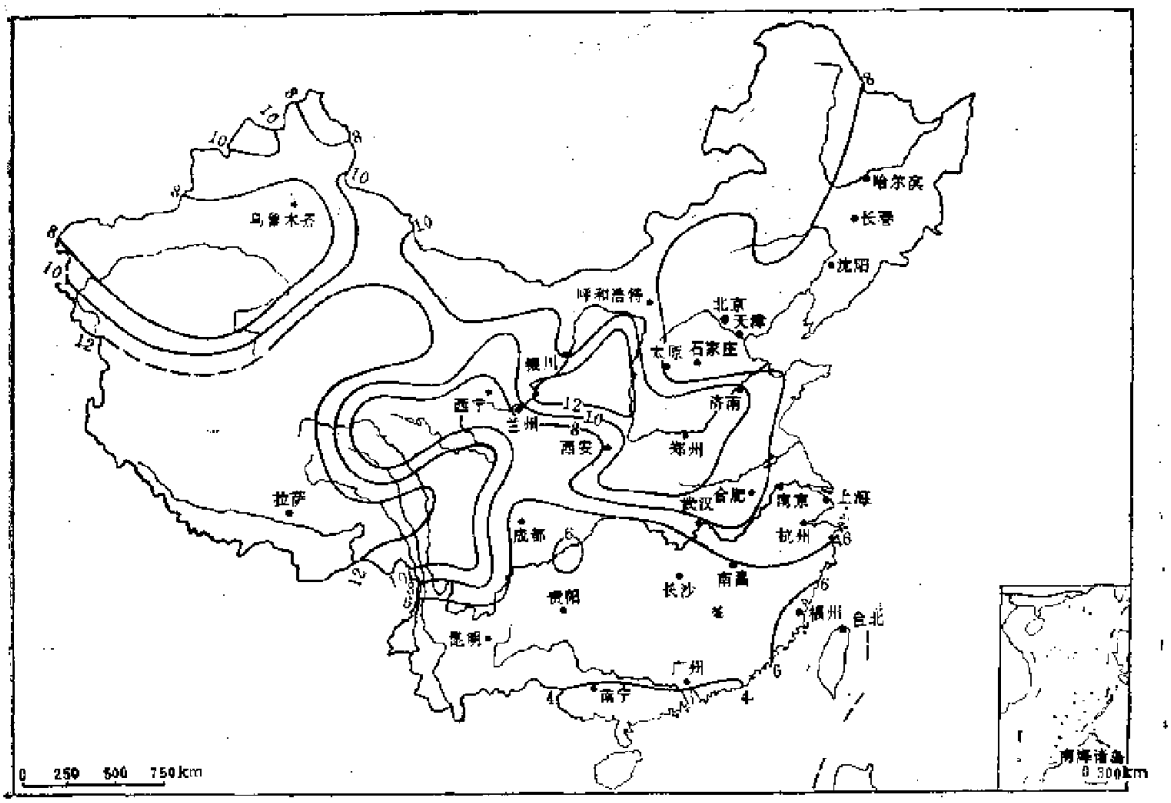


图 9 年平均可降水离差系数C_v年等值线（图上读数乘10^{-2}）

值区，华南沿海最低；黄、淮、海流域则是高值区，黄河河套地区最高；青藏高原离差系数较大，而南疆地区离差系数则较小。总的分布形势是：冬春季风交替最盛的地区，即湿润区与干旱区交界地带，离差系数较大。华南沿海由于主要受暖湿空气控制，冬季干冷空气南侵机会较少；新疆和甘肃地区由于青藏高原的屏障，夏季风不能长驱直入，所以两地年平均可降水离差系数均较小。

从图10和图11可以看到，月平均可降水的离差系数分布形势随着季节而不同。冬季（以1月代表），115°E以东和100°E以西为高值区，二者之间和华南沿海为低值区，呈现出东西高、中部低的形势；夏季（以7月代表），离差系数自东南向西北递增；春秋处于过渡形势（图略）。由图12可见，冬季月平均可降水离差系数较大，夏季逐趋减小，入秋后复又增加。

离差系数的这种分布形势、年内变化与我国降雨量离差系数的分布、年内变化十分相似[2,6]，其数值约在0.04～0.25之间，比降雨量离差系数约小一个量级。

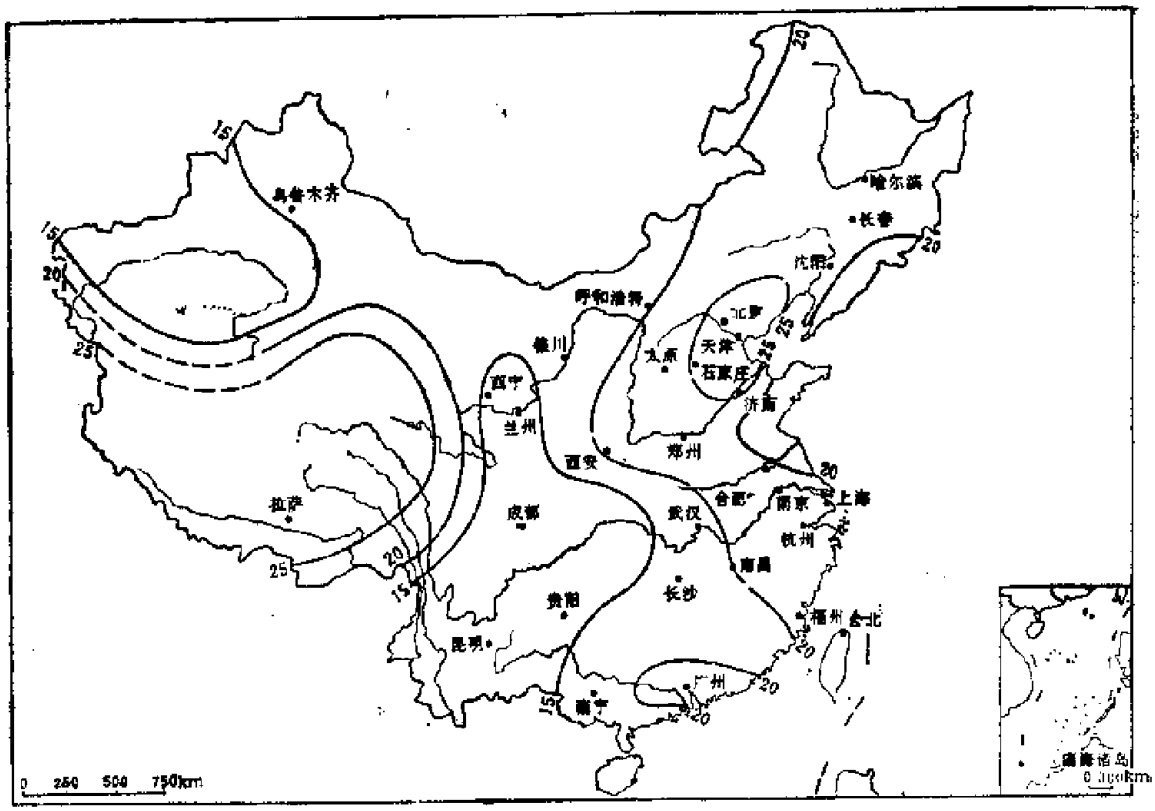


图 10　1月平均可降水离差系数C_v1月等值线（图上读数乘10^{-2}）

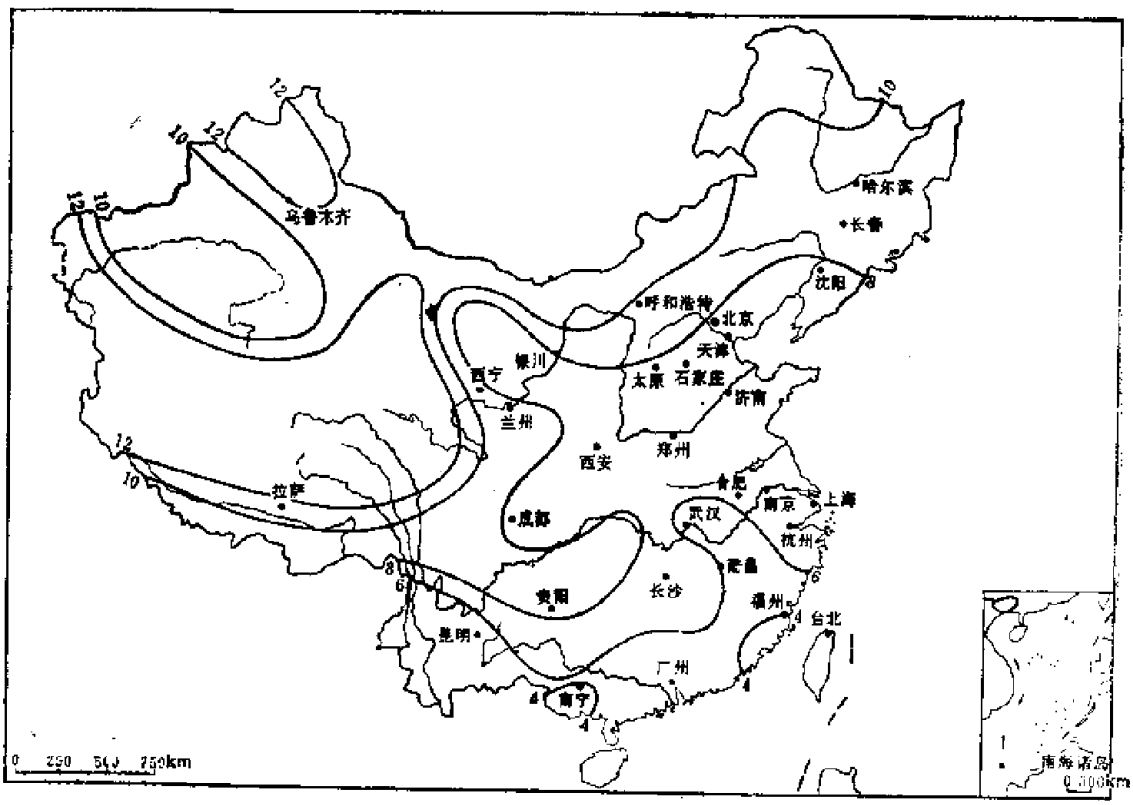


图 11　7月平均可降水离差系数C_v7月等值线（图上读数乘10^{-2}）

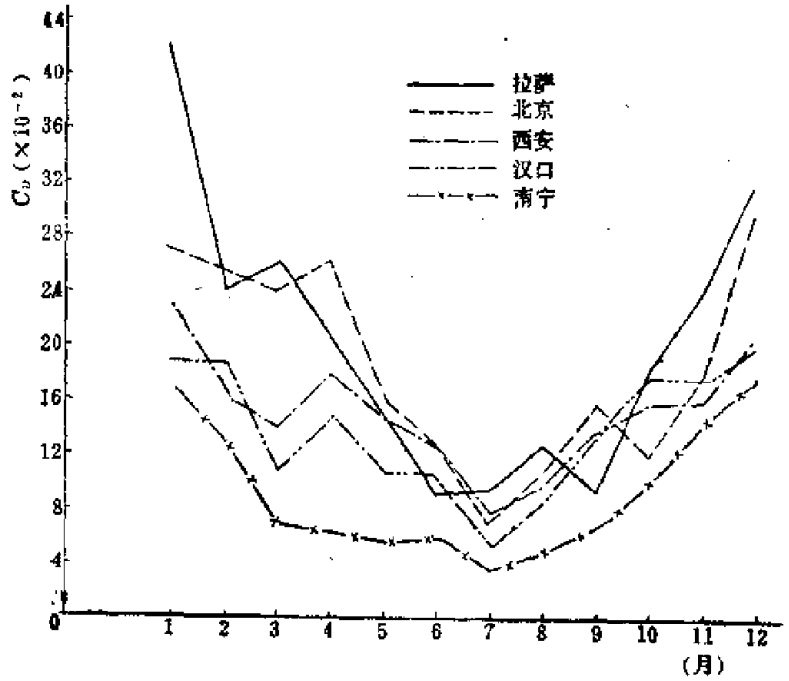


图 12 月平均可降水离差系数C_v的年内变化

六、结 语

本文利用探空站观测资料，对我国大陆上空可降水的时空分布做了系统的研究，给出了可降水的时间和空间分布图，并得到了以下的认识。

（1）我国大陆上空大气中所含水汽量为144.5km^3，约占全球大气中水汽含量12900km^3的1/89[1]，折合成全国大陆面积上的平均水深为15.1mm。这些水汽约有45%分布在长江中下游及华南、东南沿海地区上空，西北是可降水含量最小的地区，总的分布形势由东南沿海向华北和西北递减。可降水的垂直分布很不均匀，约有90%集中在500×10^2Pa以下的大气中。

（2）我国大陆上空大气中水汽含量的逐年变化，表现出丰枯水变化的性质，1961～1966年水汽含量较丰沛，1967～1975年则低于多年平均值。

（3）可降水的年内分配很不均匀，夏季几乎是冬季的4～5倍。可降水的地理分布随季节的不同而明显变化，与季风的进退相一致，从可降水的时空变化上反映了我国季风气候的特点。

（4）可降水多年变化的离差系数C_v在0.25～0.04之间，约比年雨量的离差系数小一个量级。离差系数有明显的季节变化，夏季小而冬季大，地理分布也因季节而异。

（5）可降水无论在地理分布，多年变化和季节变化方面都与雨量的时空分布特征相近，表现了两者的密切关系，它们同是我国季风气候的反映。

（6）决定我国大陆上空可降水时空分布特点的主要因素是纬度、地形、海陆分布和季风，青藏高原的屏障作用显得十分重要。

参 考 文 献

[1] World Water Balance and Water Resources of the Earth, edit. UNESCO, 1978.

[2] 水利水电科学研究院水文研究所，中国水文图集，地图出版社，1963。

[3] 刘国纬，中国大陆上空湿度极值的空间分布，本论文集。

[4] 北京大学地球物理系气象教研室，天气分析和预报，科学出版社，1976。

[5] 水利水电科学研究院，中国各地的雨量和径流（研究报告 8），水利电力出版社，1958。

中国大陆上空湿度极值的空间分布*

刘 国 纬

一、引 言

大气中某处（或某气柱）的湿度极值是指该处（或该气柱）在现有实测资料范围内所出现的最大湿度值。考虑到便于可能最大暴雨估算的实际应用，本文采用同一等压面上各处历年出现的最大露点和根据各气层最大露点外包线计算的可降水作为该处（或该气柱）湿度极值的指标。

探讨湿度极值的空间分布不仅对我国气候特点和灾害性天气的研究有重要意义，也是水利工程、桥涵建设中估算可能最大降水一项不可缺少的资料。例如，根据极值可降水等值线图，可以方便地推算设计地点可能最大暴雨的水汽放大系数。

本文以全国94个探空气象站1961～1975年实测探空资料为依据，首次绘制了全国大陆上空各主要等压面上历史最大露点等值线图和全国极值可降水等值线图。从而给出了我国大陆上空湿度极值的空间分布，并对其特点进行了初步分析。

二、历史最大露点的空间分布

根据全国94个有同步观测的长系列探空气象站1961～1975年共1410站年的探气资料，统计出各站不同气压高度处的历史最大露点，并对照当时天气图进行合理性的分析，然后绘制成1000×10^2Pa、850×10^2Pa、800×10^2Pa、700×10^2Pa和500×10^2Pa各等压面上的历史最大露点等值线图（图1～图5）。它描绘出了我国大陆上空历史最大露点的空间分布，并表现出以下的基本特点：①在1000×10^2Pa至800×10^2Pa等值线图中，长江中下游为湿度的高值区，黄河以北至东北全境存在一个自西南向东北延伸的湿舌；在700×10^2Pa等值线图中，高值区位于云南、贵州、广西一带，也表现出一个自西南向东北延伸的湿舌。这一分布形势从一个侧面反映了我国上空水汽主要来自南及西南方向；②$500\times10^2$Pa等压面上露点分布比较均匀，一般在0℃左右。说明在5000m高空湿度已经很小而且分布比较均匀；③在1000×10^2Pa近地面气层内，存在一些局部的高湿中心，直到800×10^2Pa这些中心才逐趋削弱乃至消失。这种现象清楚地表明下垫面的局地因素（湖泊、河流、盆地、山势）对湿度分布的明显影响。这种影响随着高度的增加而逐趋减弱。因此，在这些地区选择地面历史最大露点来估算可能最大降水的水汽放大系数时，应当特别谨慎；④在高纬度地区，等值线呈明显纬向分布，表明中低纬度扰动引起的水汽输送在这一地带已显著减弱，纬度成为影响水汽分布的主要因素；⑤分别计算了各测站历史最大露点从地面至500×10^2Pa的垂直递减率，平

* 本文于1982年完稿。

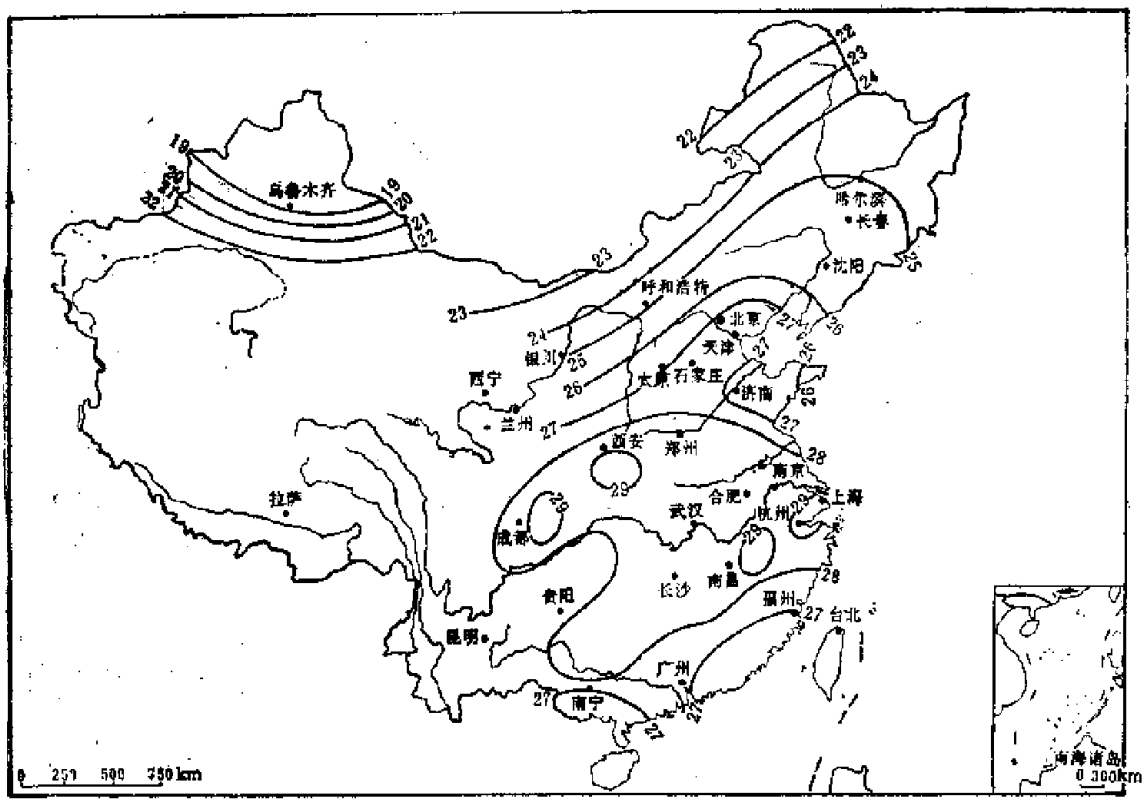


图 1 1000×10^2Pa最大露点（℃）等值线图

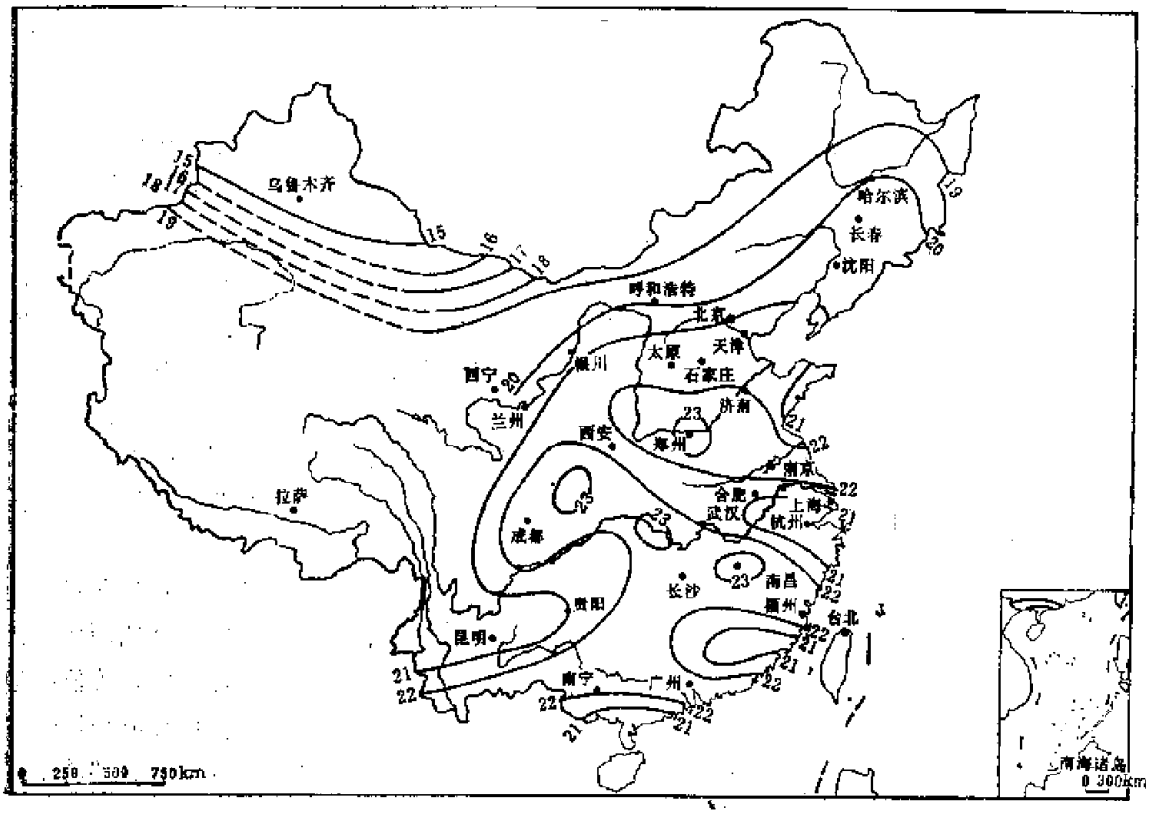


图 2 850×10^2Pa最大露点（℃）等值线图

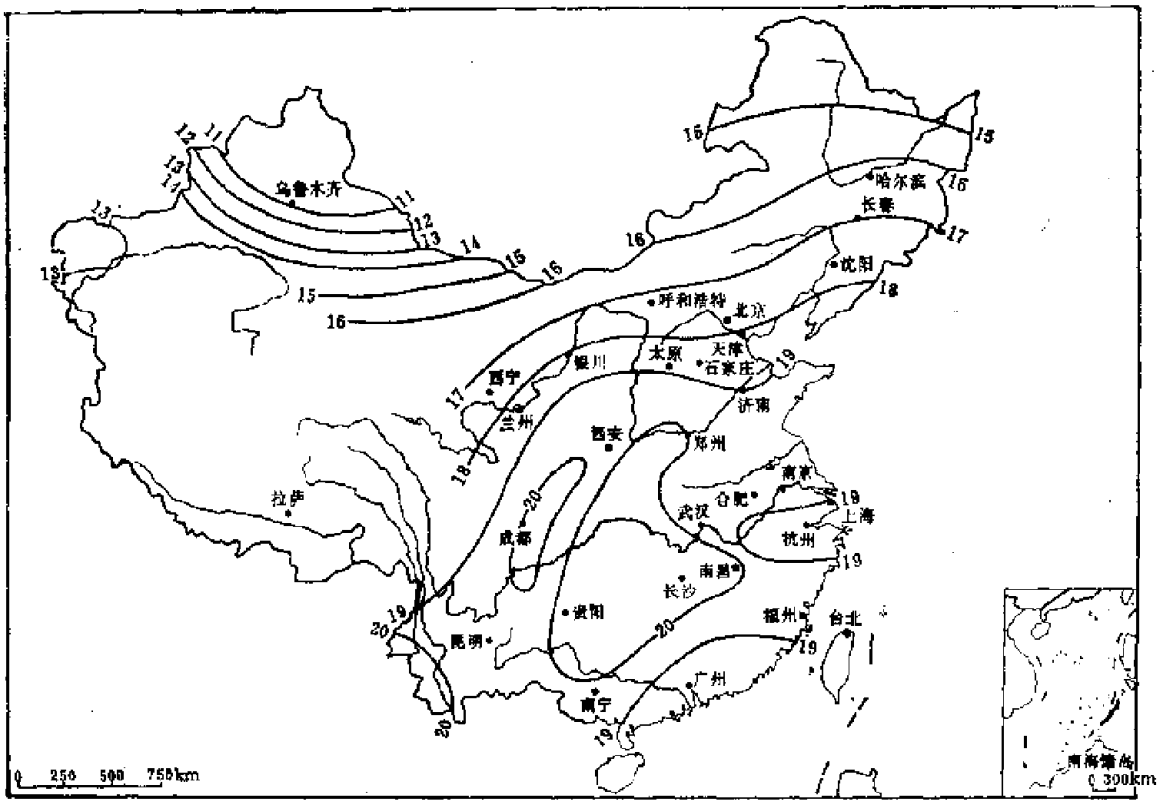


图 3 800×10^{2}Pa 最大露点（℃）等值线图

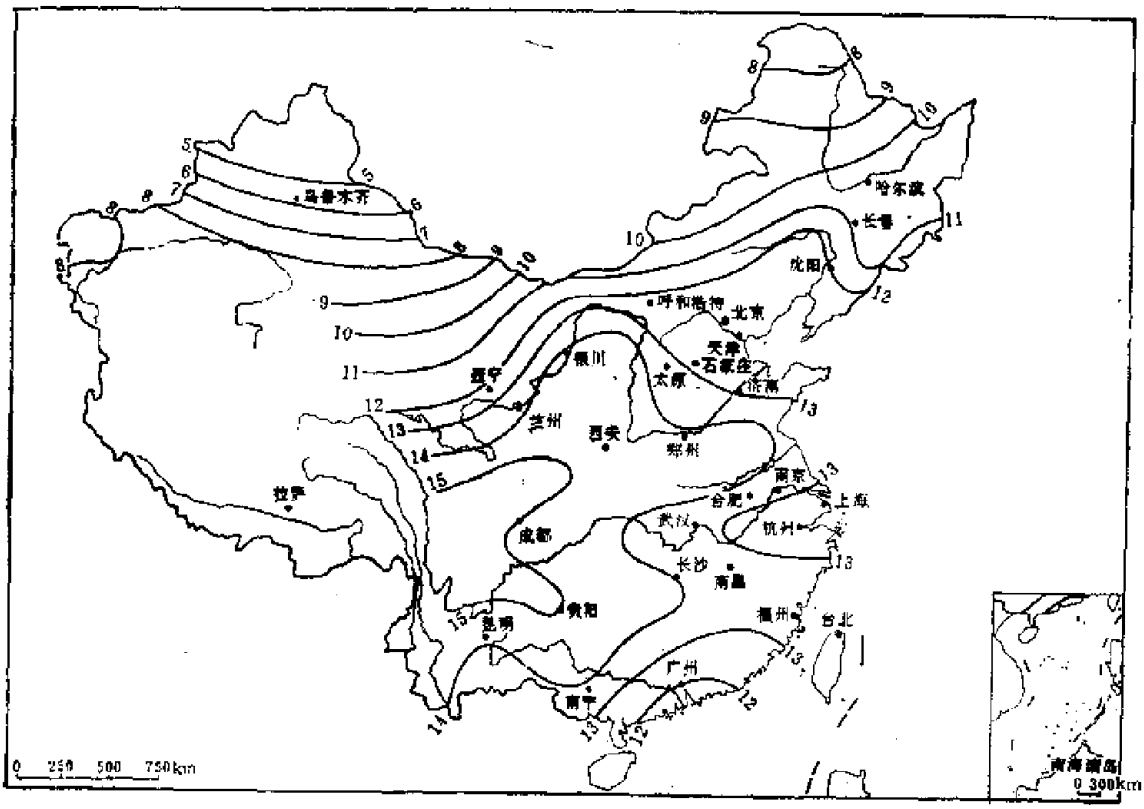


图 4 700×10^{2}Pa 最大露点（℃）等值线图

均每向上减少10×10²Pa气压高度，历史最大露点约降低0.6℃。

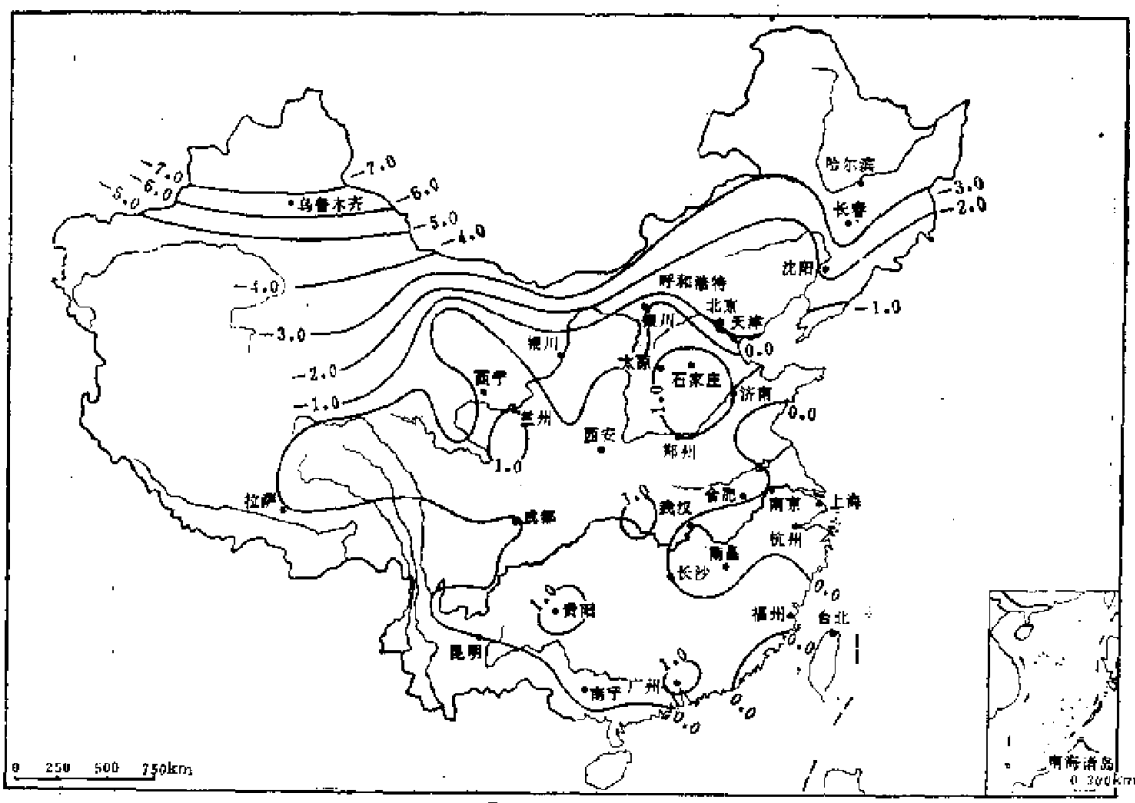


图 5 500×10²Pa 最大露点（℃）等值线图

三、极值可降水等值线图

自地面至大气层顶的垂直气柱内所含的全部水汽凝结成液态水时，在气柱底部所相当的水深（mm）称为该气柱的可降水。某测站上空气柱可降水的极大值称为该气柱的极值可降水，可按以下步骤计算：①从该站历年探空湿度资料中统计分析出各等压面（包括规定层和特性层）的年最大露点值，经分析后点绘于气压-露点直角坐标中，则可绘出该站历年各高度上最大露点外包线（图 6）。②应用公式

$$W = \frac{1}{g}\int_{p_z}^{p_s} q\,dp \qquad (1)$$

计算出该站历史最大露点外包线所相应的可降水，即为该站的极值可降水。式（1）中，W 为气柱可降水量（mm）；g 为重力加速度（cm/s²）；p_s 为地面气压（10²Pa）；p_z 为计算气柱的上界气压（10²Pa），本文取200×10²Pa；q 为比湿（g/kg）。由于外包线上的露点值均系实际出现过，而又很难同时出现，所以在可能最大暴雨计算中也常被称为可能最大可降水。根据全国 94 个探空气象站1961～1975年同步资料系列，分别计算出各站的极值可降水值；③绘制全国大陆上空极值可降水等值线图（图 7）。

从极值可降水等值线图可看出：①东及东南部为高值区，逐渐向西及西北递减。等值线

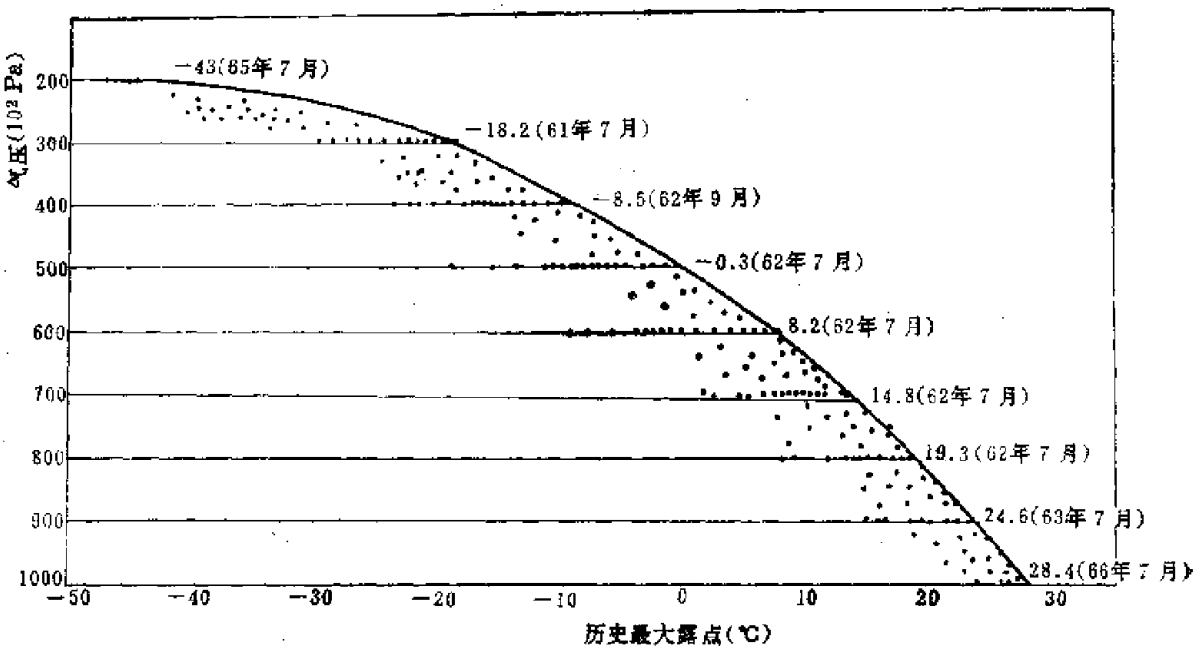


图 6 阜阳站历史最大露点（℃）外包线

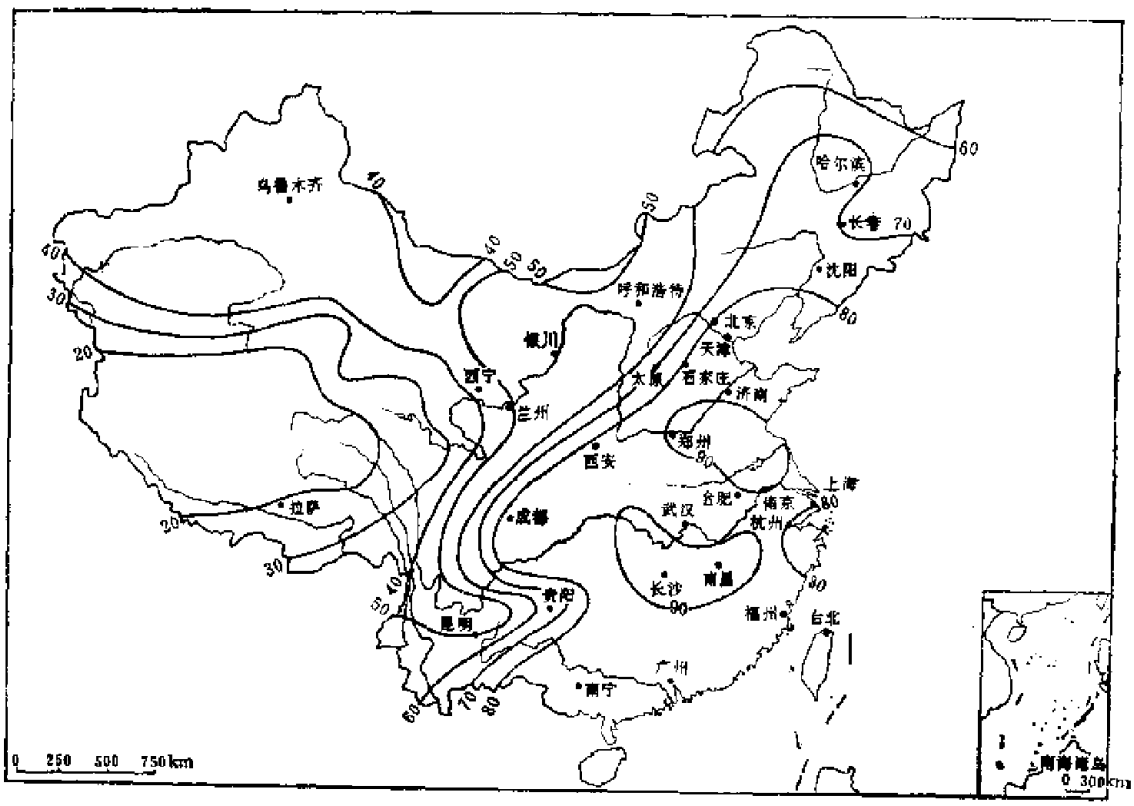


图 7 极值可降水（mm）等值线图

走向与我国大地势走向甚为吻合，表现出除纬度和大气环流的影响外，海拔高度和大地势屏障作用对可降水分布的明显影响；②从极值可降水等值线图可求出我国大陆上空极值可降水

表 1 各大水系上空极值可降水量

水系 / 可降水	东北	黄淮海	长江	珠江及东南沿海	印度洋	北冰洋	内流区	全国
(km^3)	88.0	107.0	135.0	56.3	22.5	4.0	132.8	545.6
(mm)	68.2	67.3	71.8	81.6	29.6	44.4	40.2	56.8

注：水系划分及各水系面积系根据《中华人民共和国地图集》，地图出版社，1979年。

量为545.6km^3，折合成全国面积上的平均水深为56.8mm，约为我国大陆上空平均可降水的3.7倍。全国各大水系上空的极值可降水量如表1；③极值可降水量主要集中在大气的底层。其中，800×10^2Pa以下可降水量约占全气柱可降水量的47%，700×10^2Pa以下可降水量约占全气柱可降水量的65%，而500×10^2Pa以下占全气柱的90%。

综上所述，比较清楚地描绘出了我国大陆上空湿度极值空间分布的轮廓，给出了较清晰的概念，为气候学和可能最大降水研究提供了湿度极值方面的依据。

关于暴雨水汽放大的几个问题*

刘国纬 董素珍** 刘城鉴

一、水汽放大基本公式的检验

水汽放大方法采用的降水公式为

$$H=W\eta \quad [1] \qquad (1)$$

因而可以写出水汽效率联合放大公式为

$$H_m=H_{典}\frac{W_m}{W_{典}}\frac{\eta_m}{\eta_{典}}=H_{典}k_w k_\eta \qquad (2)$$

式中 H_m ——可能最大暴雨，mm；

$H_{典}$ ——典型暴雨，mm；

W_m ——相应于H_m的代表性可降水，mm；

$W_{典}$ ——相应于$H_{典}$的代表性可降水，mm；

$k_w=\frac{W_m}{W_{典}}$ 水汽放大系数；

$k_\eta=\frac{\eta_m}{\eta_{典}}$ 效率放大系数；

η_m——相应于H_m的效率；

$\eta_{典}$——相应于$H_{典}$的效率。

现行方法认为，当$H_{典}$已经是高效暴雨的情况下，则$k_\eta=1.0$，此时式（2）变为

$$H_m=H_{典}k_w \qquad (3)$$

式（3）即为常见的水汽放大公式[2]。它表示，在高效暴雨条件下，降雨量的大小与可降水的大小成正比。当可降水达到可能最大值W_m时，相应的降雨量也达到可能最大值H_m。现在的问题是，这个公式和我国暴雨实际情况是否符合。

为了用实际资料对水汽放大公式进行检验，分析了300场大暴雨的地面代表性可降水$W_{地}$（用暴雨的地面代表性露点$T_{d地}$按饱和假绝热大气湿度层结曲线推算的可降水）和130场大暴雨的探空代表性可降水$W_{空}$（按暴雨水汽输送通道上的探空资料计算的可降水），分别将$W_{地}$及$W_{空}$和所对应的暴雨中心最大24小时雨量H_{24}点绘于图1和图2。

从图1和图2可以看出，对应同一W，相应的雨量有很大的差异，点群是散乱的。这是因为雨量的大小不仅取决于W（水汽条件），而且取决于效率（动力条件）。对应同一水汽条件，效率越高，雨量越大；从图1和图2还可以看出，对应任一W，相应的H_{24}存在着一

*本文完稿于1979年，1985年作了修改。

南京气象学院

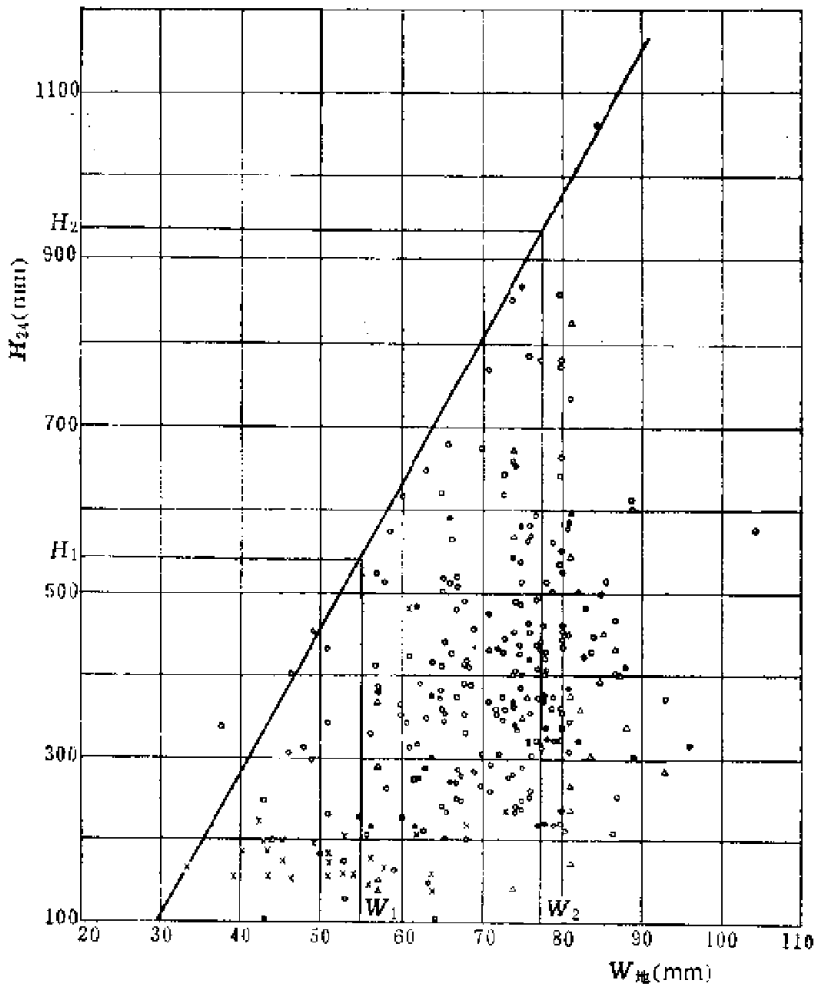


图 1 $H_{24}\sim W_{地}$外包线

个最大值max（H_{24}），通过这些max（H_{24}）可以作出一条外包线（通常数学上的外包线是指除外包线上的点据外，其余点据均包络在其一侧，这里所指的外包线并不如此严格），其外包线型表现为一条直线。显而易见，位于外包线上及其附近的点据都是一些高效暴雨，从而突出地显示了高效暴雨条件下W与H_{24}之间的关系：

$$\frac{H_2}{H_1}=\frac{W_2-W_0}{W_1-W_0} \qquad (4)$$

W_0是H_{24}为0时的$W_{地}$值，在图1中，$W_0=24$mm，在图2中，$W_0=20$mm。若视H_1、W_1为$H_{典}$、$W_{典}$，H_2、W_2为H_m、W_m，则有

$$\frac{H_m}{H_{典}}=\frac{W_m-W_0}{W_{典}-W_0}=\frac{W_m}{W_{典}}\quad\frac{1-\frac{W_0}{W_m}}{1-\frac{W_0}{W_{典}}} \qquad (5)$$

或写为

$$\Psi_m=H_{典}k_m\gamma \qquad (6)$$

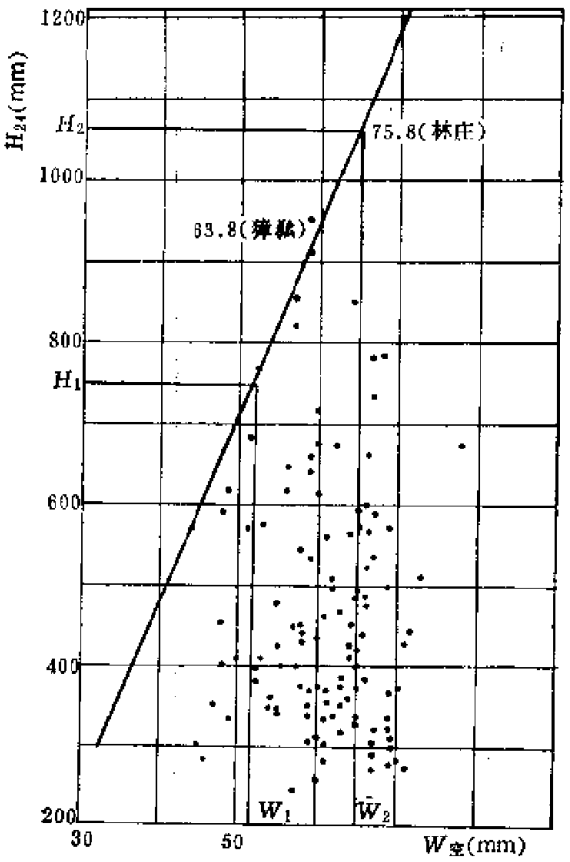


图 2 H_{24}～$W_{空}$外包线

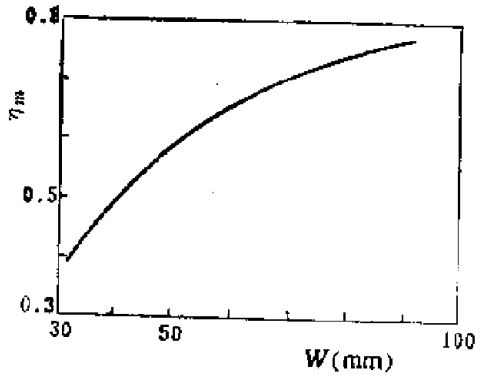


图 3 η_m～W关系图

式中，$k_w=W_m/W_{典}$，$\gamma=(1-W_0/W_m)/(1-W_0/W_{典})$，由于$W_0/W_m<W_0/W_{典}$，所以$\gamma$是一个大于1.0的数。比较式（3）与式（6），可见式（3）是不全面的，还应当乘以一个大于1.0的修正系数γ。

关于修正系数γ与效率的关系可作如下的分析：①在图1和图2中，外包线上的暴雨均属高效暴雨。计算出外包线上每场雨的效率η_m（下角码m表示高效，即外包线上暴雨的效率，下同），并点绘η_m～W关系如图3。从图3可见，各场高效暴雨的效率彼此是不相等的，它随着可降水的增加而增加，表示水汽越充沛，暴雨效率越高。这是显然的，因为向一场暴雨输送了更多的水汽（ΔW）之后，该暴雨系统便获得了更大的能量（ΔE），从而加剧了对流发展，促使其效率增加了（$\Delta\eta_m$）。②按公式（1）可作出H～η～W关系于图4，从图4可见，对应同一效率η_i，H随W增加而增加。对应同一可降水W_i，H随着效率η_i的增加而增加；将图1或图2中的外包线绘于图4中，它与一系列等η线相交，则每一交点表示在该点相应的可降水条件下所达到的最大效率。

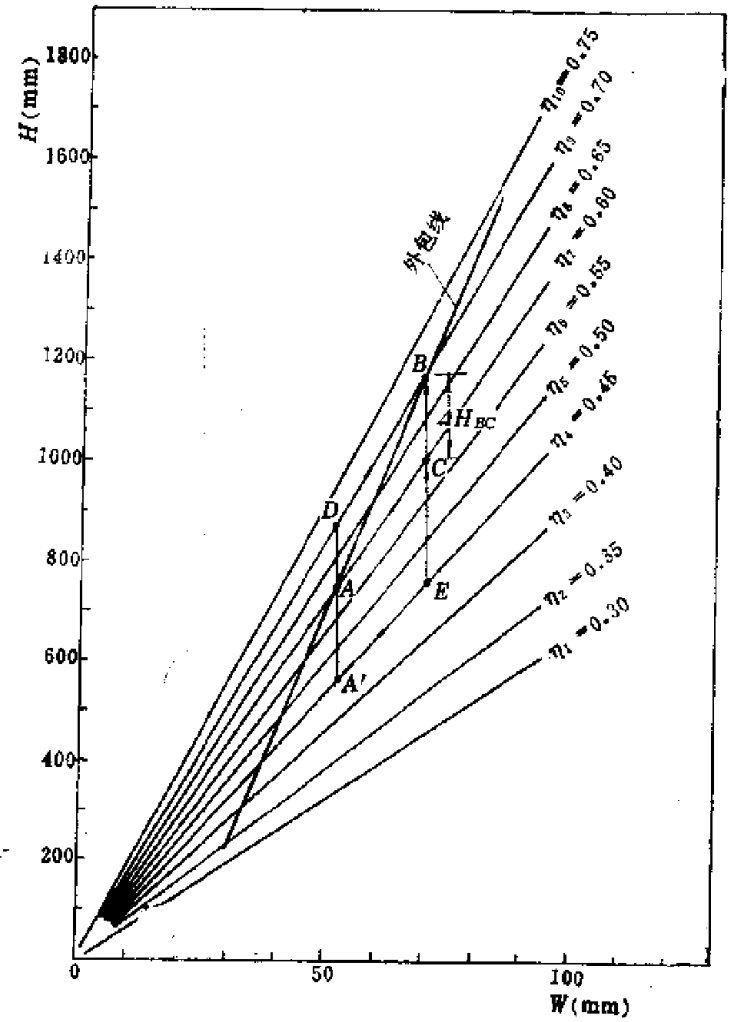


图 4 $H\sim\eta\sim W$关系图

设有一场高效暴雨A，其效率$\eta_{mA}=\eta_7$，将它沿外包线放大到B，根据公式（6）则有

$$H_B=H_A\frac{W_B}{W_A}\gamma \qquad (7)$$

事实上，也可先将A沿等效率线进行水汽放大至C，即把可降水由W_A放大到$W_C=W_B$，得到C点，然后固定水汽$W_C=W_B$，将效率由$\eta_C=\eta_{mA}=\eta_7$放大至$\eta_{mB}=\eta_9$（或先将A进行效率放大至D，然后再进行水汽放大至B），则得到被放大后的高效暴雨

$$H_B=H_A\frac{W_B}{W_A}\frac{\eta_{mB}}{\eta_C}=H_A\frac{W_B}{W_A}\frac{\eta_{mB}}{\eta_{mA}} \qquad (8)$$

比较式（8）与式（7），可见

$$\gamma=\frac{\eta_{mB}}{\eta_{mA}} \qquad (9)$$

当H_A为高效典型暴雨$H_{典}$，H_B为欲估算的可能最大暴雨H_{PMP}时，则有

$$\gamma=\frac{(\eta_m)_{PMP}}{(\eta_m)_{典}} \tag{10}$$

由式（9）和式（10）可见，γ为两场高效暴雨之间的效率比值。它表示，当将一场高效暴雨进行了水汽放大之后，由于水汽增加，其效率也将随之增加。亦即，水汽条件不同的两场高效暴雨的效率是不相等的。因而现行方法认为当$H_{典}$已经是高效暴雨的情况下，效率便不再变化，效率放大系数$k_\eta=1.0$，进而推出公式（3）是不充分的，它忽略了由于水汽放大而引起的效率变化，因而使放大成果偏小了ΔH_{BC}。③当欲将一场非高效典型暴雨A'放大到高效暴雨B时，可先设想固定可降水$W_A=W_A'$，而将效率由η_A'放大到η_{mA}，然后再按上述步骤由A放大到B，即有

$$H_B=H_A\frac{\eta_{mA}}{\eta_A'}\frac{W_B}{W_A}\frac{\eta_{mB}}{\eta_{mA}} \tag{11}$$

或先沿等效率线$\eta_A'=\eta_A$将可降水由$W_A'=W_A$放大到$W_B=W_B$，得E点，然后固定可降水$W_B=W_B$，将效率由$\eta_E=\eta_A'$放大到η_{mB}，则有

$$H_B=H_A\frac{W_B}{W_A}\frac{\eta_{mB}}{\eta_A'} \tag{12}$$

比较式（11）与（12），并令 $K_\eta=\frac{\eta_{mB}}{\eta_A'}$

则有

$$K_\eta=\frac{\eta_{mA}}{\eta_A'}\frac{\eta_{mB}}{\eta_{mA}}=k_\eta\gamma \tag{13}$$

式中，k_η为将非高效暴雨A'（效率为η_A'）在可降水不变情况下放大至高效暴雨A（效率为η_{mA}）时的效率放大系数，γ为将高效暴雨A进行水汽放大至高效暴雨B时引起的效率修正系数，K_η为将非高效暴雨A'进行水汽效率联合放大至高效暴雨B时总效率放大系数。可见用非高效暴雨进行水汽效率联合放大推求PMP时，其总效率放大系数K_η可分解为k_η与γ之积，这一认识是十分有益的。

值得指出的是：①上述外包线在现有资料范围内视为直线，向上延长是否仍呈直线尚待进一步证实。因此，在外延范围内用线性水汽放大公式估算可能最大暴雨仍有一定的假定性。但是，典型暴雨水汽条件一般都较好，外延幅度不至很大；同样，外包线向下延伸是否仍呈直线也有待证实。但不会通过原点，因为倘若通过原点，则表示气柱可降水$W=0$，即比湿$q=0$。事实上，大气柱在任何情况下都不可能出现可降水为零的情况。②上述外包线是根据东北、华北、中南、西南主要大暴雨综合在一起作出的，忽略了不同暴雨特性，倘若考虑上述差异，分区按不同天气系统作出外包线，则能得到更好的结果，例如121次台风大暴雨的外包线（图略）。③上述外包线带有最大值平均的意义，因此，不能认为水汽放大方法估算的可能最大暴雨是百分之百地不会被超越。

二、关于饱和假绝热假定

（1）目前计算水汽放大系数广泛采用美国J.L.H.蒲尔虎斯[2]等人的方案。这个方案假定暴雨期间实际大气是整层饱和的，称饱和假绝热假定，并称此情况下的大气湿度层结曲线为饱和大气湿度层结模式。按此假定，饱和大气中指定气层以下气柱内可降水与相应地面露点

成单值关系，因而可以制定出从地面露点查算可降水的一整套图表。但是，根据我们对阜阳地区1959～1975年日雨量大于50mm的44场暴雨及相应水汽入流通道上的探空站汉口、长沙、南京共1200条探空曲线的分析，只有在很少情况下才接近饱和假绝热的情况。因此，有必要分析饱和假绝热假定对计算水汽放大系数会产生怎样的影响。本节根据实际大气的湿度层结曲线，建立一种实际大气的平均湿度层结模式，然后分别按饱和假绝热大气湿度层结模式和平均湿度层结模式计算水汽放大系数并进行比较，从而考察用不同的湿度层结模式计算水汽放大系数的差异，并对饱和假绝热假定作出评价。

（2）实际大气的平均湿度层结模式的制定。定义在暴雨水汽输送路径上，测站对应相同地面露点的各条实测湿度层结曲线的平均线为该气象站所在地点的平均湿度层结模式。兹以阜阳站为例，说明平均湿度层结模式及$P\sim T_{d地}\sim W_{层}$查算表的制定方法与步骤。

①建立某探空站同一地面露点$T_{d地}$情况下，地面至各气层之间的实测可降水$W_{空}$（按探空曲线计算，如图5中面积$ABCD$）和按不可逆湿绝热线查算的相同气层的可降水$W_{地}$（图5中面积$ABED$）之间的相关关系（图6）。

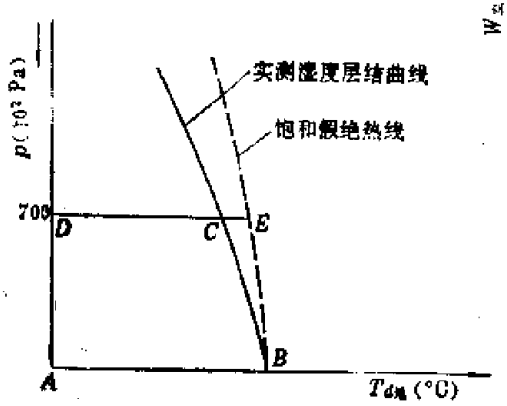


图5 $W_{空}$与$W_{地}$示意图

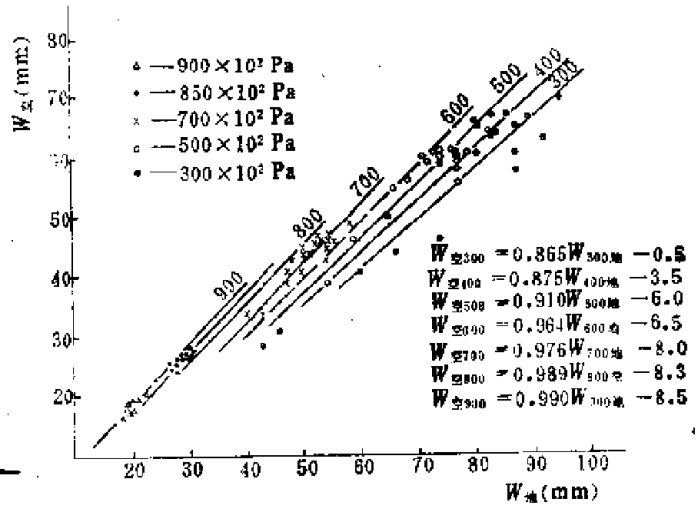


图6 阜阳站1000×10²Pa至各气层间$W_{空}\sim W_{地}$关系

②由图6，可将不同地面露点的$W_{地}$转换$W_{空}$，并把按此求得的$W_{空}$称为$W_{层}$，从而得到图7。

③由式（14）

$$W_{空}=0.01\int_{p_z}^{p_s}q\,dp,\ \text{mm} \tag{14}$$

可将图7转换为图8，即为阜阳地区的平均湿度层结模式。

层结模式一经建立，对应某一地面露点，1000×10²Pa至各气层之间可降水$W_{层}$与气压P之间便存在单值关系，因此，便可由地面露点$T_{d地}$按当地的层结模式计算可降水$W_{层}$。为应用方便，可先制成表格。利用平均层结模式，也可以查算自海平面至任一指定高度之间气柱的可降水量。这只要在图8中加绘一组等高线，二者交织成网（图9），则通过等高线与等$T_{d地}$线的交点，便可从横坐标上读出对应某一地面露点自海平面至指定高度之间气柱的可

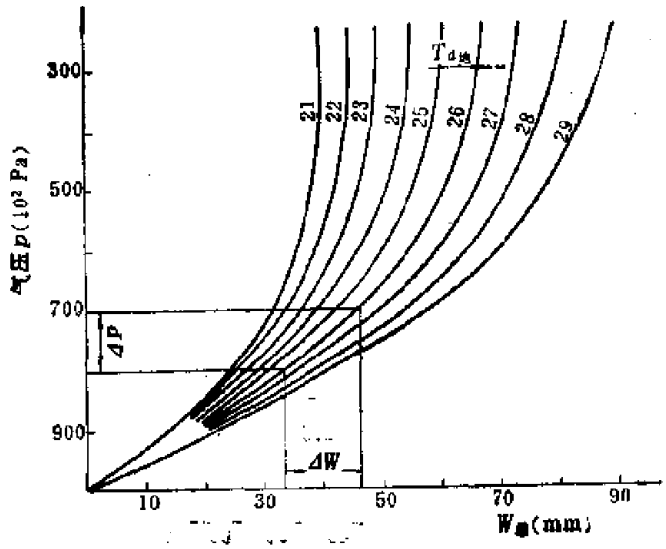


图 7 $P\sim T_{d地}\sim W$ 层关系

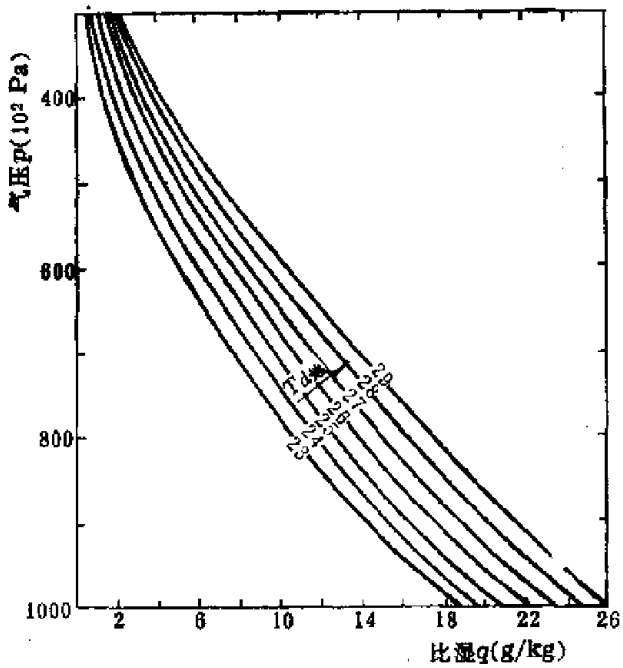


图 8 阜阳平均湿度层结模式

降水量。等高线可以用压高公式

$$h_2-h_1=67.4\times(273.16+t_v)\lg(p_1/p_2) \qquad (15)$$

进行计算。其中，h_1，p_1为计算气柱上界的高度和气压；h_2，p_2为计算气柱下界的高度和气压，并假定海平面气压为1000×10^2Pa，高度为零；t_v为两气层之间的平均虚温，可用气层间平均温度t_m（℃）来代替，气层平均温度可建立平均温度层结模式求得。图9也可以制成表格形式以便应用。

（3）分别按两种层结模式计算水汽放大系数，并进行比较。设以历史最大地面露点$T_{d地}=28$℃相应的可降水作为极大化指标，则可算出各种代表性地面露点情况下的放大系

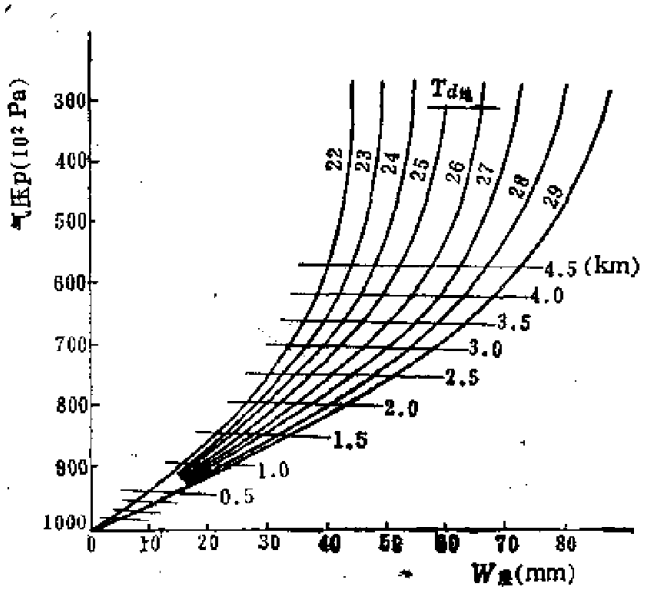


图 9 $p\sim h_{地}\sim T_{d地}\sim W_{层}$ 关系

数于表1。由表1可见：①尽管按两种模式计算的可降水W可相差20mm左右，但水汽放大系数只相差5%左右，表明水汽放大系数的计算值与采用何种湿度层结模式无明显关系。事实上，由于按同一模式计算的W_m与$W_{典}$相除而彼此消约，模式的影响便大为削弱了。②由于采用何种湿度层结模式对计算水汽放大系数无明显影响，因此，从实用意义上讲，在用地面露点推求可降水计算水汽放大系数时，饱和假绝热假定是合适的。而且，由于在饱和假绝热假定中温度露点差等于零，湿度层结曲线与温度层结曲线彼此重合（即不可逆湿绝热线）。因此，根据这种模式制定可降水查算表既方便又可普遍应用，给计算水汽放大系数带来很大便利。

表 1 用两种湿度层结模式计算放大系数的比较

模式种类	计算项目	地面(1000×10^2Pa)露点				说明
		25℃	26℃	27℃	28℃	
饱和大气湿度层结模式	W_m(mm)	103	103	103	103	气层上界取：300×10^2Pa
	$W_{典}$(mm)	80	87	95	103	
	k_m	1.29	1.18	1.09	1.00	
	γ	1.10	1.07	1.03	1.00	
	$k\gamma$	1.42	1.26	1.12	1.00	
平均大气湿度层结模式	W_m(mm)	80.5	80.5	80.5	80.5	
	$W_{典}$(mm)	61.0	66.7	73.0	80.5	
	k_m	1.32	1.21	1.10	1.00	
	γ	1.12	1.07	1.03	1.00	
	$k_m\gamma$	1.48	1.29	1.13	1.00	
两种模式比较	ΔW_m(mm)	22.5	22.5	22.5	22.5	
	$\Delta W_{典}$(mm)	19.0	20.3	22.0	22.5	
	k_m相差(%)	2.3	2.3	1.0	0.0	
	$k_m\gamma$相差(%)	4	2	1	0	

三、用探空资料计算水汽放大系数

（1）现行用地面露点计算可降水，然后计算水汽放大系数方法的主要缺点，在于地面露点受下垫面局地因素和其它偶然性因素影响，难以比较准确地确定。这一缺点在以历史最大露点推求可降水作为极大化指标时尤为突出。本节建议一种计算水汽放大系数的新方案，该方案根据探空资料计算典型暴雨的代表性可降水，以实际大气柱的极值可降水（或称可能最大可降水）作为极大化指标。

（2）典型暴雨代表性可降水的计算。美国在1937年首先提出采用地面露点计算可降水[3]的主要原因，在于当时探空站过于稀疏。近年来，我国探空站网密度增加，在我国东部及东南部地区，高空站的间距已不超过300km，倘若把航空部门站网计算在内则更为稠密。此外，近年来国内进行的暴雨分析指出，在大暴雨过程中常伴随有低空急流的活动，形成一个强盛的水汽输送带，将水汽输送到暴雨区。水汽输送带的宽度一般在400～1000km，现有高空站网密度已能将其覆盖。即水汽输送带中总存在一个以上的探空站。因此，已具备条件直接根据探空资料计算典型暴雨的代表性可降水。具体做法是：①对典型暴雨的水汽条件进行分析，在天气图上定出雨区、水汽输送带的位置，并在水汽输送带内选1～2个最靠近雨区的探空站作为代表站；②根据该站雨前五天至雨后两天的探空资料计算逐日两时段可降水$W_{空}$，并点绘降雨过程和可降水过程综合图；③通常情况下，降雨与可降水$W_{空}$的时间变化过程有明显的配合，在最大24小时雨量出现的当天或前1～2天，可降水也出现一个峰值，表明此刻水汽输送达到最强，此刻的可降水$W_{空}$即作为该场暴雨的代表性可降水。通过分析和计算130场大暴雨的代表性可降水（$W_{空}$），表明上述步骤是可行的。

（3）以气柱可降水的极大值——极值可降水（W_m）作为极大化指标。W_m可直接从全国极值可降水等值线图[4]中查读。

（4）根据代表性可降水和极值可降水便可算出水汽放大系数。

用探空资料计算水汽放大系数在板桥水库可能最大暴雨估算●中，取得了良好的效果。它具有以下的优点：①不须利用地面露点，也不必事先假定某种湿度层结模式，因而从根本上克服了现行方法的缺点；②直接用探空资料计算典型暴雨可降水，概念清晰而符合实际，用极值可降水作为极大化指标在数值上较为安全，不至因人而异，由于已绘制成了极值可降水等值线图，使用十分简便；③由于典型暴雨代表性可降水和极值可降水都从同一测站高程开始计算，因此，不必进行高程改正。这些均有助于提高计算水汽放大系数的可靠性。

参考文献

[1] 储道江、邹进上，可能最大暴雨与洪水，水利电力出版社，1983。

[2] J.L.H.Paulhus, etc., Manual for Estimation of Probable Maximum

●水电部第十一工程局勘测设计研究院，板桥水库可能最大暴雨计算，1978年。

Precipitation, WMO, 1973.

[3] U.S.Department of the Interior Bureau of Reclamation, Design of Small Dams, Second Edition,1973.

[4] 刘国纬，中国大陆上空湿度极值的空间分布，本论文集。

中国短历时点暴雨量统计和时深关系分析*

王家祁

一、前　　言

短历时暴雨（一般指1～24小时）的雨深历时关系（简称时深关系）反映了暴雨量随历时变化的性质，对计算广大中小型水利工程的设计洪水，特别是洪峰和短历时洪量是极为重要的。

长期以来，设计人员采用某一种标准历时(如24小时)设计雨量和时深关系推求短历时设计暴雨量[1~4]。但短历时雨量资料较少，又缺乏系统分析，且时深关系地域分布复杂，又随频率等因素变化，因而推算的短历时设计雨量精度不够。

1976～1983年，全国各地水文部门在“编制全国可能最大暴雨等值线图组织协调小组办公室”（简称“雨办”）和“暴雨洪水分析计算工作协调小组办公室”（简称“雨洪办”）的协调下，先后协作编制了中国年最大24小时和1、6小时点雨量统计参数均值和变差系数等值线图以及实测和调查最大点雨量分布图[5、6]，系统研究了短历时点设计暴雨量的地域分布。在编图中，我们充分利用了短历时雨量资料（表1），按统一方法作了统计分析，开展了专题研究和学术讨论，使我们对暴雨时深关系的规律有了较为深入的了解。

表1　　短历时点雨量统计参数编图采用资料情况

历　时（小时）	均值和变差系数图		实测和调查最大雨量图		编图年份
	站	站　年	站	站　年	
24	6562	134630	14000	190000	1977
6	4809	97416	12491	171158	1982
1	2780	53478	6634	78714	1982

二、各历时暴雨的发生季节

各历时最大雨量发生月份的分布是不完全一致的。北方还比较相似；南方高温高湿期长，暴雨天气类型多，暴雨季节长，场次多，有明显的前后雨季，各历时暴雨的主要发生季节明显不同。

从海南岛经西江下游、湘江、淮河、海河、西辽河到大兴安岭一线，按经纬度间距各为5°

*本文主要依据我所与全国各地水文和气象部门(编图组、协作片负责单位)、全国雨办和全国雨洪办协作编制1、6、24小时点雨量统计参数图表工作中的分析成果综合编写，本文完成于1983年，修改于1986年。

的地区分析各纬带代表性地区发生暴雨的主要月份，可绘制各历时各纬带暴雨频次最多月份轴线(图 1)。在35°N以北，各历时暴雨都集中在七、八月；35°N以南，最频月份开始分叉，并出现两个雨季，但主副位置有些不同。

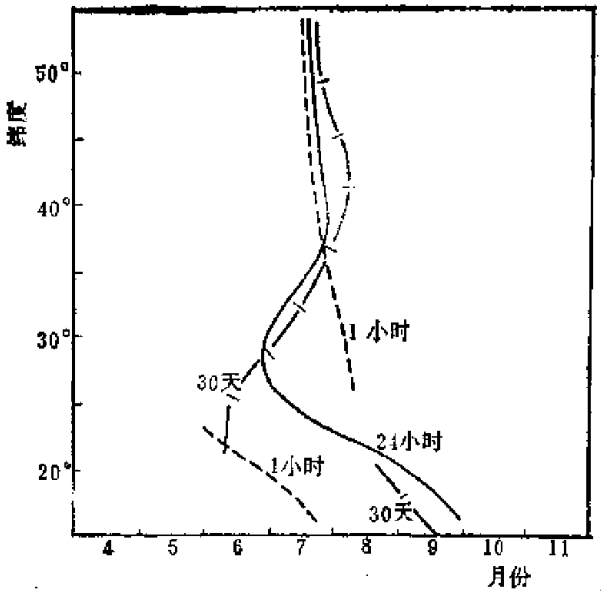


图 1 中国东部各纬带大暴雨发生最多月份

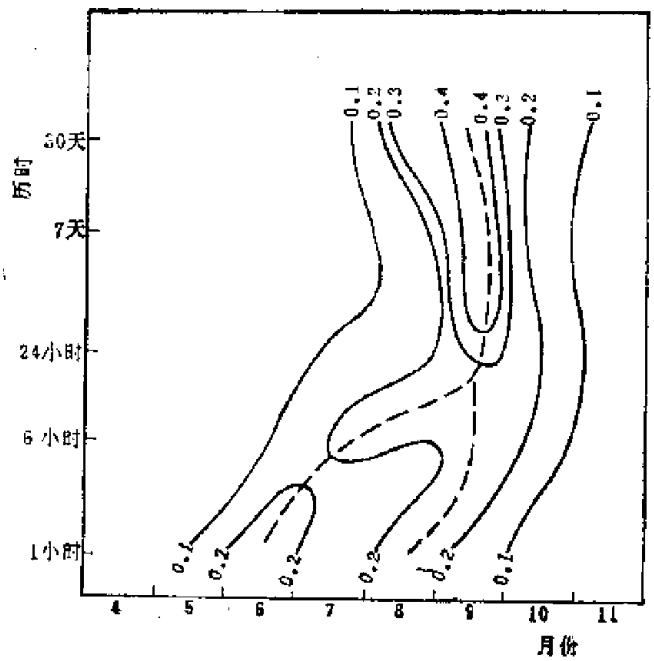


图 2 海南岛各历时大暴雨各月发生频率分布

海南岛地区较大暴雨各历时各月份暴雨发生频率分布图（图 2 ）表明，长历时暴雨集中于 9 月，3 ～24小时暴雨扩展为 6 ～ 9 月，1 小时暴雨分布于两个雨季（以 6 月和 8 月为最集中）。

三、雨深和历时的关系

从10分钟到1年的年最大点雨量均值$\overline{H}$和历时t的关系曲线，在双对数纸上的近似斜率（$\Delta\lg\overline{H}/\Delta\lg t$）一般有三次较大的变化；相应历时各地不同，大致在30分钟～6小时、3小时～10天、3～6月之间，从短历时到长历时，四种斜率的变化趋势一般为大、小、大、小（图3）。

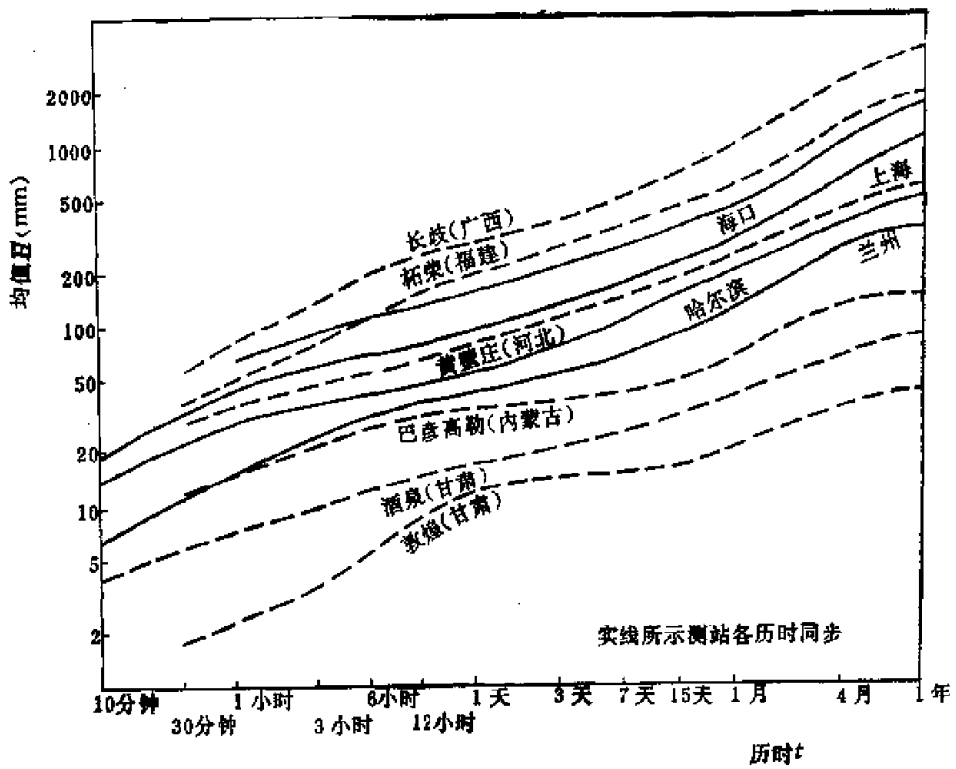


图3 10分钟～1年雨量历时关系

短历时暴雨的时深关系可用1、6、24小时及其相应雨深H_1、H_6、H_{24}概化为折线，任意历时t的雨深H_t由下列公式计算：

$$H_t=H_1t^{1-n_{1,6}}=H_6\left(\frac{t}{6}\right)^{1-n_{1,6}} \quad (\text{当}t=1\sim6\text{小时})$$

$$H_t=H_6\left(\frac{t}{6}\right)^{1-n_{6,24}}=H_{24}\left(\frac{t}{24}\right)^{1-n_{6,24}} \quad (\text{当}t=6\sim24\text{小时})$$

式中，$n_{1,6}$和$n_{6,24}$分别为1～6小时之间和6～24小时之间的暴雨递减指数，由下列公式计算：

$$n_{1,6}=1+1.285\lg\left(\frac{H_1}{H_6}\right)$$

$$n_{6,24}=1+1.661\lg\left(\frac{H_6}{H_{24}}\right)$$

时深关系的斜率为 $1-n$，相邻两直线的斜率差用 Δn 表示：

$$\Delta n = n_{6,24} - n_{1,6} = \lg \frac{H_6^{2,040}}{H_1^{1,285} H_{24}^{1,661}}$$

以 $\Delta n = 0.20$，0.05，-0.05 为指标，将时深关系分为过凸型、上凸型、直线型和下凹型

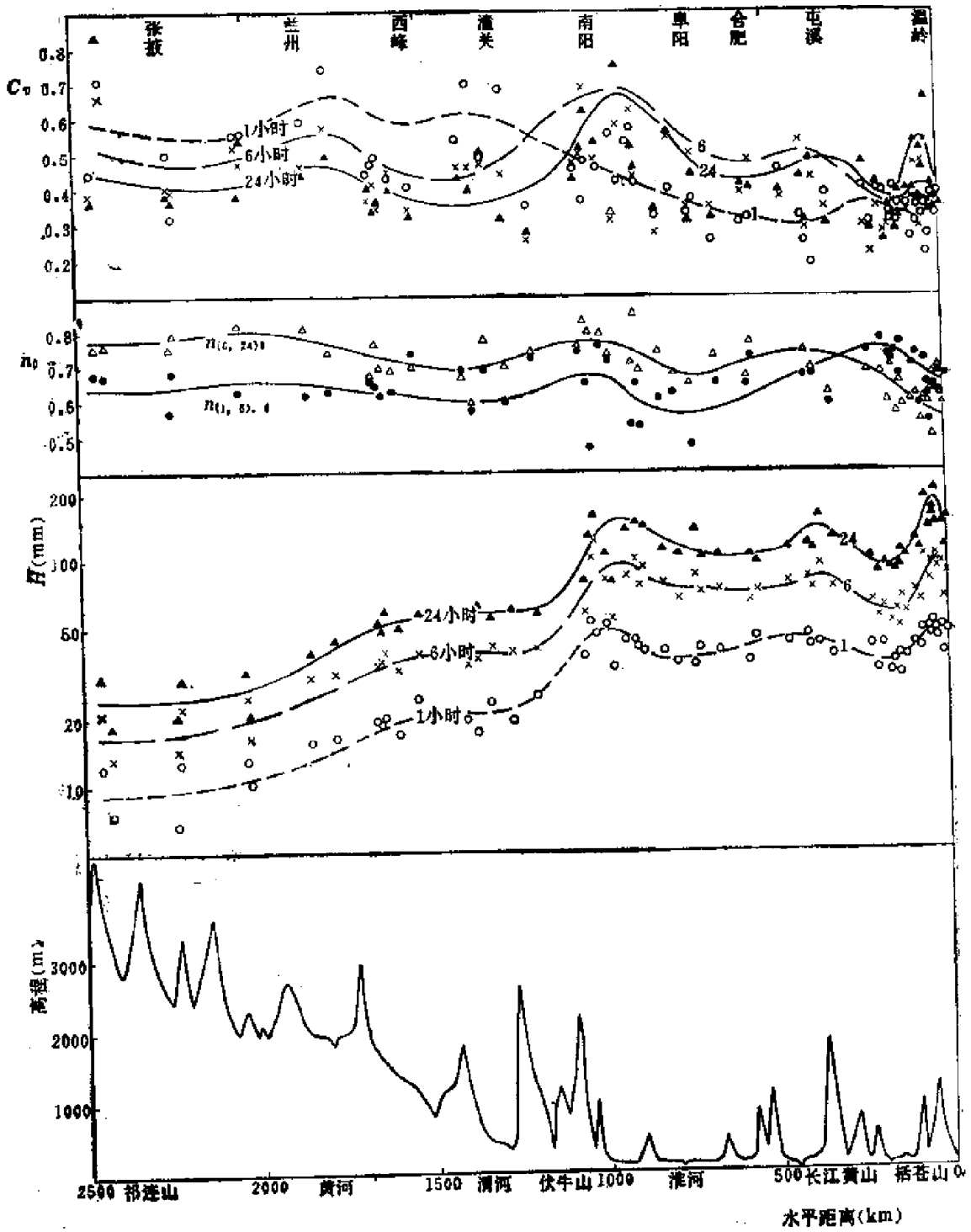


图 4 浙江～甘肃断面

四类。过凸型（$\Delta n>0.20$）出现在西部高原的部分地区；上凸型（$\Delta n=0.05\sim0.20$）分布地区最广；直线型（$|\Delta n|\leqslant0.05$）发生地区亦较大，如东北、江南、云贵的部分地区；下凹型（$\Delta n<-0.05$）只分布于东南沿海等局部地区。

我们分析了浙江～甘肃断面（图4）和广东～甘肃断面1、6、24小时之间时深关系的地域变化。两断面的水平距离各约2500km，沿线分别取62和34站用求矩法计算三种历时同步系列的均值、变差系数以及均值的暴雨递减指数。该图很好反映了暴雨统计特征及时深关系由沿海湿润地区向西北干旱地区的变化趋势和地形影响。

成果表明，时深关系具有较小尺度的地域变化，100km水平距离内n值可能有相当出入。但历时愈短，雨量均值的地域变化愈小，地形和海洋的影响对较长历时的暴雨更为明显。黄山地区的对比分析（表2）说明，地形对1小时以下的雨量几乎没有作用，3～6小时已有反映，12小时～30天最为突出。可见，山区长历时雨量大于山下的现象，不是依靠降雨强度大于山下，而是通过强雨率持续时间长于山下造成。

表2　　黄山（山上）、陈村（山下）雨量均值对比

历时		分钟	小时					天				年
		30	1	3	6	12	24	3	7	15	30	1
均值	黄山	32.9	42.6	69.1	[illegible]	126.1	158.2	217.1	286.5	391.4	544.4	2131.5
(mm)	陈村	31.5	41.9	60.0	72.9	86.8	112.9	148.6	198.8	260.9	370.8	1573.7
比值		1.04	1.02	1.15	1.31	1.45	1.40	1.46	1.44	1.50	1.47	1.36

四、变差系数和历时的关系

大量测站多种历时变差系数C_v分析表明，$C_v\sim t$关系一般呈铃形分布，可概化为单峰曲线，即C_v在某个历时附近出现最大值，该历时被称为最大C_v出现历时$t_{c_v,m}$（图5）。当标准历时很短时，多数年份在该历时内基本上全部有雨，年际变化主要由该历时雨强的年际变化控制，C_v较小。当标准历时增加到一定程度时，年际变化由实际降雨历时内雨强的年际变化和实际降雨历时（有些年份小于标准历时）的年际变化组成，C_v较大。标准历时继续增大，包括多次降雨，各次雨量大小相互补偿，和缓了年际变化，C_v又趋降低。

在1、6、24小时的C_v之间作比较，沿海地区往往$C_{v,24}$最大，如山东、上海、广东；内地的黑龙江、河南中部等$C_{v,6}$最大；干旱地区基本上$C_{v,1}$最大，有些地方实际上$t_{c_v,m}$只有30分钟或更短。

短历时暴雨C_v受地形影响也明显比长历时暴雨减弱，地域变化较小（图4），地区综合比较有利。但$C_v\sim t$关系却可能存在较小尺度的地域变化。

$C_v\sim t$关系决定了时深关系随频率p的变化形式。以n_0和n_p分别代表均值条件和频率为

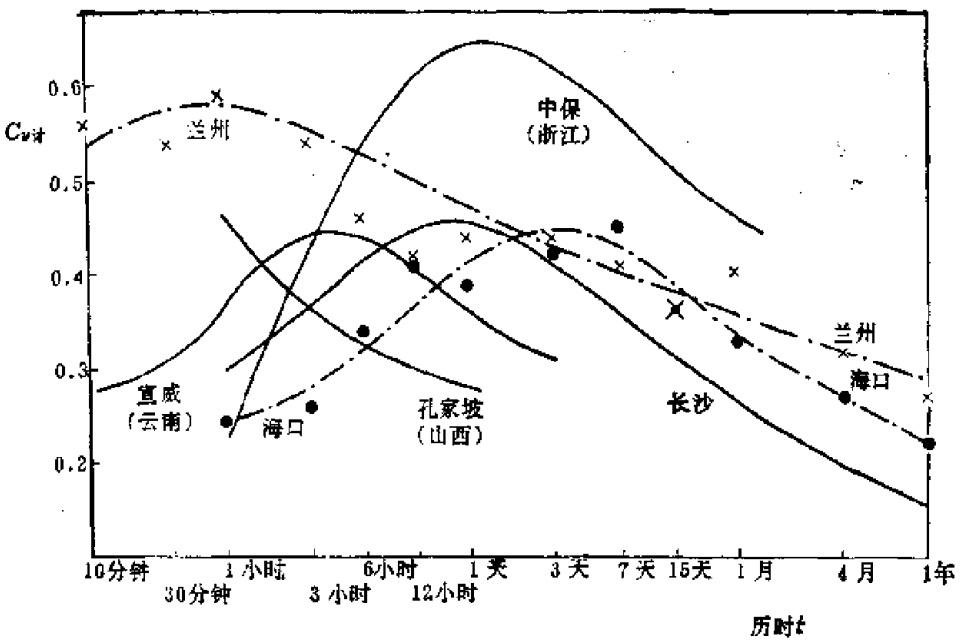


图 5 C_v（矩法计算值）～t关系

p条件的暴雨递减指数，可讨论几种C_v关系：

（1）当$C_{v,1}<C_{v,6}<C_{v,24}$，p愈小，n_p也愈小；p较小时$n_p<n_0$，暴雨时程分布均匀，三种历时对数雨量频率线向左扩散。

（2）当$C_{v,1}\approx C_{v,6}\approx C_{v,24}$，$n_p\approx n_0$，时深关系不随频率变化，三种历时对数雨量频率线接近平行。

（3）当$C_{v,1}>C_{v,6}>C_{v,24}$，p愈小，n_p愈大；p较小时$n_p>n_0$，暴雨时程分布更集中，三种历时对数雨量频率线向左收缩。

（4）当$C_{v,1}<C_{v,6}>C_{v,24}$，p愈小，$n_{(1,6)p}$也愈小；p较小时$n_{(1,6)p}<n_{(1,6)0}$，6小时内时程分布均匀。同时，p愈小，$n_{(6,24)p}$愈大；p较小时$n_{(6,24)p}>n_{(6,24)0}$，24小时内时程分布集中。Δn（即$n_{6,24}-n_{1,6}$）随p的减小而增加（图6）。

$\overline{H}\sim t$关系和$C_v\sim t$关系的组合，使设计条件下的时深关系$H_p\sim t$更为复杂。如沿海迎风山坡长历时暴雨的$\overline{H}$、C_v都较大，短历时暴雨则与背风坡相差较小，所以设计条件下的时深关系的地域变化比均值条件下更加剧烈。

五、各历时暴雨统计参数地域分布的对比

通过1、6、24小时点雨量均值和变差系数等值线图以及实测和调查最大点雨量分布图（概略图见图7～9）可分析各历时暴雨统计参数地域分布的趋势和异同点。大体上，三种历时的各种参数都有一定程度的相似，特别是6小时和24小时。但也有一些地区存在明显的差异，甚至根本的区别，值得人们注意。

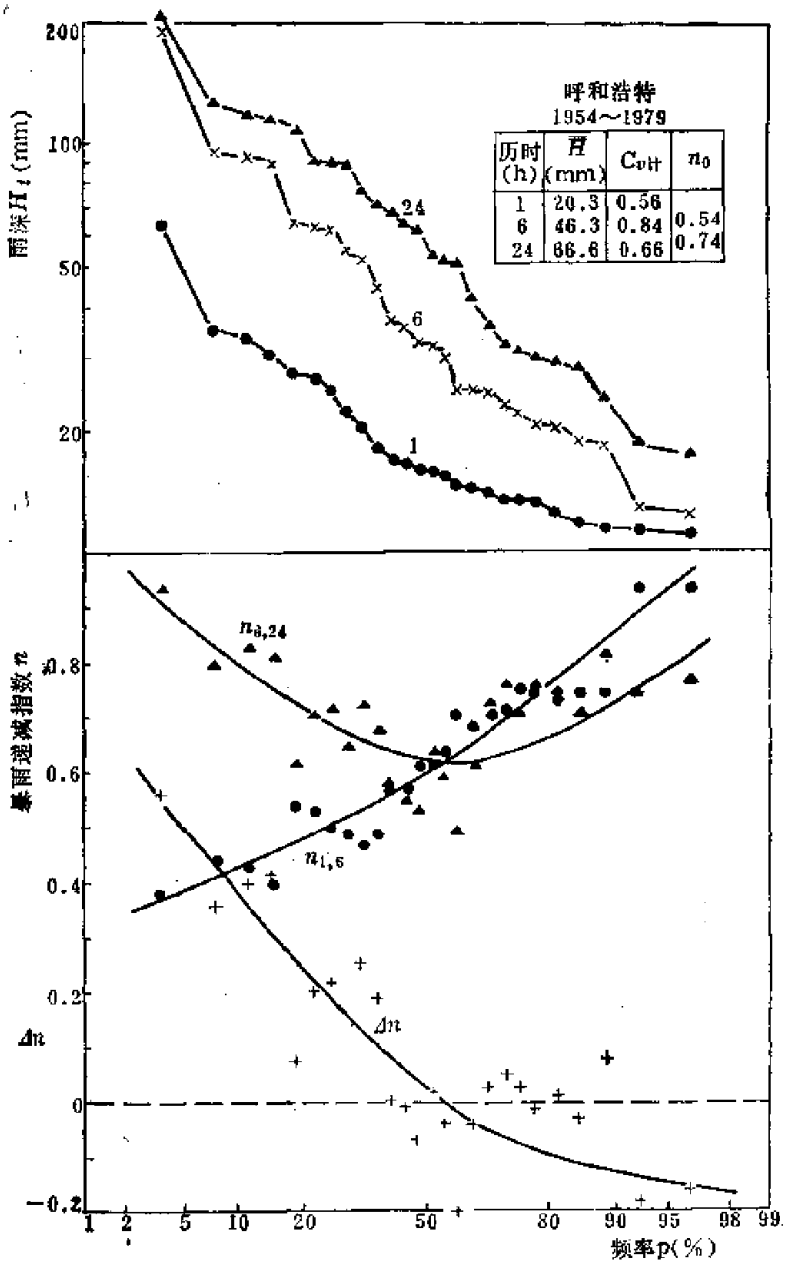


图 6 呼和浩特H_t、n、Δn～p关系

1.均值$\overline{H}$（图7）

在24小时均值图上，70mm线（由云南经四川、陕西、山西、河北向东北延伸到小兴安岭）将中国分成东西两部，构成了中国暴雨的主要分界线。西北沙漠区在10mm以下，台湾山地则高于400mm。6小时图与24小时图极为相似，分界线约为50mm。1小时图已趋均化，分界线雨量南方为30mm，北方约35mm。三种历时均值图对比表明：

（1）短历时暴雨均值的地域分布比长历时暴雨更为均化。

（2）各历时均值高低中心大多比较一致，如鸭绿江口高区和浙江中部低区；但也有

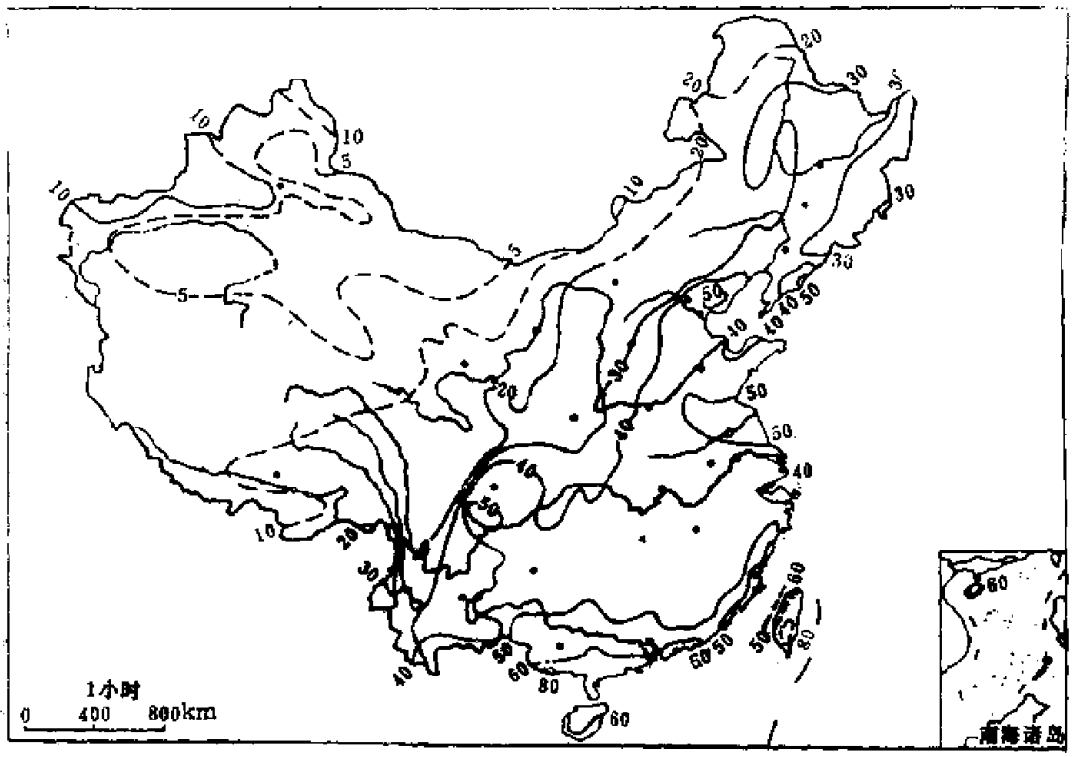


图 7(*a*) 中国年最大1小时点雨量均值(mm)等值线概略图

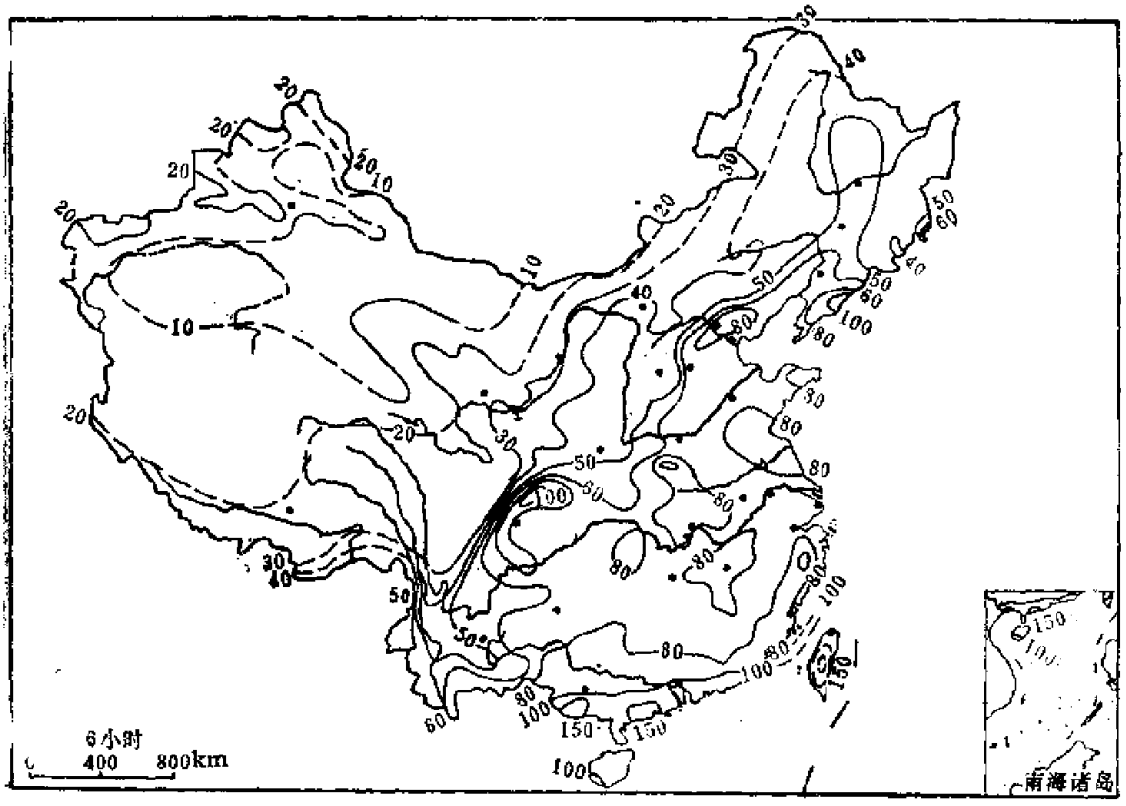


图 7(*b*) 中国年最大 6 小时点雨量均值(mm)等值线概略图

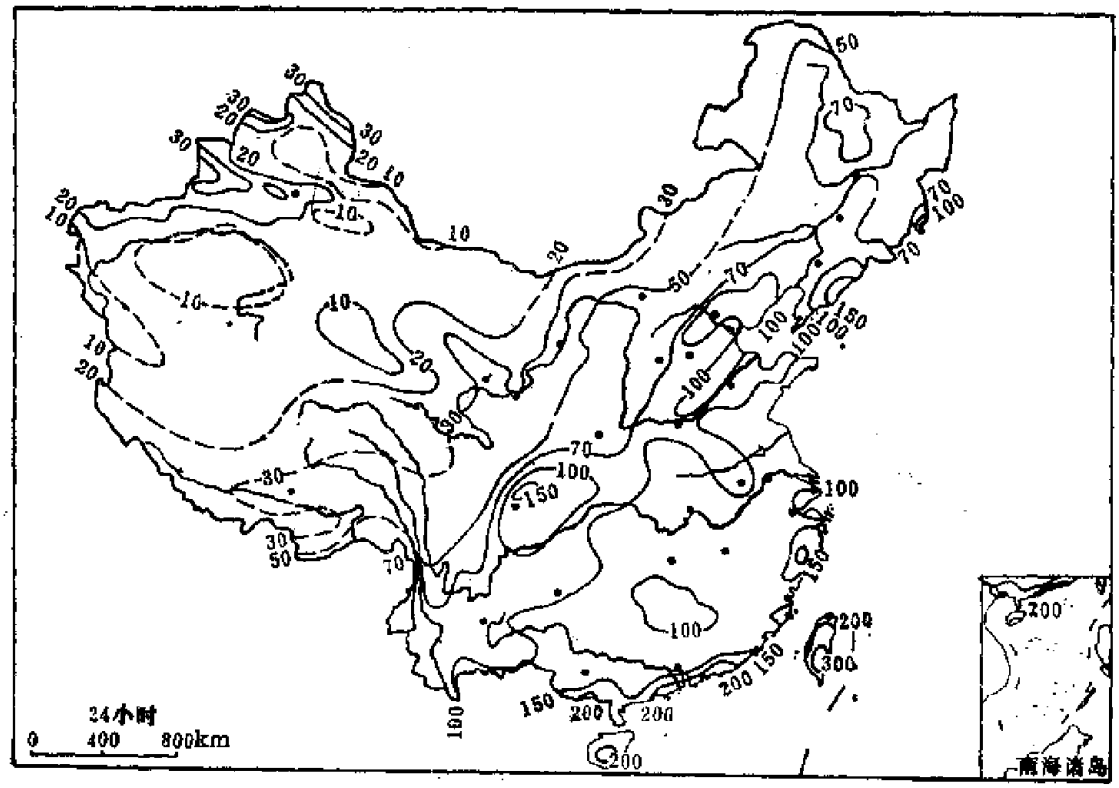


图 7（c） 中国年最大24小时点雨量均值（mm）等值线概略图

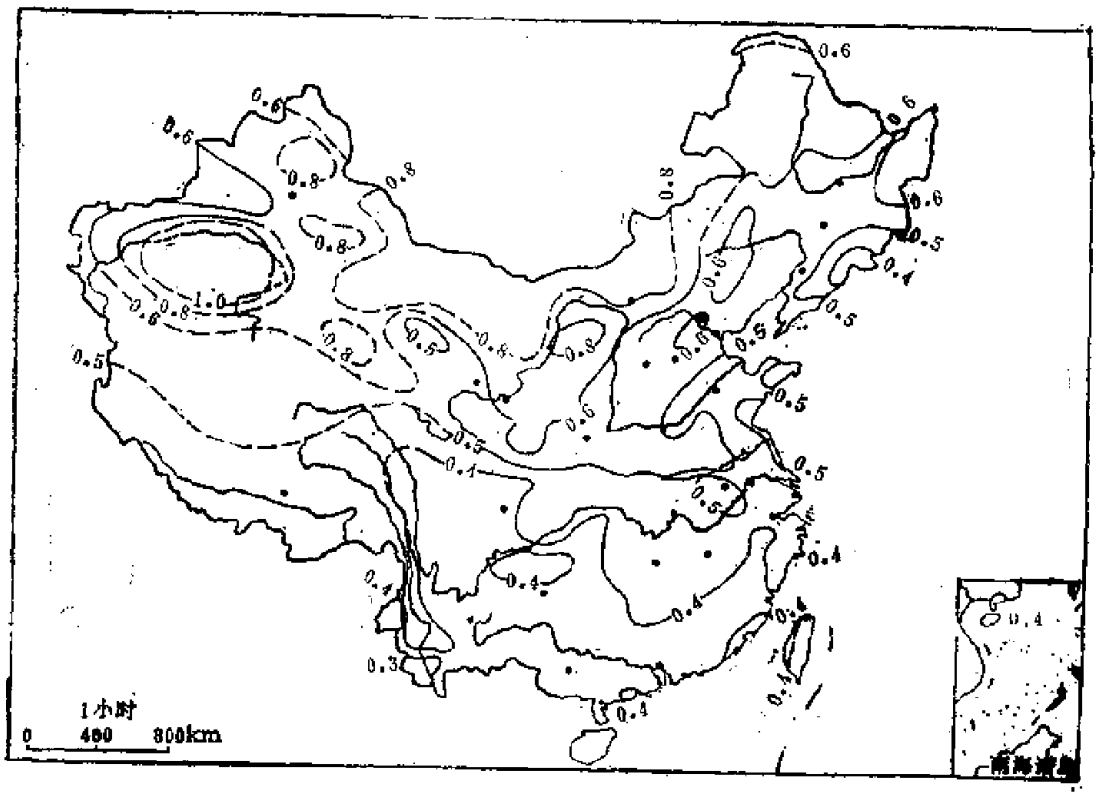


图 8（a） 中国年最大1小时点雨量变差系数等值线概略图

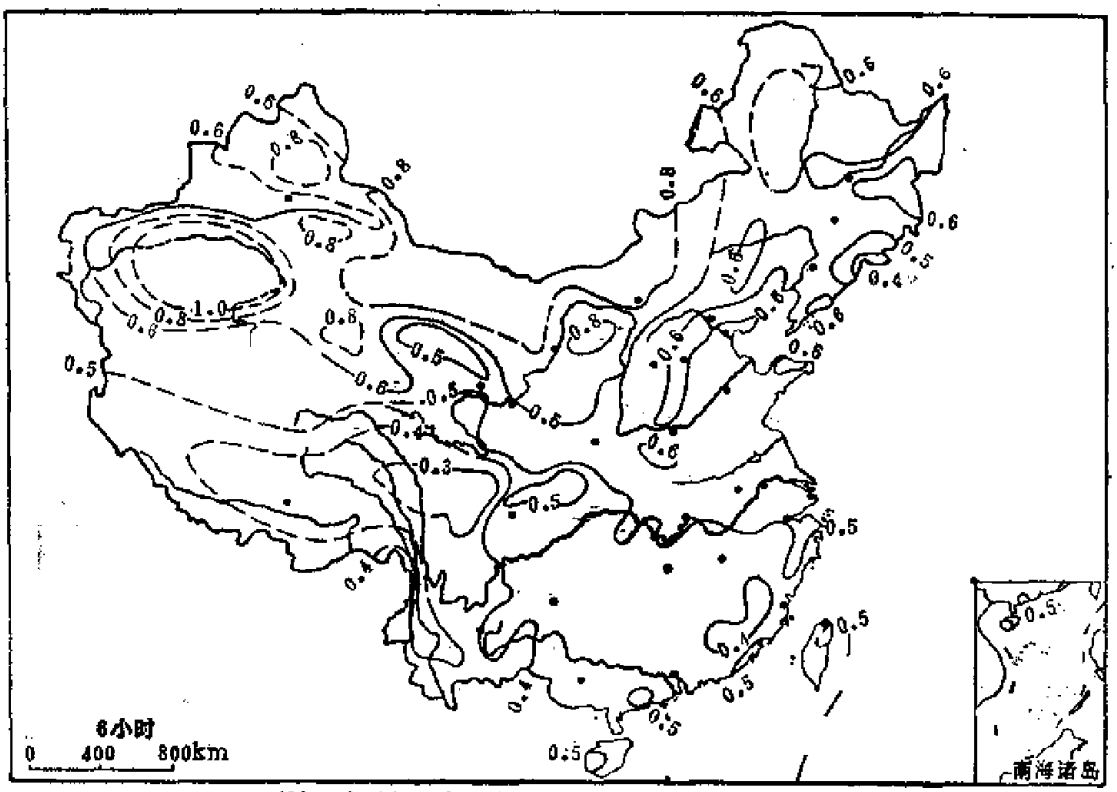


图 8 (b) 中国年最大 6 小时点雨量变差系数等值线概略图

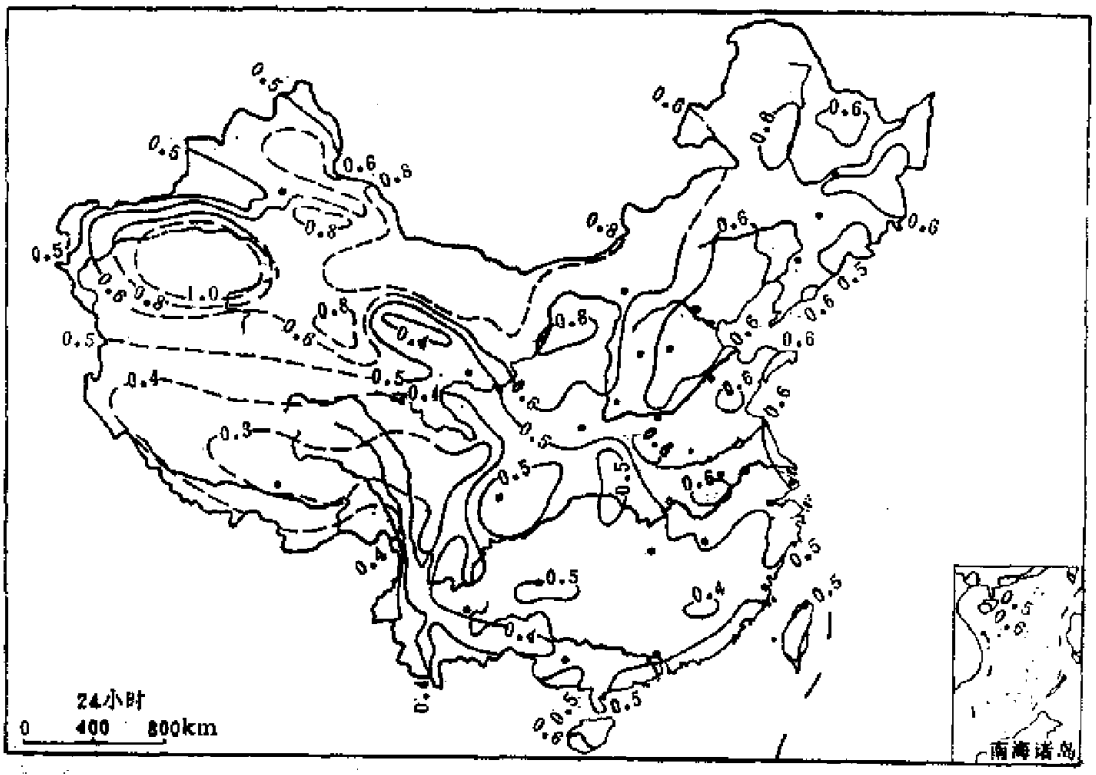


图 8 (c) 中国年最大24小时点雨量变差系数等值线概略图

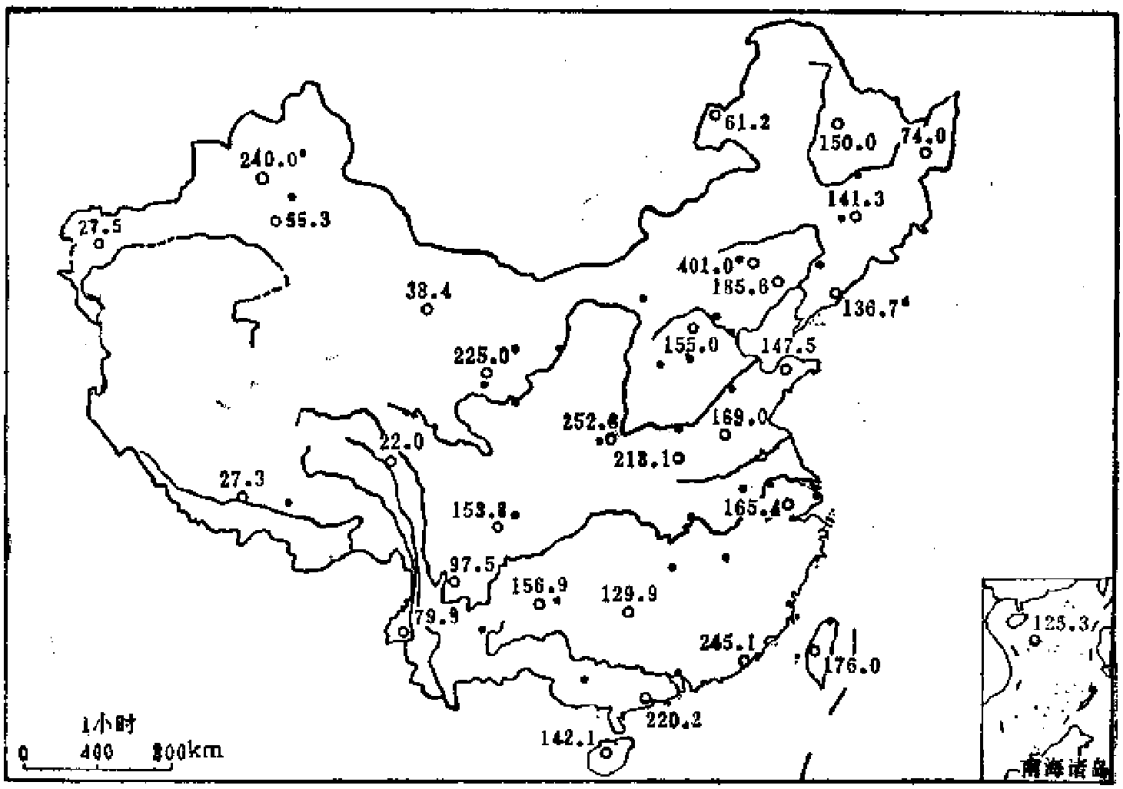


图 9 (*a*) 中国实测和调查最大 1 小时点雨量 (mm) 分布图

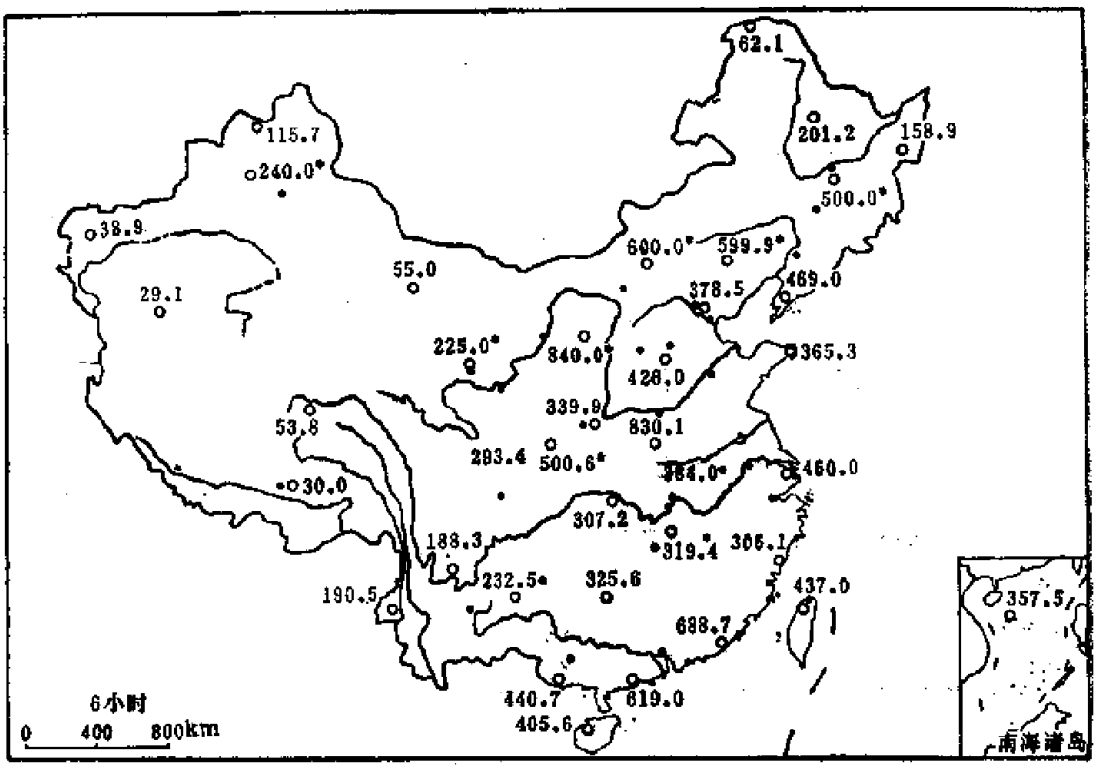


图 9 (*b*) 中国实测和调查最大 6 小时点雨量 (mm) 分布图

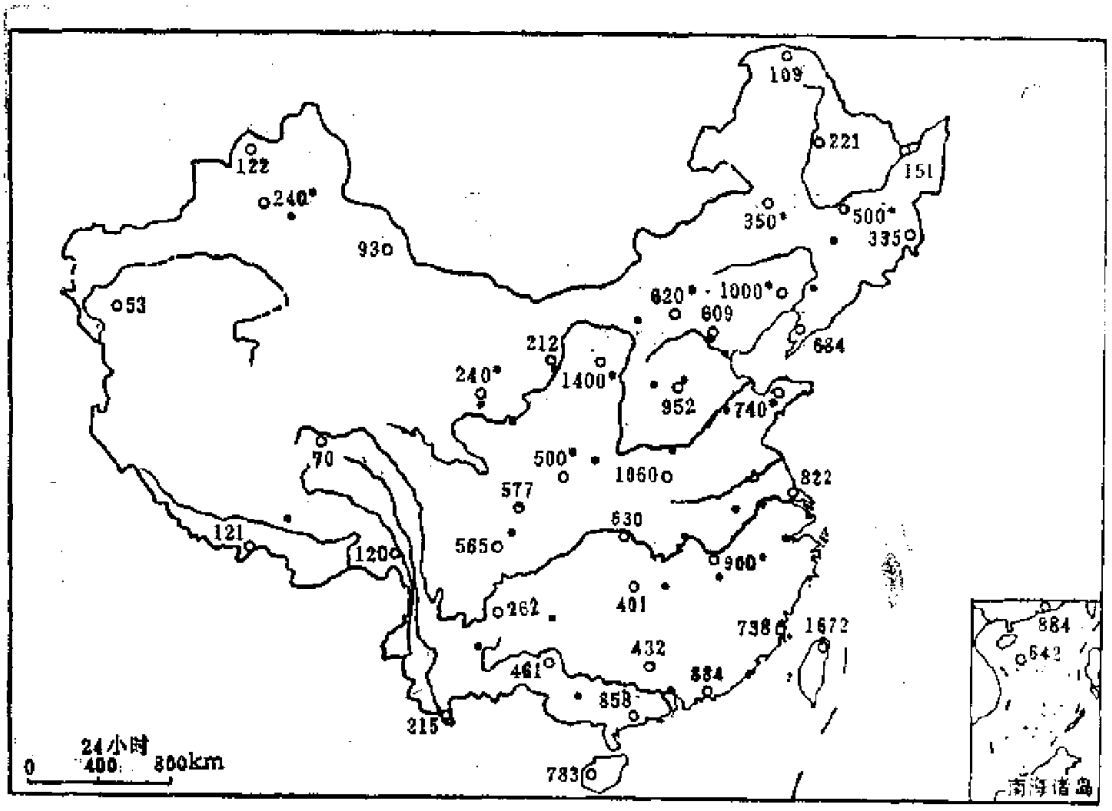


图 9（c） 中国实测和调查最大24小时点雨量（mm）分布图

*——调查值

不一致的，如川北（图10）；甚至还有相反的，如海南岛南渡江下游是24小时的低区，但1小时为高区。

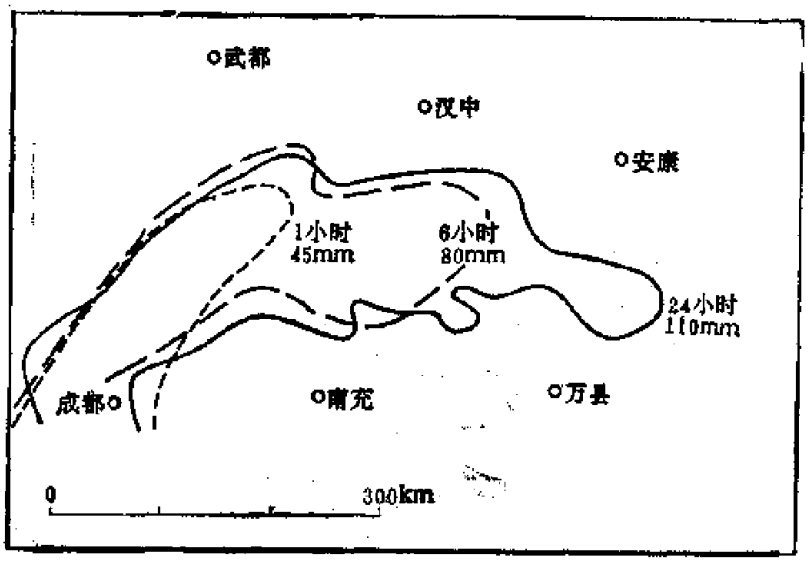


图 10 川北各历时暴雨均值高值带位置

2.变差系数C_v（图8）

C_v值地区分布的主要趋势是南小北大。$C_{v_{24}}$南方大多在0.6以下，干旱区一般在0.8以上。C_{v_6}相近于$C_{v_{24}}$，但南方稍小。C_{v_1}在东部地区普遍小于C_{v_6}，华南仅0.4左右，西北还略高于$C_{v_{24}}$。三种历时变差系数图对比表明：

（1）多数地区短历时C_v地域分布比长历时C_v略趋均化。但干旱与湿润区之间的C_v差异，短历时的反而大。因为历时愈短，湿润区C_v愈小，干旱区C_v愈大，地区差也愈大。如川甘陕交界处$C_{v_{24}}$的地区差只有0.10，但C_{v_1}则相差0.35。

（2）地形对C_v的作用一般随历时的缩短而减小，如太行山区$C_{v_{24}}$地区差0.20，C_{v_1}相差不到0.05。

（3）大多地区各历时C_v高低中心位置接近，如西北干旱高区和湖南低区；但有些地区不一致，如燕山南部为$C_{v_{24}}$高区和C_{v_1}低区。

（4）C_v的高（低）区和均值高（低）区有些是一致的，如东南沿海高区、长白山低区；有些地区正相反，如西北山区$\overline{H}$大C_v小，盆地$\overline{H}$小C_v大；还有不少地区则没有明显关系或各历时关系不一。

3.实测和调查最大雨量H_m（图9）

长历时暴雨地区差异较大。24小时的H_m以台湾新寮1672mm最大，内蒙古木多才当调查到了1400mm的惊人纪录，西部地区一般较小。6小时H_m以河南林庄830mm最为突出。1小时地区差别缩小，广东、陕西、新疆都观测或调查到二百多毫米的纪录。分布图显示，长历时大暴雨多发生于低纬热带风暴侵袭的地区，短历时大暴雨分布很广，包括内陆。

六、结　　语

（1）暴雨参数一般随历时渐变，6～24小时之间变化较小，1～6小时之间变化较大。

（2）暴雨时深关系的地域变化，南方大于北方，山地大于平地，干湿交界区最为显著。

（3）地形对短历时暴雨影响较小，对长历时暴雨和时深关系影响较大。

（4）中国1～24小时对数时深关系多数地区为上凸型，也有直线型，少数地区为下凹型。

（5）暴雨时深关系一般随频率而变。频率愈小，湿润地区的时程分布更趋均化，干旱地区更为集中。

（6）C_v～t关系一般呈铃型分布，中间历时C_v较大，最大C_v出现历时干旱地区较短，湿润地区较长。

（7）南方地区各历时暴雨的主雨季节和发生频率都有不同，北方地区则比较一致。

（8）水汽含量和中小尺度天气对短历时暴雨影响较大，而长历时暴雨则取决于水汽输送补给、较大尺度天气系统的维持和地形条件。

（9）本文只限于点雨量时深关系的讨论，面雨量的时深关系还有待进一步研究。

参 考 文 献

[1] 北京水利科学研究院水文研究所，设计点暴雨量的计算方法，水文计算经验汇编，水利出版社，1958。

[2] 陈志恺，论中小流域设计暴雨分析计算方法，水文计算经验汇编，第三集，中国工业出版社，1965。

[3] United States Department of the Interior Bureau of Reclamation, Design of Small Dams, Water Resources Technical Publication, 1973.

[4] Natural Environment Research Council, Flood Studies Report, Vol. I, Meteorological Studies, Vol. V, Maps, 1975.

[5] 叶永毅、胡明思，关于中国可能最大暴雨等值线图编制中的几个问题，水利水电技术，1979年第7期。

[6] 王家祁、胡明思，中国短历时暴雨统计参数等值线图的编制，水文，1984年第5期。

中国面暴雨量的统计和面深关系分析*

王家祁

一、中国暴雨最大时面深纪录的分布

暴雨的面积和面平均雨深之间的关系是暴雨历时、面积、雨深关系（即时面深关系）的组成部分，简称面深关系或点面关系。

1976～1978年，“编制全国可能最大暴雨等值线图组织协调小组办公室”（简称“雨办”）组织各地协作分析了近千次暴雨时面深关系。1981年，“暴雨洪水分析计算工作协调小组办公室”（简称“雨洪办”）对各地时面深综合成果进行初步协调，之后又补充分析了一些暴雨。据不完全统计，目前我国各地已对1027次暴雨分析了时面深关系。我们根据这些成果的地区分布、雨量大小、资料精度等条件，选择504次按统一的标准历时和标准面积作了整编●。其中多数暴雨场次分析历时为6～24小时，分析面积小于1000km²，因而对短历时小面积暴雨的研究比较充分。我们也尽可能收集核实一些著名的长历时大面积暴雨，使统计最大时面深纪录的资料基本完整。

实测和调查最大雨量纪录对于分析频率参数、检查设计雨量和可能最大暴雨的合理性都有很大意义。我们根据各地分析的资料，参考其它有关文献，分析了全国最大时面深纪录（表1）[1]。对调查暴雨，还根据暴雨总历时作了适当处理。除“最大”值外，还同时列出了“接近最大”的数值。

我国最大雨量纪录都发生在东部地区。3～7天纪录主要由长江357暴雨和海河638暴雨产生；12～24小时纪录基本上为内蒙古778暴雨和河南758暴雨造成；3～6小时纪录几乎都由河南758暴雨控制；1小时纪录则分别出现于广东、河南、内蒙古等不同地区。24小时以内的短历时雨量纪录不少出现在干旱和半干旱地区。

我国和美国雨量纪录比较[1,2]，1～24小时1000km²以上的雨量纪录基本上是美国大于中国，长历时暴雨和小面积暴雨则中国大于美国。我国的时面深纪录是继美国之后在世界上第二个在大范围地区内系统制作的多种历时多种面积的雨量纪录成果，和美国纪录联合使用，必将对设计暴雨和可能最大暴雨的估算产生良好的作用。

此外，我们还点绘了各种历时各种面积的实测、调查点和面平均雨量分布图（图1）。面雨量的地域分布和点雨量是有差别的，例如干旱地区短历时点雨量较大，但面雨量一般小于南方。在进行具体工程设计时，可选用与研究流域相应的历时和面积的最大雨量分布图来

*各地区暴雨组图组、各协作片负责单位分析了大量动点动面关系资料，广东、福建、广西、湖南、青海等地作了定点定面关系分析，全国雨办和全国雨洪办也作了大量工作，并向我们提供了资料和经验。我所陈善纲同志作了许多动点动面关系资料的整理工作。本文完成于1984年，修改于1986年。

●水利电力部南京水文水资源研究所，中国暴雨历时面积雨深资料。雨洪办，1984。

查找流域附近实际发生过的最大面雨量作设计暴雨的验证。

表 1 中国暴雨最大和接近最大时面雨纪录

（a）雨深（mm）

历时	面积 (km²)							
	点	100	300	1000	3000	10000	30000	100000
1小时	401 *o* 253 *g*	185 *a* 162 *f*	145 *f* 121 *n*	107 *f* 95 *k*				
3小时	550 *m* 493 *f*	447 *f* 422 *l*	399 *f* 316 *l*	297 *f* 204 *j*				
6小时	840 830 *f*	723 *f* 630 *i*	643 *f* 512 *i*	503 *f* 405 *i*	240 *i* 218 *e*	127 *i*		
12小时	1400 954 *f*	1050 *i* 833 *f*	854 *i* 763 *f*	675 *i* 658 *f*	400 *i* 350 *e*	212 *i*		
24小时	1672 *c* 1248 *b*	1050 *i* 929 *f*	854 *i* 850 *f*	738 *f* 683 *e*	629 *f* 572 *e*	435 *f* 430 *d*	306 *d*	155 *d*
3天	2749 *c* 1850 *b*	1770 *b* 1554 *f*	1680 *b* 1442 *f*	1430 *b* 1280 *f*	1210 *b* 1080 *f*	940 *d* 860 *b*	715 *d* 535 *f*	420 *d* 245 *h*
7天	— 2050 *h*	1805 *h* 1554 *f*	1720 *h* 1445 *f*	1573 *h* 1400 *d*	1350 *d* 1345 *h*	1200 *d* 1020 *h*	960 *d* 800 *h*	570 *d* 510 *h*

（*b*）暴雨中心情况

符号	地点	省、市、区	年月日	备注
a	茅洞水库	广东	1979 5 12	
b	白石	台湾	1963 9 10	
c	新寮	台湾	1967 10 17	
d	泥市	湖南	1935 7 4	调查
e	潮桥	江苏	1960 8 4	
f	林庄	河南	1975 8 7	
g	大石桥	陕西	1981 6 20	
h	獐狐	河北	1963 8 4	
i	木多才当	内蒙古	1977 8 1	调查
j	大张庄	天津	1978 7 25	
k	唐家屯	辽宁	1981 7 27	调查
l	张家房子	内蒙古	1959 7 19	调查
m	白塘包	河北	1972 6 25	调查
n	缸窑岭	辽宁	1978 7 11	
o	上地	内蒙古	1975 7 8	调查

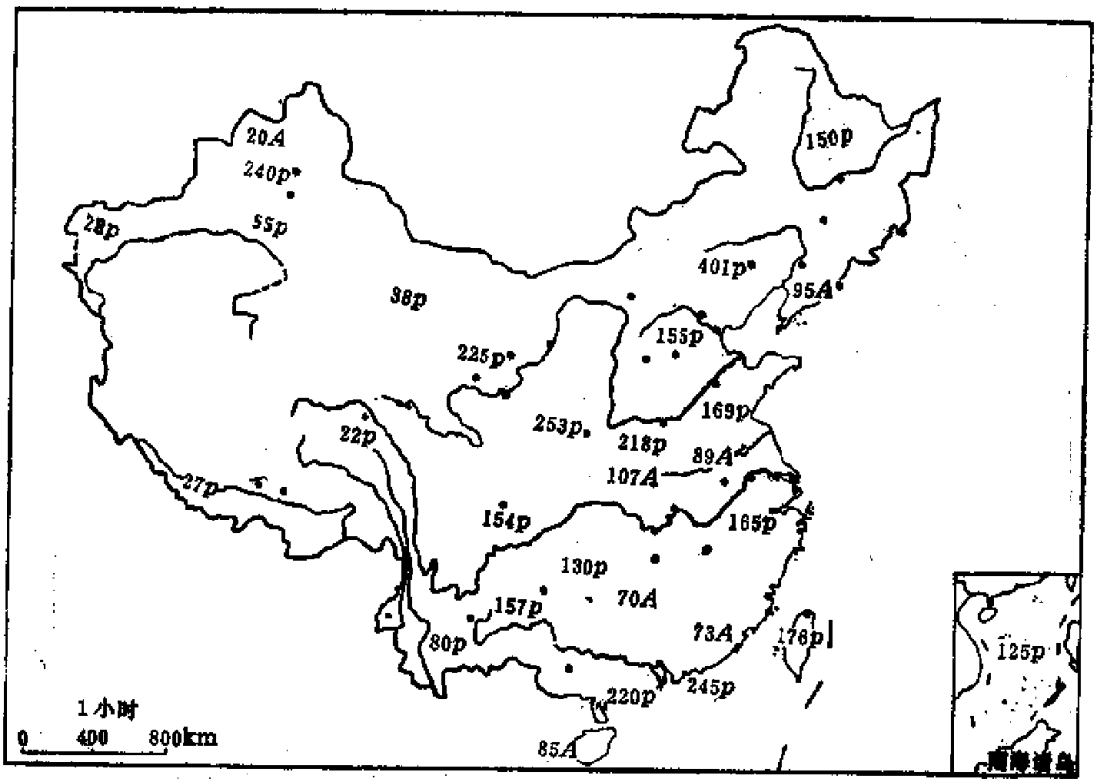


图 1（a） 中国实测、调查最大1小时点和面雨量（mm）

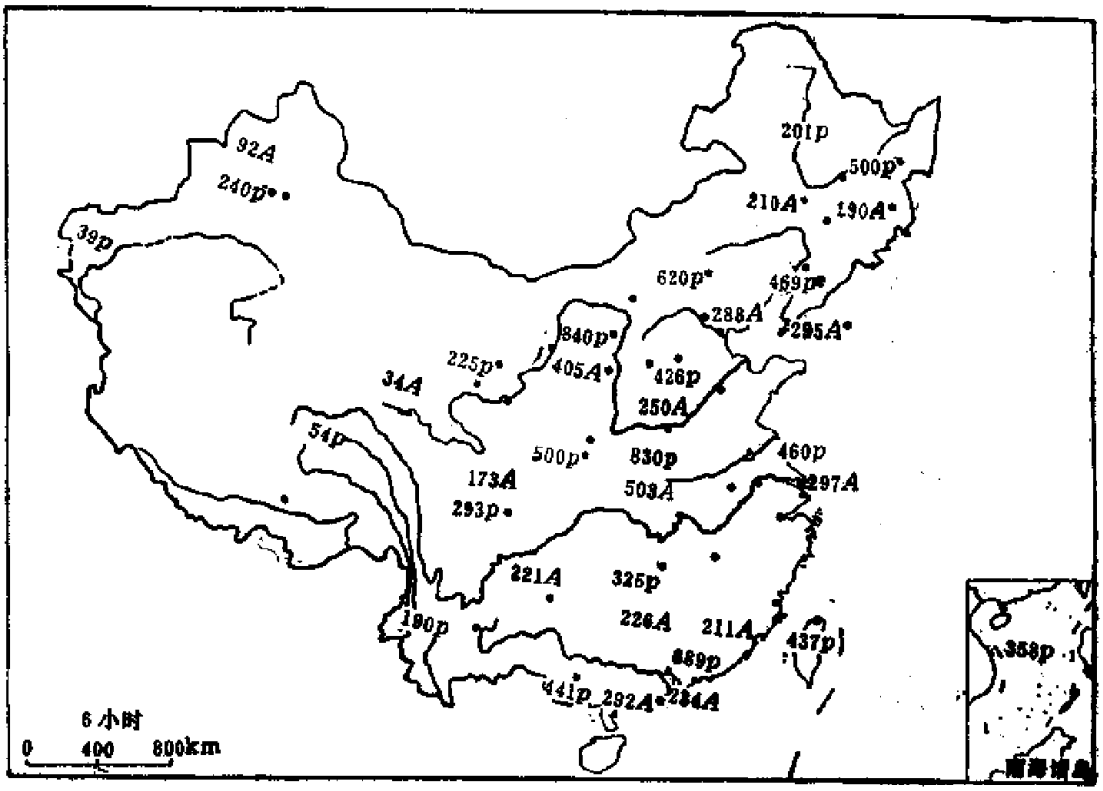


图 1（b） 中国实测、调查最大6小时点和面雨量（mm）

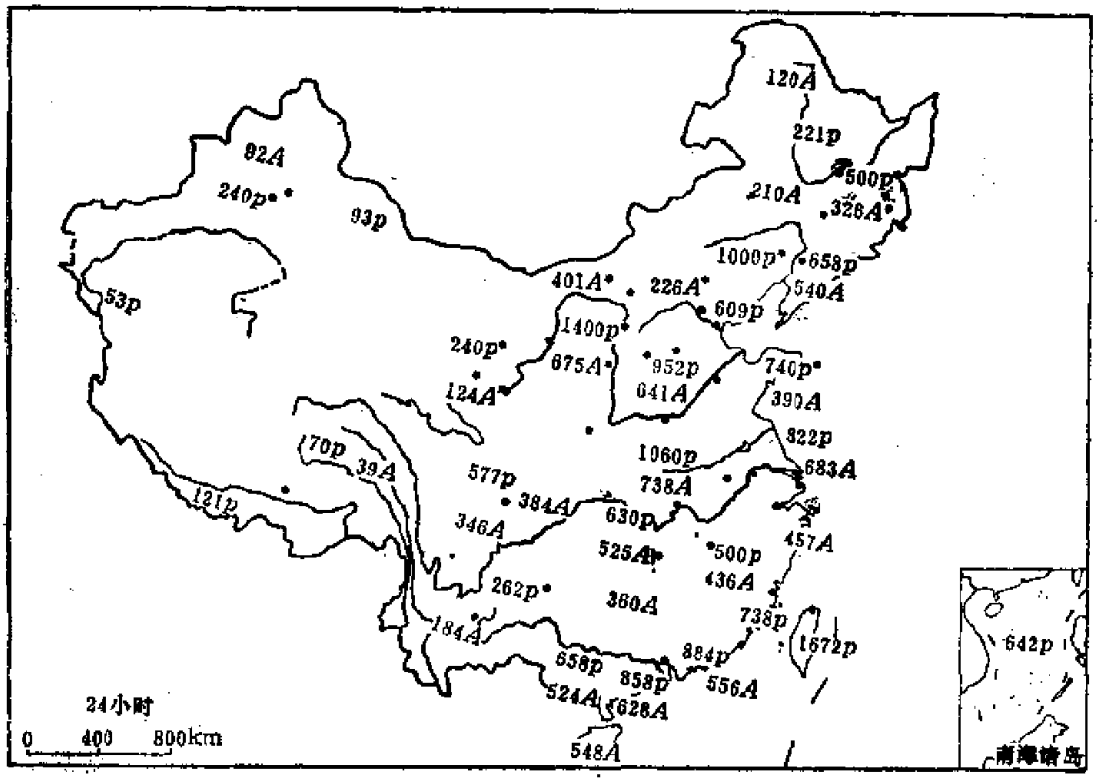


图 1（c）中国实测、调查最大24小时点和面雨量（mm）

p—点雨量；A—1000km²面雨量；•—调查值

二、动点动面雨量关系

在推求设计洪水时，如流域内雨量站网过稀，面雨量系列过短，难以直接分析流域平均雨量统计参数，通常采用点设计暴雨量乘点面换算系数α推求设计面雨量[3]。

动点动面关系反映一次暴雨各闭合等雨深线包围面积和该面积内平均雨深之间的关系。由于各次暴雨中心的发生地点、各等雨深线发生地区和分布形状各不相同，简称为“动点动面关系”。它反映暴雨量随面积变化的自然特性；并可配合点设计暴雨，借用于推求流域的设计面平均雨量。

欲反映一个地区的暴雨特性或应用于工程设计，必须将多次暴雨的点面关系曲线进行地区综合，概化为一条曲线。分区范围可根据暴雨特性和资料条件划定。表达方式一般为点雨量的时深关系（即雨深历时关系）和各历时的面深关系；有的采用基本历时的面深关系和面雨量的时深关系。地区综合后即可推求短历时设计面雨量。

面深关系的地区综合方法有多种，多数先综合出代表性面深关系（即面雨量H_A～面积A关系，如单次典型特大暴雨、绝对值平均、绝对值外包、同频次平均等），然后化为α～A关系，其中α为点面换算系数或点面系数，由面雨量H_A和暴雨中心雨量H_0求得：

$$\alpha=\frac{H_A}{H_0}$$

有时还可先求各次暴雨的$\alpha\sim A$关系，然后对同面积的α值作平均，即得面深关系，称为相对值平均法。我国近年常用的是绝对值平均法和相对值平均法。

中国东部24小时1000km²的点面系数$\alpha_{24,1000}$地区综合值大多地区为0.7～0.8，江南中部和东北南部大于0.8，云贵、山西和东北北部约0.6～0.7，内蒙古和山西的部分地区则小于0.6。历时愈短，α值愈小。多数地区6小时和1小时1000km²的点面系数$\alpha_{6,1000}$约为0.65～0.75，$\alpha_{1,1000}$约为0.55～0.65。

动点动面关系概念明确，制作简单，综合方便，反映暴雨面分布的自然规律，是传统方法。但应用于设计暴雨，还有一些问题：

（1）动点雨量小于真正的暴雨中心雨量，站网愈稀，偏小愈多（图2），但站网对动面雨量影响较小，致使点面关系代表性不够。

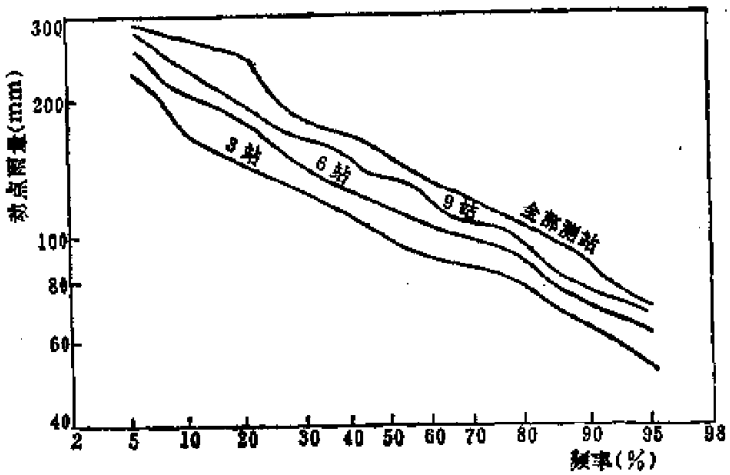


图 2 黄浦江地区（10000km²）最大1天动点雨量频率线

（2）地形影响明显地区，被选用的暴雨场次往往集中在几个有限的地带内（图3），

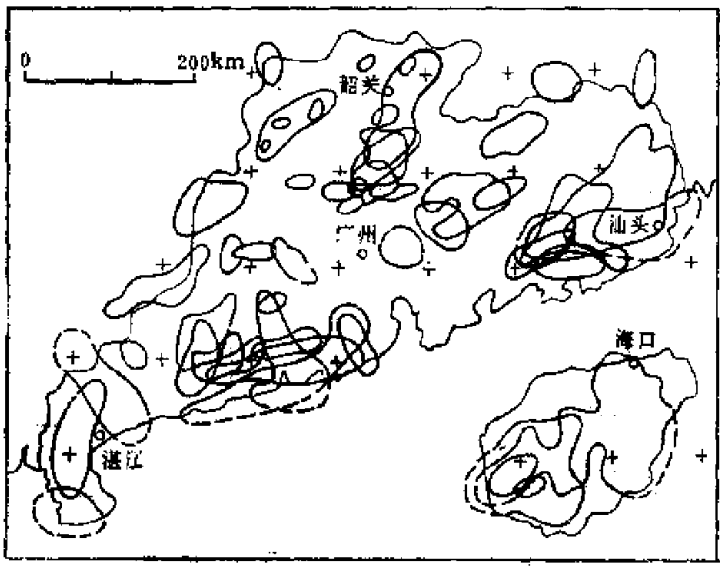


图 3 广东省各次大暴雨24小时200mm等雨深线

据此综合的点面关系移用于非暴雨中心地区会有一定出入。

（3）在推求流域设计暴雨时带有借用的性质，因为点雨量统计参数都是用固定测站资料计算的，流域也是具有固定的边界的。

（4）由于暴雨场次不足，影响因素复杂，地区综合成果无法完全反映面雨量的统计特性。

三、定点定面雨量关系

定点定面关系是为了更好地配合水利工程设计暴雨而较晚发展起来的一种点面关系，它反映一个地区内不同面积（包括面积为零，即固定地点）的固定流域或小区的面积和流域平均雨深的统计参数之间的关系。由于点雨量的位置和各面积的流域边界在历年中都是固定不变的，故称“定点定面关系”。

定点定面关系的研究方式多样，但直接建立定点定面雨量统计参数的经验关系在工程应用上更为现实，近二十年来各国纷纷对此进行探讨。我国水利水电科学研究院[4]在六十年

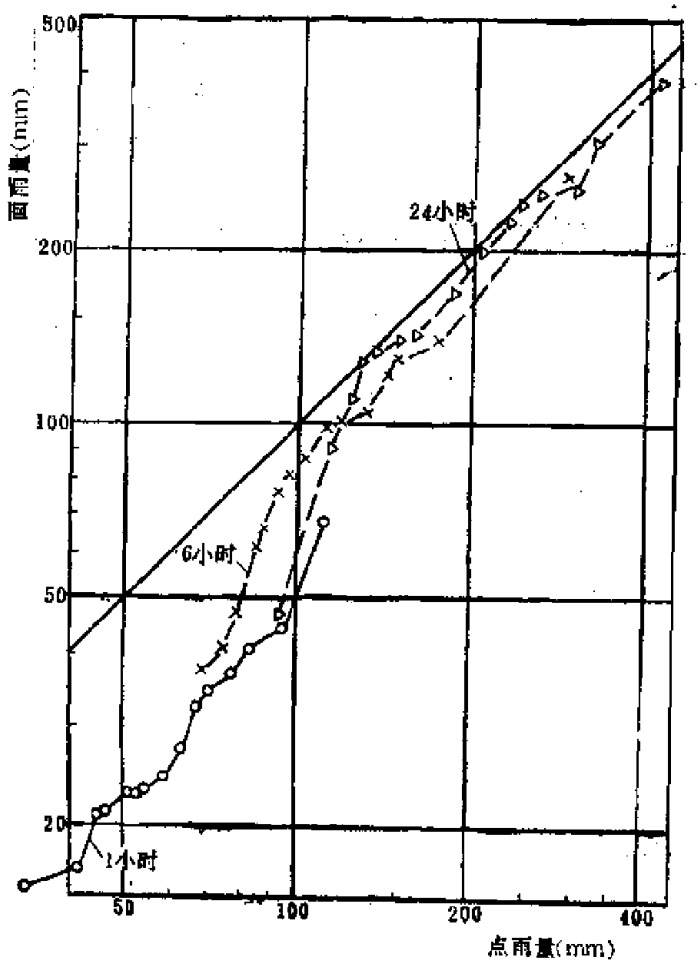


图 4 福松区间定点定面关系

代开始了探讨；广东省水文总站●等近年作了大量分析和综合；英国[5,6]也作了深入的研究。

为分析定点定面关系，先在暴雨特征一致区内选择一批面积大小不等的实际流域或固定边界小区。然后对各流域或小区按不同标准历时分别统计各站点和定面的逐年最大雨量系列，分析统计参数。最后以历时t为参数，综合点绘面雨均值$\overline{H}_A$、变差系数C_{v_A}对点雨均值$\overline{H}_0$，变差系数C_{v_0}的比值$\alpha_{\overline{H}}$、α_{C_v}及其面积A的相关关系$\alpha_{\overline{H}}\sim t\sim A$和$\alpha_{C_v}\sim t\sim A$；也可以分析设计雨量$H_p$的点面系数$\alpha_{H_p}\sim t\sim A$关系。点雨量参数取流域内各站参数的平均值。统计系列期间站网分布尽可能保持一致。图4、5列出了海南岛福才～松涛水库区间(988km²)的定点定面关系和频率分布。

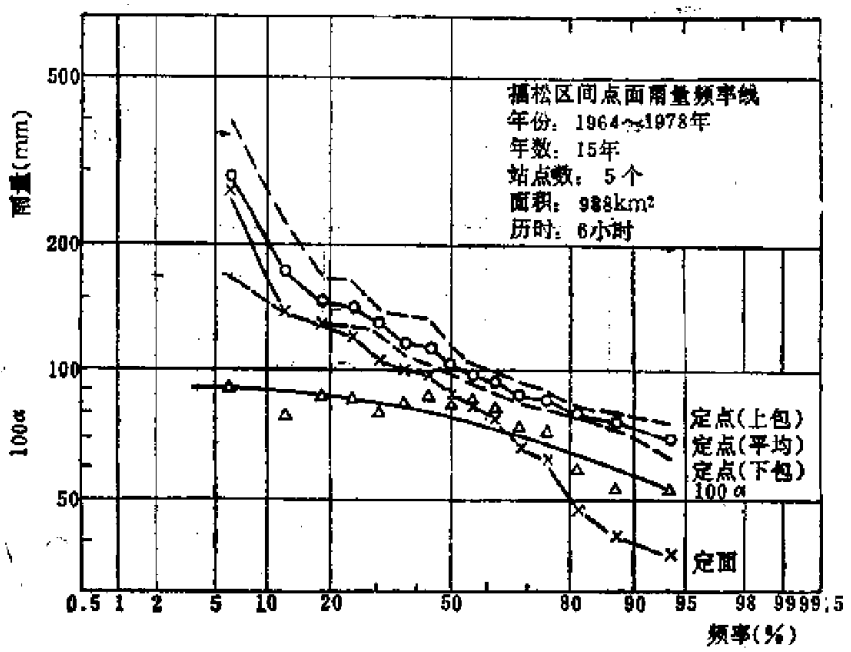


图 5 福松区间定点定面雨量频率

我国近年已有不少地区分析了定点定面关系，广东、广西资料最多，加上福建、湖南和青海共106个流域，各流域面积在31.5～1662km²之间，历时1～72小时，系列长度大多为5～20年，每个流域都有几个测站。按省区综合的定点定面关系$\alpha_{\overline{H}}\sim A$（图6）表明华南大多地区的点面关系比较一致，干旱地区青海的$\alpha_{\overline{H}}$小于华南综合线。定点定面关系地区差别较小，英国也有相同的结论[5,6]，故能采用较大地区进行综合，成果移用的限制也较小。

定点定面关系反映了流域内各站点的年最大雨量发生于同一起迄时间的程度。如同时发生，则$\alpha=1$；发生时间愈不一致，α愈小。面积愈大、历时愈短、暴雨尺度愈小，则各站年最大值同时出现机会愈小，α值也愈小。

定点定面雨量变差系数C_v之间的关系甚为复杂。图7为点面雨量系列相同的一部分广东、福建资料矩法分析的$\alpha_{C_v}\sim A$关系。成果表明小面积的α_{C_v}基本上小于1.0，500km²以

●广东省水文总站，设计暴雨定点定面关系分析，1981。

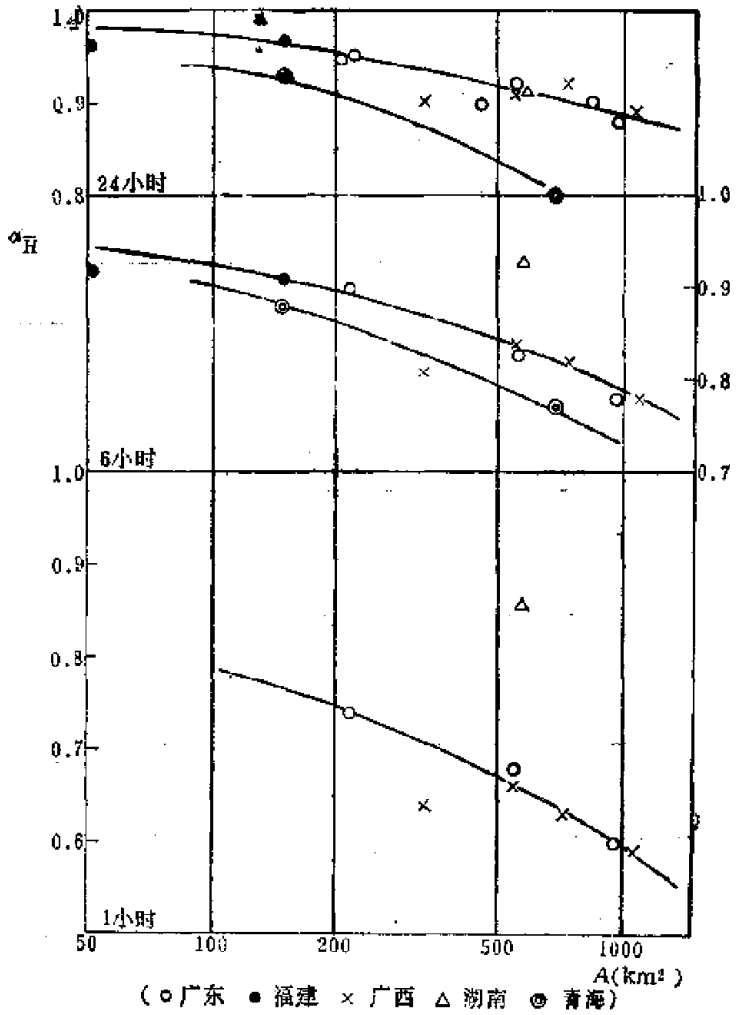
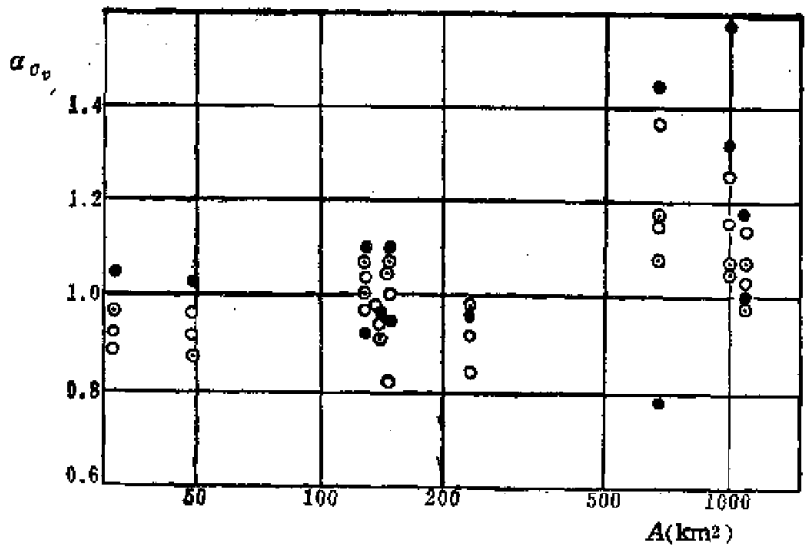


图 6 各省区综合定点定面关系

上的α_c。基本上大于1.0，历时影响不明显。据估计，对大面积流域，雨大时，各站同时大雨的机会较多，雨小时，各站同时发生年最大值的可能性小，所以面雨$C_.$大于点雨C_o。由于$\alpha_c \sim A$关系复杂，如条件许可，直接研究α_{H_p}的规律也许是恰当的。图5显示，当频率$p<50\%$时，α_{H_p}已趋于平稳。

定点定面关系联系点雨和面雨的统计值，统计意义强于物理意义，地区分布比较一致，适用于设计暴雨的点面雨量转换。但分析工作量大，分析的重点应放在较大面积和较小历时上。



（注：●表示1、3小时，○表示6、12小时，⊙表示24、72小时）

图 7 华南α_{c_p}～A关系

四、 面深关系的影响因素

影响暴雨面深关系的主要因子有历时、天气和雨量（频率）等。

历时是最明显的影响因素，所以时面深关系被看作一个整体。全国1、6、24小时1000km²动点动面点面系数α_1、α_6、α_{24}的大致数值表明，α_6比α_1大0.10左右，α_{24}比α_6大0.05左动，湿润地区的α随历时变化更为明显。定点定面也有类似趋势（图6）。因此，用长历时α代替短历时α会使成果明显偏大。

局地雷阵雨面分布集中，α值明显小于由较大天气系统造成降水的α值。台风雨和涡切变雨的差别比较复杂，据东部地区306次暴雨24小时1000km²动点动面系数$\alpha_{24,1000}$分析（表2），全国和北方两者一致，南方台风雨稍大，中部各区涡切变雨面分布均匀。台风雨α值的地区差异小于非台风雨的。

表 2 天气对$\alpha_{24,1000}$的影响

区名		南方	江南	江北	华东	北方	全国
平均α	非台风	0.70	0.81	0.76	0.79	0.75	0.76
	台风	0.76	0.78	0.70	0.76	0.75	0.76

对各地区各天气类型的暴雨按其中心雨量H_0的大小对$\alpha_{24,1000}$作分组平均探讨点面系数和雨量（或频率）是否有关。图8表明，我国多数地区动点动面α～H_0尚有一定趋势，即α随H_0的加大而减小，但有的地区不明显。对于定点定面关系，如$\alpha_{0,*}>1$，则α随H_0的加

大而加大；如$\alpha_{c_1}<1$，则α随H_0的加大而减小。

季节对点面系数的影响综合反映了天气和雨量的影响。如华东区五、六月为梅雨期，雨量较小，α较大；七、八月为台风期，α较小。江南、江北各月α值比较接近。

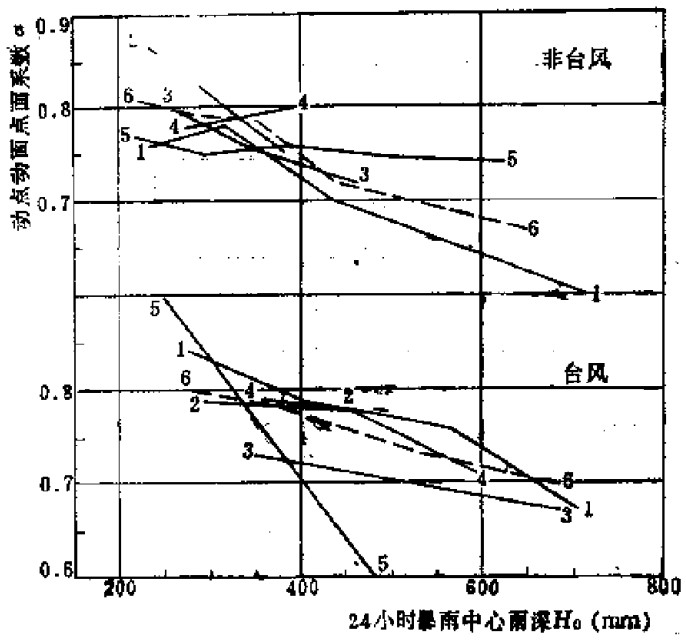


图 8 中国东部地区$\alpha_{24,1\,000}\sim H_0$关系

1—南方；2—江南；3—江北；4—华东；5—北方；6—全国

五、结 语

（1）暴雨面深关系的精度主要取决于雨量站网密度和观测年数。

（2）单次暴雨和个别流域的面深关系缺乏代表性，应通过多次暴雨、多个流域的多年资料作分析和地区综合。

（3）以大量资料为基础编制的“中国暴雨最大时面深纪录”和“各历时各面积最大雨量分布图”，反映了各历时各面积暴雨极值的地域分布，对可能最大暴雨和设计暴雨的估算和验证有很大意义。

（4）动点动面关系反映场次暴雨面分布的自然规律，适用于描述地区暴雨特性。

（5）定点定面关系是联系点雨量和面雨量年最大统计值的点面关系，反映流域内各站的年最大雨量发生于同一起迄时间的程度，适用于推求设计面雨量。利用动点动面关系推求设计面雨量是以假定它和定点定面关系相近似为前提的。

（6）影响面深关系最明显的因素是历时，其它还有天气、雨量等。

（7）中国东部地区动点动面关系和华南地区定点定面关系，分析资料比较充分，综合成果反映了面深关系的规律。

（8）已有动点动面关系分析中，短历时暴雨尚感不足，大面积长历时暴雨分析还需加

强。

（9）定点定面关系分析的条件已基本具备，华南以外的各区还有待分析，变差系数和设计值的点面关系还应进一步研究。

参 考 文 献

[1] 王家祁，我国暴雨的最大时面深纪录的介绍，水文，1985年第1期。

[2] R.K.Linsley, M.A.Kohler, J.L.H.Paulhus, Hydrology for Engineers, 3rd Edition, McGraw-Hill Book Company, 1982.

[3] U.S.Department of the Interior Bureau of Reclamation, Design of Small Dams, Water Resources Technical Publication, 1973.

[4] 陈志恺，论中小流域设计暴雨分析计算方法，水文计算经验汇编，第三集，中国工业出版社，1965。

[5] Natural Envirorment Research Council, Flood Studies Report, Vol. II, Meteorological Studies, 1975.

[6] Institute of Hydrology, The Areal Reduction in Rainfall Frequency Estimation, Flood Studies Supplementary Report, No.1, 1977.

特短历时设计暴雨分析*

顾文燕

前　言

特短历时暴雨是指降雨过程中雨量分配最为集中，历时在1小时以下的时段雨量。对于几十平方公里或更小流域的洪峰流量，往往由暴雨中强度最大的几十分钟雨量起控制作用。因此，对于大量的小型水利工程、铁路公路桥涵以及城镇工矿排水等水工建筑物的设计，要求提供特短历时设计暴雨数据。以往采用暴雨经验公式[1]，利用24小时雨量间接推算特短历时设计暴雨，这是适应当时短缺资料条件下所采用的方法。但是由于暴雨公式中递减指数的不稳定性，常常使得外延历时愈短，设计雨量误差愈大。现在改为确定基本历时为10分钟，根据实测资料计算10分钟雨量统计参数；并结合1小时雨量，使特短历时的两端雨量得以可靠控制，中间历时雨量可以内插求得。从而简化了计算工作，提高了特短历时设计暴雨成果的精度。同时分析了特短历时10～60分钟雨量与历时关系，估计了内插误差的变化范围。

一、年最大10分钟点雨量特征参数图的编制

（一）基本资料

本次编图，雨量资料系列一般截止于1982年。使用计算统计参数的自记雨量站有2583个，其中气象站1210个，总站年数为4.7万，平均系列长度为18年。为编制实测和调查最大雨量分布图，共普查了自记雨量站5300多个，总计6.4万站年资料。雨量测站在地区上的分布不均匀，东半部地区自记雨量站的分布比西半部地区稠密得多，且资料系列年数也较长，多数超过20年。西半部的新疆、青海和西藏合计面积占全国的37%，可是自记雨量站数才占全国的3%，资料系列只有10年左右。

由于特大暴雨强度很大时，容易造成自记雨量计失灵，使观测中断影响资料精度，所以对特大暴雨资料必须慎重核查。还必须尽可能搜集短历时的调查大暴雨资料，尤其对于西北干旱地区，因为自计雨量站十分稀少，小面积高强度大暴雨正巧落在雨量筒上的机会，更是十分稀遇的。可以通过雨后实地调查并根据盛水容器估算暴雨的总历时和总雨量，按平均雨强或10分钟对1小时雨量的综合比值估算10分钟雨量。

---

*由“暴雨洪水分析计算工作协调小组办公室”组织，各省、市、自治区水文总站（或设计院）编图组参加协作编制的中国年最大10分钟点雨量特征参数图。本文主要依据其工作成果编写的，于1984年底完成，1985年6月修改。

（二）单站统计参数

按独立年最大法选样组成单站10分钟雨量系列样本，采用矩法公式进行频率分析，计算统计参数均值、变差系数C_v和偏态系数C_s。单站统计参数的精度取决于样本的可靠性（如观测精度、站网密度）和系列的代表性（如系列长度、是否包含特大值）。用样本的统计参数代替总体的参数存在抽样误差。一般系列在20年以上所计算的均值，其成果比较稳定，具有一定代表性。参数C_v受系列中特大值影响，宜采用适线法。参数C_s实用时一般选用C_s/C_v固定倍比，采用$C_s=3.5C_v$。频率曲线选用皮尔逊Ⅲ型，经验频率采用期望公式。

（三）参数图的绘制

单站计算经适线和修正的参数是勾绘参数图的依据。勾绘均值图时，以长系列站数据为控制，考虑周围变化趋势，用地理内插法勾绘等值线。参数C_v受样本代表性和特大值影响，虽然经过地区综合平衡和各历时雨量频率曲线协调统一适线，其数据点绘在地区上仍然跳动较大，变化趋势不如均值明显。有些长系列站中的最大值，明显低于所在地区已出现的特大值的量级，使单站数据偏小。因此，在编图时着重考虑包含特大值的长系列数据，参照地区特大值分布以确定等值线趋势。勾绘等值线时，既不可机械地依据单站数据，避免画出多中心小圈，也不过分地匀化地区参数之间的差别，而是按平均偏于安全的原则勾绘。

实测和调查最大雨量分布图一定程度上可以反映特大雨量的地区分布趋势。实践表明，各地所发生的特大雨量量级，常常是随着站网密度的增加和资料系列年数的延长而加大的。因此，在编图时尽可能搜集一切短系列资料和调查暴雨资料。

（四）成果合理性分析

特短历时暴雨，绝大部分为雷阵雨型暴雨，它的特点是强度大、历时短、时空分布极不均匀。在目前自记雨量站网不足情况下，很难捕捉到暴雨中心雨量。但是实测和调查到的最大雨量能够反映一定稀遇频率的雨量量级。因此，可以利用最大雨量值的稀遇程度来检验统计参数等值线图的合理性，同时通过其他途径分析，检验统计参数在地区上的分布规律以及相互之间的联系。

1.特大值雨量重现期的检查

通过全国6万多站年自记雨量资料的普查，挑选各地区单站系列中首项最大值雨量经常出现的量级，和在一个地区内比较突出的特大值雨量，作为检查重现期的特大点雨量样本。用编制的参数均值和C_v等值线图，查算这些特大点雨量的重现期，但是要求定量规定相应重现期的合理变动范围是困难的。如表1所示，将全国分成六大区，按地区上经常发生的雨量量级，其相应的模比系数K（$K=H_m/\overline{H}$）一般小于2，重现期为20～30年，考虑到目前实测资料系列的年数，上述重现期是基本合理的。地区上较突出的雨量量级的模比系数K，大多数在2.5以上，折算样本的相应重现期为500～1000年。据全国统计，特大值重现期超过千年的有十几个站次，其中超万年的多数是调查暴雨，计5个站次。由于特大值主要影响C_v，因此，这种方法主要用来判别C_v等值线的合理性。如果能够确定较突出特大值的重现期，可以配合均值反推C_v值，作为修正C_v的主要参考。

表 1 全国实测和调查最大10分钟雨量重现期

地区	省、区、市名	地区特大值 站名	北纬	东经	H_m (mm)	日期	特大点检查 $\overline{H}$ (mm)	C_v	$K=\frac{H_m}{\overline{H}}$	重现期 N(年)	地区检查 H_m (mm)	$\overline{H}$ (mm)	C_v	K	N (年)
东南沿海	广东	东溪口	23°27′	116°54′	53.0	1979.6.10	19.5	0.34	2.72	1700	35	22.5	0.30	1.6	20
	广西	陆屋	22°16′	108°57′	50.5	1968.4.9	23.5	0.32	2.15	200					
	台湾	红叶谷	24°	121°	86.5	1906.	22.5	0.30	3.84	>10000					
西南地区	贵州	安顺	26°14′	105°55′	72.6*	1979.7.20	19.0	0.44	3.82	4000	25	15	0.35	1.7	25
长江中下游	上海	上海	31°11′	121°26′	44.0	1950.8.9	17.5	0.37	2.51	400	30	17.5	0.35	1.7	30
	湖南	衡阳	26°56′	112°30′	45.0	1967.8.2	18.5	0.40	2.57	200					
华北地区	陕西	黑峪口	34°03′	108°18′	59.1	1973.5.27	10.5	0.70	5.63	1000	35	17.5	0.5	2.0	20
	山西	海洞沟	37°49′	112°10′	53.1	1971.7.1	12.5	0.55	4.25	1000					
	河北	围场	41°47	117°56′	93.3*	1974.7.3	13.0	0.60	7.18	>10000					
东北地区	黑龙江	克山	48°03′	125°53′	50.0	1957.7.15	14.0	0.50	3.57	600	30	15	0.45	2.0	30
	黑龙江	庆安	46°53′	127°29′	46.6	1975.6.13	15.0	0.46	3.11	500					
	辽宁	高墙子	41°20′	122°39′	53.3*	1983.6.28	17.5	0.50	3.05	200					
西北地区	新疆	安集海	44°21′	85°19′	40.0*	1981.6.29	5.0	0.70	8	>10000	15	5	0.8	3.0	30
	青海	小叶坝	37°00′	101°35′	75.0*	1976.6.19	7.5	0.60	10	>10000					
	甘肃	三盘子	33°53′	104°33′	47.7	1967.7.1	12.5	0.70	3.82	125					

#改正值；*调查值。

2.与1小时雨量参数[2]比较

比较10分钟和1小时雨量的均值、C_v等值线图，明显反映出两种历时参数等值线的走向和高值区的位置基本上是相一致的。采用长短历时雨量的均值比值R（$R=\overline{H}_{10}/\overline{H}_{60}$）和$C_v$差值$\Delta C_v$（$\Delta C_v=C_{v10}-C_{v60}$）作为比较指标。$R$在地区上的变化趋势由南向北和由东向西递增。东南沿海为0.35，长江流域为0.40，东北地区达0.50，西北个别地区高达0.60。从这点可说明西北地区降雨过程更为集中。ΔC_v由沿海−0.10向西递增，东半部地区为−0.05～−0.10，西北个别站还有$C_{v10}>C_{v60}$的。

3.直接法参数图和经验相关关系比较

经用时段雨量均值点绘的$\overline{H}_{10}\sim\overline{H}_{60}$和$\overline{H}_{30}\sim\overline{H}_{60}$相关关系所得的经验公式为：

$$\overline{H}_{10}=0.75\overline{H}_{60}^{0.95} \quad (1)$$

$$\overline{H}_{30}=1.14\overline{H}_{60}^{0.90} \quad (2)$$

先从直接法1小时雨量参数均值和C_v等值线图推算分区1小时设计雨量（$H_P=K_P\overline{H}$），再由上述公式（1）、（2）求得相应10分钟和30分钟设计雨量，以此与直接法10分钟参数图相应的设计雨量以及由10～60分钟直线内插的相应30分钟设计雨量[即$H_{30}=H_{60}(30/60)^{1-n_{10-60}}$]作比较。两种方法以百年一遇雨量为例，比较结果相差甚小。如表2所示，说明只要资料基础较好，无论那种方法进行计算，其成果都较为相近。

4.与地区上各历时暴雨统计特征值变化趋势比较

通过地区上较长历时范围内综合比较$\overline{H}\sim t$、$C_v\sim t$和$H_m\sim t$关系的变化（图1）。雨量

表 2 百年一遇10、30分钟雨量 单位：mm

地区	百年一遇10分钟雨量		百年一遇30分钟雨量	
	等值线	经验公式	等值线	经验公式
海南岛台湾地区	52.2	54.2	102	106
珠江流域	48.0	52.3	98.5	102
浙闽沿海	42.2	42.6	78.5	82.2
淮河流域	50.4	49.1	91.8	95.5
长江中下游	40.4	37.8	68.8	72.4
西南地区	31.6	31.4	55.9	59.4
华北地区	41.1	43.4	80.0	83.7
黄河中上游	36.8	30.6	54.3	57.8
东北地区	34.2	34.0	61.1	64.6
西北地区	16.0	17.9	30.1	32.8

随着历时增长而加大，全国范围综合趋势成扩散型，说明特短历时雨量比长历时雨量的变幅要小得多，即地区上分布均匀。C_v一般也是随着历时增长而稍为增大，但规律不如均值明显。西北地区C_v～t关系的形状大致呈水平型。

5.与世界特短历时雨量纪录比较

世界特短历时雨量纪录有1分钟38mm（西印度群岛1970.11.26）、8分钟126mm（联邦德国1920.5.25）、20分钟206mm（罗马尼亚1889.7.7）和42分钟305mm(美国1947.6.22)。折算成10分钟平均雨强达到100mm/10min以上，超过我国实测最大雨量。我国特短历时雨量在30分钟以下小于世界雨量纪录，而30分钟以上的调查雨量已接近世界纪录。考虑到我国目前自记雨量站网密度较稀和资料系列较短，不易观测到特大暴雨的降雨过程。因此，绘制10分钟C_v等值线图应留有余地，地区上平均偏于安全的原则是适宜的。

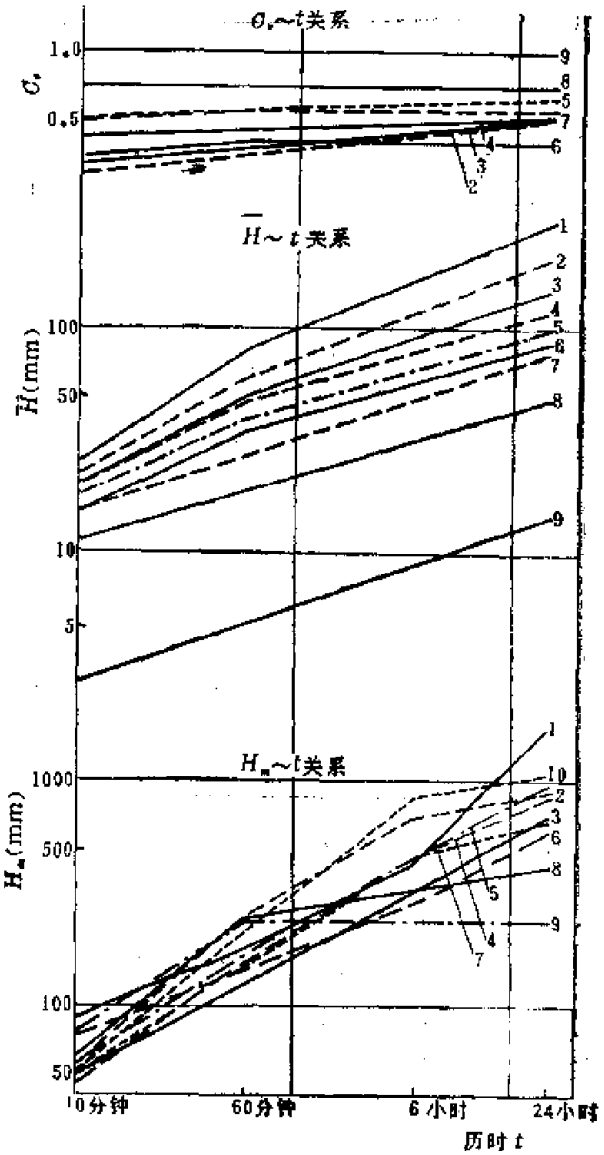


图 1 各地区各历时雨量统计特征

1—海南岛台湾地区；2—珠江流域；3—浙闽沿海；4—长江中下游；5—华北地区；6—西南地区；7—东北地区；8—黄河上中游；9—西北地区；10—淮河流域

二、年最大10分钟点雨量参数地域分布的特点

（一）均值等值线图的地域分布（图2）

均值量级变幅小，全国在2.5～25mm之间。等值线梯度平缓，地域上分布均匀。等值线趋势由南向北、由东向西缓慢递减，其中10mm等值线北起东北大兴安岭，向南沿阴山经燕

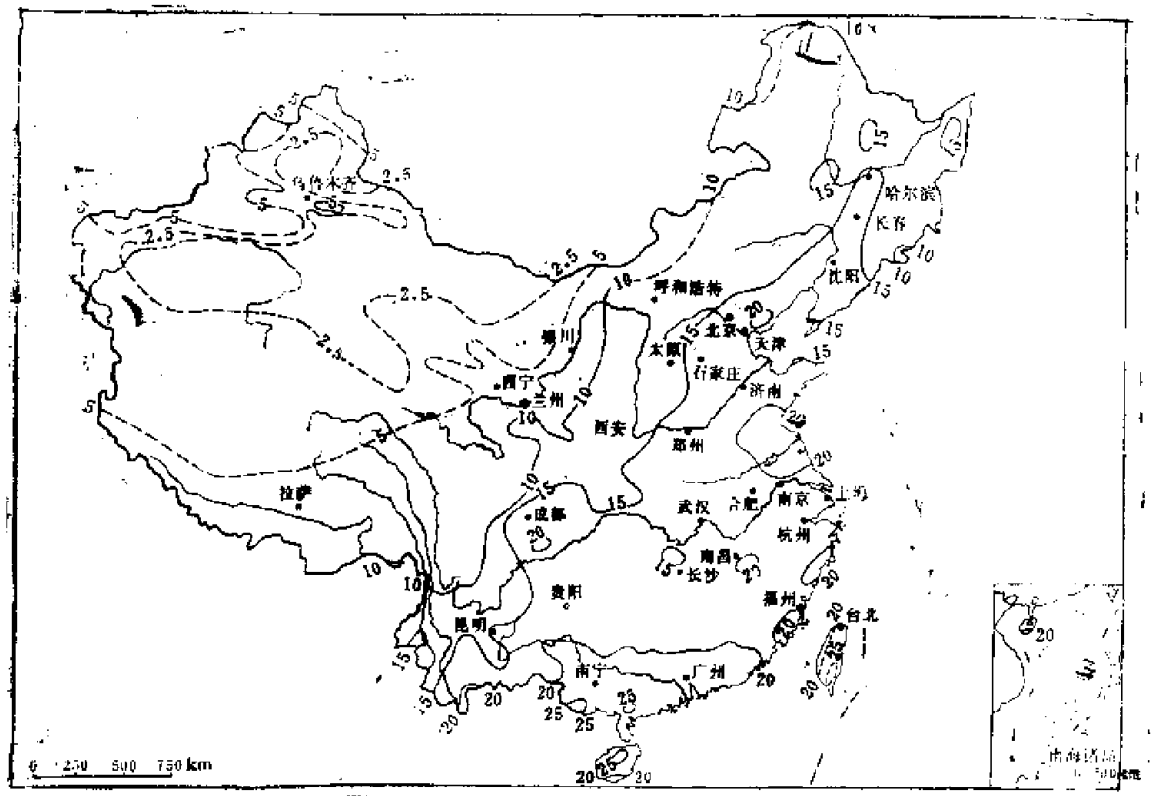


图 2 中国年最大10分钟点雨量均值（mm）等值线概略图

土高原，绕渭河河谷，沿青藏高原入云南境内。这条等值线将我国分成东西两半部，相当于24小时和1小时均值等值线图上的50mm和20mm等值线的走向。东半部台湾、海南和粤西高值区，达到25mm，南岭以南珠江流域大于20mm，长江流域直至华北地区绝大部分为15～17.5mm，淮河流域为20mm高值区，东北地区为12.5～15mm，西半部为2.5～5mm。

（二）变差系数C_v等值线图的地域分布（图3）

C_v等值线的趋势与均值相反，由南向北、由东向西递增，全国变化范围为0.3～1.0。其中0.55等值线的走向相当于均值10mm等值线，此线将我国分成东西两半部。东半部等值线大多小于0.55，以珠江流域和浙闽台沿海地区最小为0.30，此条0.30等值线沿武夷山南岭分隔长江和珠江流域，长江流域为0.35～0.40。0.40等值线横贯东半部的中部地区，将长江和黄河流域分隔为南方和北方。北方地区C_v等值线的梯度和变幅大于南方，一般在0.45～0.65。西半部的C_v梯度最大为0.6～1.0，与1小时C_v相仿。

（三）实测和调查最大点雨量分布（图4）

从各地实测最大雨量分布看，东西两半部差别较大，大致可以20mm分界。西半部地区小于20mm。东半部地区从南到北普遍大于40mm，量级大于50mm的场次，从台湾、闽粤沿海，西到贵州伸入晋陕内陆，北至松花江上游，都先后发生过，这说明东半部实测最大雨量

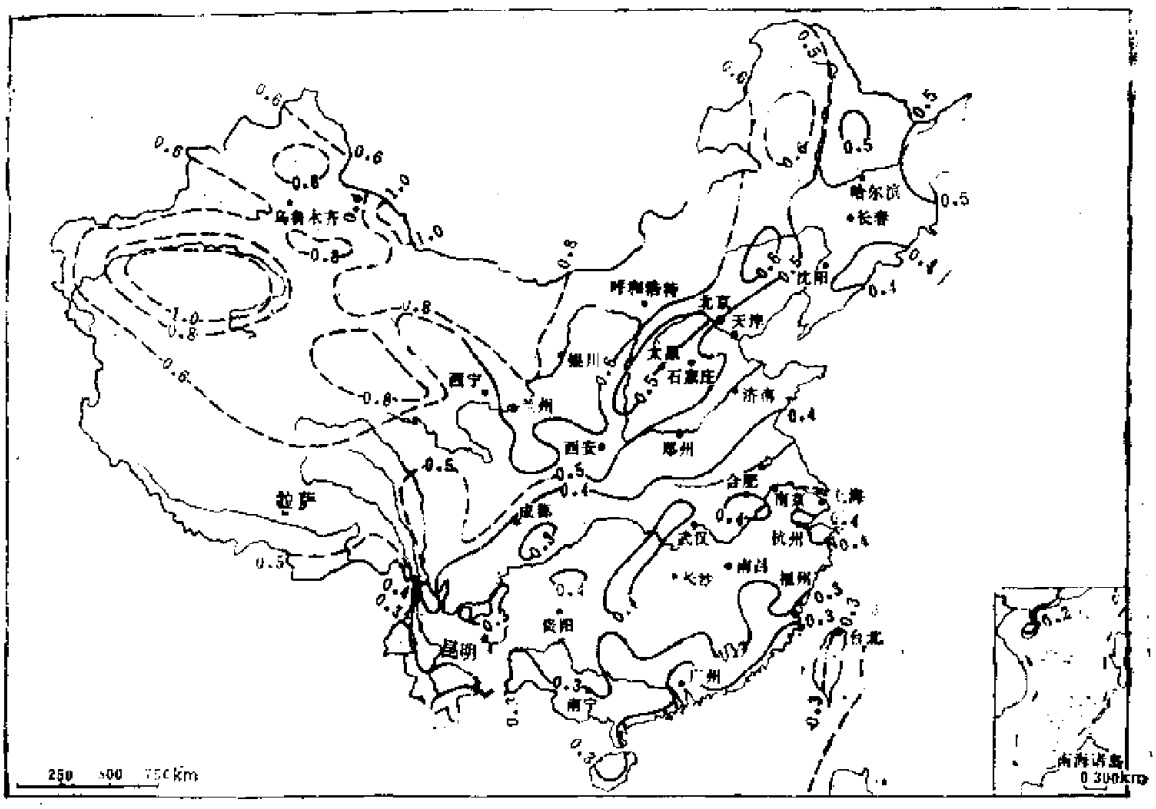


图 3　中国年最大10分钟点雨量变差系数等值线概略图

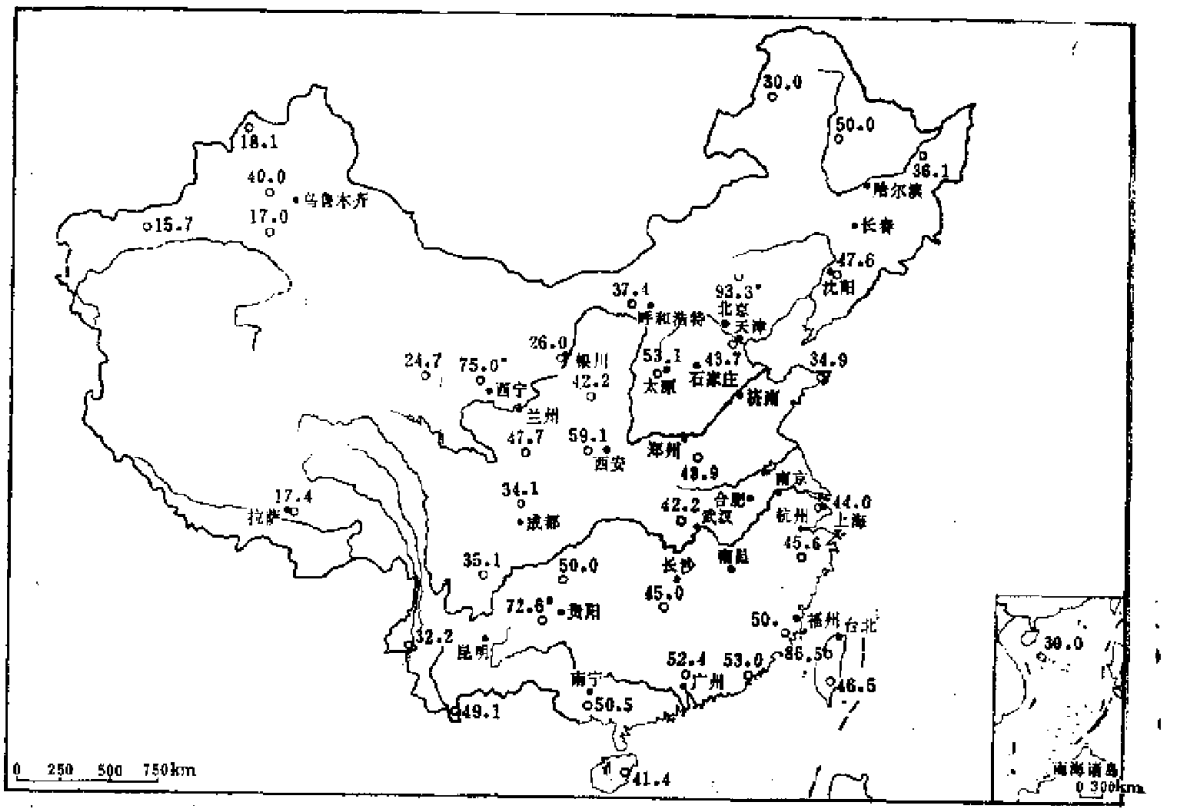


图 4　中国实测和调查最大10分钟点雨量（mm）分布图

*一为调查值；*一为改正值

在地区上的差别几乎都不存在。再从调查到的短历时大暴雨资料来看，大都发生在干旱和半干旱地区，其10分钟平均雨强大得惊人，不仅超过当地实测最大值的数倍，甚至超过东半部实测最大值。例如河北省围场93.3mm/10min，青海小叶坝75mm/10min。因此，实测和调查最大雨量的分布反映不出湿润、干旱和半干旱的地区差别，更反映不出地形的影响。

（四）与长历时雨量参数[3]分布的差异

1.均值

10分钟等值线地域分布均匀，全国变幅较小，10分钟均值是2.5～25mm，高低值差10倍；1小时均值是5～70mm，高低值差14倍；24小时均值是10～200mm，高低值差20倍。在$\overline{H}\sim t$关系中均值随着历时增长而增大得快，因此成扩散型。其次，地形的影响也是随着历时增大而加大，例如太行山地区，24小时均值是50～110mm；1小时均值30～50mm；但10分钟均值为15～17.5mm，其最大最小雨量比值由24小时的2.2倍降至10分钟的1.2倍。

2.最大值

10分钟最大雨量量级在地区上分布均匀，几乎全国不存在明显差别。地理位置、地形、气候等因素影响不显著。24小时全国最大雨量为200～1000mm，由于受地形抬升影响，降雨高值区往往在山脉迎风坡，1小时最大雨量变幅缩小为100～250mm。全国最大最小雨量的比值由10分钟的1倍增至24小时的5倍。

3.变差系数C_v

C_v等值线的全国变幅，10分钟为0.3～1.0，1小时为0.4～1.0和24小时为0.5～1.0，变幅差距随历时增长而减小。在$C_v\sim t$关系中，干旱地区的短历时C_v略大于长历时C_v，湿润地区的C_v随历时减小而减小，因此，10分钟C_v的最大值与最小值之间的差距反而比1小时C_v的差距为大。但是由于C_v值的抽样误差较大，特短历时雨量中的$C_v\sim t$关系又不够稳定，因此，只能从较大地区和较长历时范围分析综合。

三、特短历时暴雨时深关系分析

由于工程地点所控制的流域面积不同，造峰的暴雨历时不等，设计洪水的计算需要10～60分钟之间任意历时的设计雨量，而目前只是将基本历时为10分钟和1小时的雨量编制了统计参数等值线图，事实上也不可能对每一历时雨量给出参数图，因此，仍然需要进行特短历时暴雨的时深关系分析。

雨量～历时（$H\sim t$）关系通常用暴雨强度公式表示，其通式为

$$i=\frac{S}{t^n} \qquad (3)$$

属指数型，反映出降雨平均强度是随着历时的增长而减小的。直接用雨量～历时关系表示为

$$H=St^{1-n} \qquad (4)$$

这是一种概化的模式，如在双对数纸上点绘$H\sim t$关系，呈线性关系。但大量实测资料表明，雨量～历时关系不完全成线性，而是一条曲线。如果严格按点据选配曲线线型，虽配线误差可达到最小，但其所拟合的公式形式必然十分复杂，以致无法使用。正因为选配的公式型式

属于经验性的，就不必要求各种历时的暴雨都符合同一暴雨公式，并具有相同的公式参数数值，而是以分段概化为不同坡度的直线拟合更为简便。

（一）时深关系的线型及其误差

按独立年最大值法选取10、20、30、45和60分钟雨量，进行单站频率分析，把各历时雨量的经验频率数据点绘在同一张频率纸上，统一适线协调平衡参数。并在双对数纸上点绘同频率的雨量时深关系，一般略呈上凸曲线形式，大部分在20～30分钟处转折。如果用单一直线拟合，则转折点处雨量的平均误差经全国分析为6%。因此，用直线内插能够达到设计暴雨计算要求的精度。

（二）指数n与频率P关系

相应不同频率P条件下的$H_p\sim t$时深关系，是由均值$\overline{H}\sim t$关系和变差系数$C_v\sim t$关系组合的结果，可通过暴雨公式指数n随频率P的变化来说明。假定10～60分钟雨量与历时关系为直线型，指数n_p为

$$n_p=1-\frac{\lg H_{P60}-\lg H_{P10}}{\lg 60-\lg 10}$$

$$=1+1.285\lg\left(\frac{H_{P10}}{H_{P60}}\right) \qquad (5)$$

式中 $H_{P10}=\overline{H}_{10}K_{P10}$；$H_{P60}=\overline{H}_{60}K_{P60}$

代入得

$$n_p=\overline{n}+\Delta n \qquad (6)$$

即

$$\Delta n=1.285\lg\left(\frac{K_{P10}}{K_{P60}}\right) \qquad (7)$$

式中K_p为皮尔逊Ⅲ型曲线的模比系数，当$C_s=3.5C_v$时，则K_p随着C_v增加而增加。如用C_{v10}/C_{v60}比值作判别指标，指数n随频率P的变化可有三种情况：

（1）当$C_{v10}>C_{v60}$，为$C_{v10}/C_{v60}>1$，即$K_{P10}/K_{P60}>1$，则n随频率P减小而加大；

（2）当$C_{v10}<C_{v60}$，为$C_{v10}/C_{v60}<1$，即$K_{P10}/K_{P60}<1$，则n随频率P减小而减小；

（3）当$C_{v10}\approx C_{v60}$，为$C_{v10}/C_{v60}\approx 1$，即$K_{P10}\approx K_{P60}$，则n不随频率P而变化。

因此，设计暴雨的时深关系取决于10分钟和60分钟C_v的变化。由于东半部地区$C_{v10}<C_{v60}$；西部地区$C_{v10}\approx C_{v60}$，一般稀遇频率下时深关系坡度比均值坡度稍大，也就是指数n随频率P减小略为减小。

（三）时段雨量相关与线性内插的误差

特短历时暴雨时深关系以上凸形曲线为主，但上凸的曲度不大，如以折线相联其转折点位置大多在30分钟处。直接用时段雨量均值点绘$\overline{H}_{10}\sim\overline{H}_{60}$和$\overline{H}_{30}\sim\overline{H}_{60}$相关关系，根据点据可以综合概化为指数型经验公式（1）、（2）。

相关关系的点据分布明显反映出时段间距愈小，则相关关系愈好，即$\overline{H}_{30}\sim\overline{H}_{60}$点据比

$\overline{H}_{10}\sim\overline{H}_{60}$点据更趋于密集（图略）。

以30分钟雨量为例，将相关经验公式和直线型公式作比较，推导出误差公式，误差符号用Δ表示。

因为$\overline{n}=1+1.285\lg\overline{H}_{10}/\overline{H}_{60}$为直线型，将式（1）代入得

$$\overline{n}=0.84-0.193\lg\overline{H}_{60} \qquad (8)$$

直线内插30分钟雨量公式为

$$\overline{H}'_{30}=\overline{H}_{60}(30/60)^{1-\overline{n}}$$

式中$\overline{n}$用式（8）代入得

$$\overline{H}'_{30}=0.90\overline{H}_{60}^{0.84} \qquad (9)$$

将直线型公式（9）和经验公式（2）计算的$\overline{H}'_{30}$和$\overline{H}_{30}$比较，得误差公式为

$$\Delta=\frac{\overline{H}'_{30}-\overline{H}_{30}}{\overline{H}_{30}}$$

$$=0.79\overline{H}_{60}^{0.84}-1 \qquad (10)$$

由式（10）计算的Δ为负值，说明相同的$\overline{H}_{60}$计算的$\overline{H}_{30}$比$\overline{H}'_{30}$为大，即直线内插比用经验相关线计算值偏小。公式还具有随着$\overline{H}_{60}$的增大误差Δ有减小的趋势，以此外延到设计频率情况下的$H_p\sim t$关系有可能更趋于直线，因此，中间历时雨量可以用直线内插求得。如表3所示，为全国各大区典型站，用单站适线参数或参数等值线图计算误差Δ，反映出频率百年一遇雨量比均值误差为小。

表3 30分钟雨量（mm）均值和百年一遇直线内插误差

地区	站名	年数	方法	均值		百年一遇		误差$\lvert\Delta\rvert$%	
				直接	内插	直接	内插	均值	百年一遇
东南沿海	徐闻	28	适线	47.2	44.1	86.8	88.4	7	2
			等值线	52.2	48.8	102.4	98.7	6	3
长江中下游	上海	44	适线	34.7	31.7	82.9	76.7	9	7
			等值线	35.0	32.2	80.3	76.8	8	4
华北	天津	33	适线	31.7	29.3	77.0	71.6	8	7
			等值线	35.0	32.2	93.0	89.3	8	4
西北	杨家村	26	适线	18.0	17.4	45.4	45.5	3	0
			等值线	16.9	15.0	51.4	48.0	11	6
东北	齐齐哈尔	32	适线	18.1	17.5	40.4	41.3	4	2
			等值线	20.6	18.5	58.8	55.4	10	6

四、结　　语

（1）年最大10分钟点雨量统计参数图提高了特短历时设计暴雨精度。已经水电部批准，作为1、6、24小时暴雨参数图的配套成果，供各地生产、科研部门试用。

（2）通过特短历时暴雨时深关系误差分析，认为特短历时设计暴雨可直接用10分钟和1小时设计雨量内插求得。

（3）目前自记雨量站网还较稀，且大部分自记雨量纪录资料尚未整编，因而影响了成果的分析。今后除应充分使用已有资料外，还需加强暴雨调查和开展雷达观测资料分析，以进一步提高特短历时设计暴雨的精度。

参 考 文 献

[1] 北京水利科学研究院水文研究所，设计点暴雨的计算方法，水文计算经验汇编，水利出版社，1958。

[2] 王家祁、胡明思，中国短历时暴雨统计参数等值线图的编制，水文，1984年第5期。

[3] 叶永毅、胡明思，关于中国可能最大暴雨等值线图编制中的几个问题，水利水电技术，1979年第7期。

应用电子计算机计算暴雨时面深的研究*

庚维德 王家祁

我国现行手工计算单次暴雨时面深关系，由于工作量很大，无法用手工计算逐时滑动的各种历时面平均雨深的外包值，而且目估勾绘等值线因人而异，成果一般也较为粗糙。为此，我们在CJ-719和TQ-16电子计算机上研制了“计算时面深”通用程序●(简称DAD)。程序主要包括三个部分，即插补分段雨量资料、绘制等值线和计算时面深。本程序已计算了二十多场暴雨时面深，现以广东、北京的两场暴雨为例，对方法进行简单介绍。

一、插补分段雨量资料

计算一个流域或地区暴雨时面深关系，其精度首先取决于雨量站站网密度和雨量观测时段长短。目前雨量站站网密度一般每站为几十至几百公里^2，自记雨量站更少，而且雨量站观测时段不等，有1、3(2)、6、12、24小时等5种，往往逐时资料较少。为了充分利用现有资料，根据暴雨特点、地形影响等因素，应当尽可能把日雨量或分段较粗的资料插补成分段较细的资料，直至逐时或若干分钟的雨量资料。本文采用三角形线性插值方法，该法主要是插补站插值系数μ的计算，有了μ值就可得到插补站短历时的插补值，即

$$P_{t'}=\mu P_t \qquad (1)$$

式中 $P_{t'}$为短历时雨量；P_t为长历时雨量。

插补站插值系数μ的计算，首先根据暴雨走向和地形特点，在插补站周围选择具有更细观测资料的三个参证雨量站，以此建立插值三角形。图1为广东潢步头680523暴雨由4段制(即每6小时观测一次)插补到8段制(即每3小时观测一次)的插值三角网。

设插值三角形三顶点坐标分别为(x_1, y_1)、(x_2, y_2)、(x_3, y_3)，对应的插值系数分别为μ_1、μ_2、μ_3，插补站G的坐标为(x, y)。求插补站$G(x, y)$处的μ值。令插值三角形平面方程为

$$\mu=\alpha_1+\alpha_2 x+\alpha_3 y \qquad (2)$$

将三顶点坐标代入式(2)，得三元一次方程组：

$$\mu_1=\alpha_1+\alpha_2 x_1+\alpha_3 y_1$$
$$\mu_2=\alpha_1+\alpha_2 x_2+\alpha_3 y_2$$
$$\mu_3=\alpha_1+\alpha_2 x_3+\alpha_3 y_3$$

*本项工作1981年4月完成，工作中得到谭维炎同志帮助、指导。

●1986年已由周仪同志改编，在PDP-11/23小型机上实现。

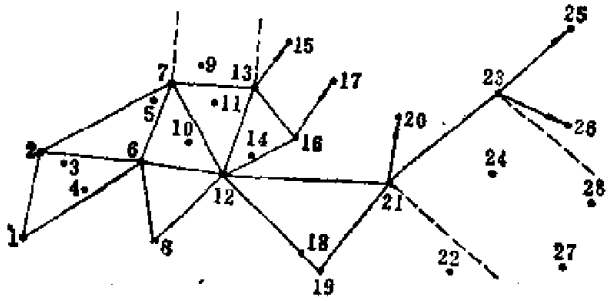


图 1 广东潖步头680523暴雨插值三角网

解方程组可求得系数α_1、α_2、α_3。将α_1、α_2、α_3和插补站G的坐标(x, y)代入式（2），即可算得μ值。现以图1中三角形三顶点对应雨量站茶园、清湾、恩平为例。插补计算大田站μ为0.36，3小时雨量为57.9mm（表1）。

表 1 广东潖步头680523暴雨大田站插值计算成果表

三角形顶点编号	站号	雨量站	x (km)	y (km)	3小时雨量(mm) (18:00～21:00)	6小时雨量(mm) (18:00～24:00)	插值系数 μ
1	7	茶园	85	96	3	6	0.50
2	6	清湾	81	72	93	148	0.63
3	12	恩平	105	73	14	102	0.14
插补站	10	大田	93	82	57.9⊕	159	0.36⊕

注：⊕为插补符号。

采用三角形线性插值时，应注意以下两点：

（1）插补站必须在相应的插值三角形内，一般不能外延插值。

（2）若插补站受地形或资料条件限制，邻近找不到合适的插值三角形，则可采用按邻近资料较细的一个站或二个站按其时程比例分配直接插补。

二、绘制暴雨等值线

绘制等值线方法，常用的有网格法和三角网法两种。本文采用三角网法，其主要步骤为：

（1）连结三角网。将暴雨发生地区所有雨量站，根据暴雨中心位置、暴雨走向和地形特点，连成绘制等值线三角网（图2）。

（2）统计等值线Z穿过的三角形编号、两条边的端点站号及三角形总数。首先根据三角形AB边两端点雨量P_A、P_B，用下式判断等值线Z与AB是否有交点，即

$$(Z-P_A)\times(Z-P_B)\leqslant 0 \qquad (3)$$

这里规定：Z穿过三角形系指Z通过三角形两条边。对其他三种情况，即Z通过三角形一顶点及其对边、两个顶点和三个顶点时，作如下处理：将其顶点雨量值（或等值线Z值）

略加一个很小的数值，如0.001，以此来限制Z穿过三角形顶点，但又不致于影响计算精度。然后逐一统计并记录Z穿过三角形编号、两条边的端点站号及三角形总数V。现以图2所示广东潭步头680523暴雨6小时最大雨量等值线$Z=200$mm为例，Z穿过三角形总数$V=9$，它们的编号分别为14、15、19、20、21、22、26、27和28。

（3）统计等值线Z各个分支穿过的三角形编号、总数，并计算等值线节点坐标。首先判断Z的第一个分支及其走向。从Z穿过的三角形中，先找边界三角形，如果没有，则以编号较小的三角形作为起始三角形，按三角形编号由小到大的顺序，找具有共同边的相邻三角形，并计算等值线节点坐标，依此进行。若最后找到的相邻三角形与起始三角形重合，即该等值线闭合；若最后找到的相邻三角形与起始三角形不重合，就是这两个三角形都在三角网边界上，该等值线不闭合。由此得到Z的第一个分支穿过的三角形数$D_1=m$，其等值线节点坐标为$(x_{1,j}, y_{1,j})$，$j=1, 2, \cdots, k$，当等值线闭合时$k=m$，否则$k=m+1$。

然后判断等值线Z其他分支及其走向。按上述计算，若$D_1=V$，则Z只有一条分支，即暴雨只有一个中心。若$D_1<V$，则Z不止一条分支，即暴雨有多个中心，这时在$(V-D_1)$的三角形中，寻找边界三角形或编号较小的三角形，作为第2个分支的起始三角形。重复以上步骤，直至满足$\sum_{i=1}^{N} D_i=V$，其中N为等值线Z的分支数。此时，等值线Z计算结束。

（4）计算等值线节点坐标。本文采用非线性插值方法，依此进行计算等值线Z穿过相邻两个三角形公共边的交点（等值线节点）的坐标。设相邻两个三角形四个顶点A、B、C、D的坐标和雨深分别为(x_1, y_1, z_1),(x_2, y_2, z_2),(x_3, y_3, z_3),及(x_4, y_4, z_4),两个三角形公共边为AC，其雨深曲面见图3。求X-Y平面上等值线Z与AC边交点坐标(x, y)。

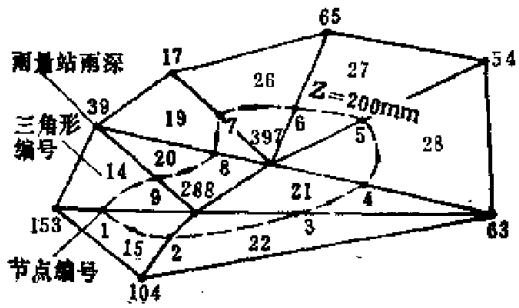


图 2 广东潭步头680523暴雨6小时200mm等值线穿过有关三角形示意图

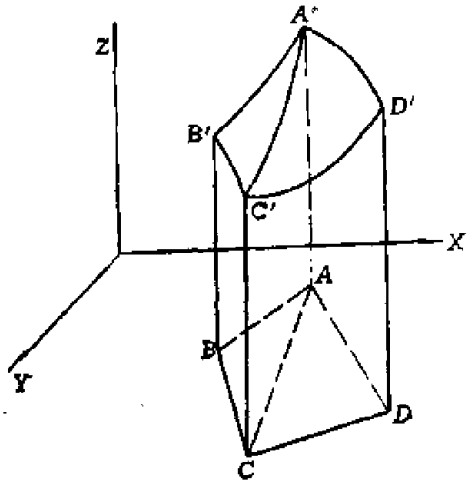


图 3 雨深曲面图

令纵坐标表示雨深的曲面方程为不完全的二次多项式：

$$Z=a_1+a_2x+a_3y+a_4xy \qquad (4)$$

由已知四个顶点坐标代入式（4），得四元一次方程组为

$$Z_1=a_1+a_2x_1+a_3y_1+a_4x_1y_1$$
$$Z_2=a_1+a_2x_2+a_3y_2+a_4x_2y_2$$
$$Z_3=a_1+a_2x_3+a_3y_3+a_4x_3y_3$$
$$Z_4=a_1+a_2x_4+a_3y_4+a_4x_4y_4$$

采用高斯消去法解方程组，解得系数a_1，a_2，a_3，a_4。

又令AC边直线方程为

$$y=b+mx \tag{5}$$

式中 $m=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$；$b=y_1-mx_1$。

将式（5）代入式（4），整理得

$$a_0x^2+a_1x+a_2=0 \tag{6}$$

式中 $a_0=a_4m$；$a_1=a_2+a_3m+a_4b$；$a_2=a_1+a_3b-Z$

解式（6），求得一元二次方程的根，选取在区间（x_1,x_2）的一个实根为所求的x值，再用式（5）计算得y值。采用上述方法计算等值线Z与AC边交点x的关系曲线有三种情况，即上凸、下凹和直线三种。由于暴雨等值线剖面$Z\sim x$关系一般呈下凹形曲线，且随着Z值减小而渐近直线，故对Z与AC边交点x坐标作如下规定：设空间曲线$A'C'$在$Z\sim X$平面上的投影$A''C''$，取其两端点的平均坐标为（$\overline{x}$，$\overline{Z}$），见图4。用式（4），由$\overline{x}$，$\overline{y}$推求Z值。根据暴雨等值线上述特点，应满足$Z_{max}\geqslant Z\geqslant Z_{min}$，其中$Z_{max}=\overline{Z}=Z_E$；$Z_{min}=Z_{C''}+(Z_{A'}-Z_{C'})/4=Z_F$。若$Z>Z_{max}$，则$Z\sim x$为上凸曲线，直接用线性插值计算（$x$，$y$）；若$Z<Z_{min}$，虽$Z\sim x$满足下凹曲线要求，但曲率太大。修正的办法是由$A''$，$F$，$C''$三点拟合二次曲线，由$Z$推求$x$值，再算$y$值。

现以图2为例，计算等值线$Z=200$mm与两三角形公共边交点坐标（x，y）。取相邻两三角形为19、26，它们的四个顶点坐标和雨深分别为(122,88,397),(108, 100, 17),(98, 93,39),(130,106,65)。代入式（4）、(5)、(6)，计算得$x=115.14$，$y=93.88$，而且满足$Z_{max}\geqslant Z\geqslant Z_{min}$，故等值线$Z=200$mm与相邻三角形19、26公共边交点坐标为（115.14, 93.88），即为图中等值线节点7的坐标。

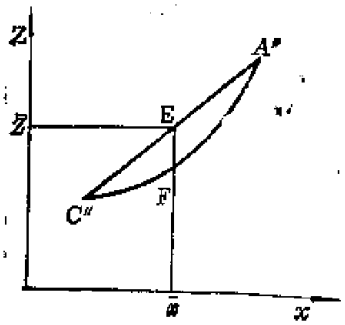


图 4 非线性插值示意图

（5）将离散等值线节点连成光滑曲线[1]。本次采用分段三次多项式曲线拟合光滑曲线，即在每相邻两个等值线节点之间拟合一条三次多项式曲线，为了保证分段曲线之间光滑，要求等值线节点上的一阶导数是连续的。

①求等值线节点上的导数。1969年，Akima提出一个几何条件，用5个点估计中间点的导数。设平面上有五个节点1，2，3，4，5，求点3的导数，计算公式为

$$\sin\theta=\frac{b_0}{\sqrt{a_0^2+b_0^2}}$$
$$\cos\theta=\frac{a_0}{\sqrt{a_0^2+b_0^2}} \tag{7}$$

式中 $a_0=w_2a_2+w_3a_3$；$b_0=w_2b_2+w_3b_3$；$w_2=|a_3b_4-a_4b_3|$；

$w_3=|a_1b_2-a_2b_1|$；$a_i=x_{i+1}-x_i$；$b_i=y_{i+1}-y_i$。

$(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

②计算首末端点的导数。对于封闭曲线，如图2计算点1导数时，用8，9，1，2，3五点，计算点9时，用7，8，9，1，2五点代入式（7）计算即可得到。

对于开曲线，需要在两个端点以外再各补足两个点，才能确定端点的导数（方法从略）。

③在多值函数情况下，由两点（x_1，y_1），（x_2，y_2）及其导数（$\sin\theta_1$，$\cos\theta_1$），（$\sin\theta_2$，$\cos\theta_2$）拟合三次多项式曲线参数方程为

$$\left.\begin{aligned}x&=P_0+P_1t+P_2t^2+P_3t^3\\y&=Q_0+Q_1t+Q_2t^2+Q_3t^3\end{aligned}\right\}\qquad(8)$$

式中 $P_0=x_1$，$P_1=R\cos\theta_1$；

$P_2=3(x_2-x_1)-R(\cos\theta_2+2\cos\theta_1)$；

$P_3=-2(x_2-x_1)+R(\cos\theta_2+\cos\theta_1)$；

$Q_0=y_1$，$Q_1=R\sin\theta_1$；

$Q_2=3(y_2-y_1)-R(\sin\theta_2+2\sin\theta_1)$；

$Q_3=-2(y_2-y_1)+R(\sin\theta_2+\sin\theta_1)$；

$R=[(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2]^{1/2}$。

参数t，$0\leqslant t\leqslant 1$，对应$x_1\leqslant x\leqslant x_2$，$y_1\leqslant y\leqslant y_2$。

由图2，根据等值线节点1，2点坐标(99.61，82)，(108.65，77.70)及其导数（$\sin\theta_1=-0.467$，$\cos\theta_1=-0.884$），（$\sin\theta_2=0.115$，$\cos\theta_2=0.993$），计算等值线节点1，2之间三次多项式曲线方程式（8）的系数，它们分别是：

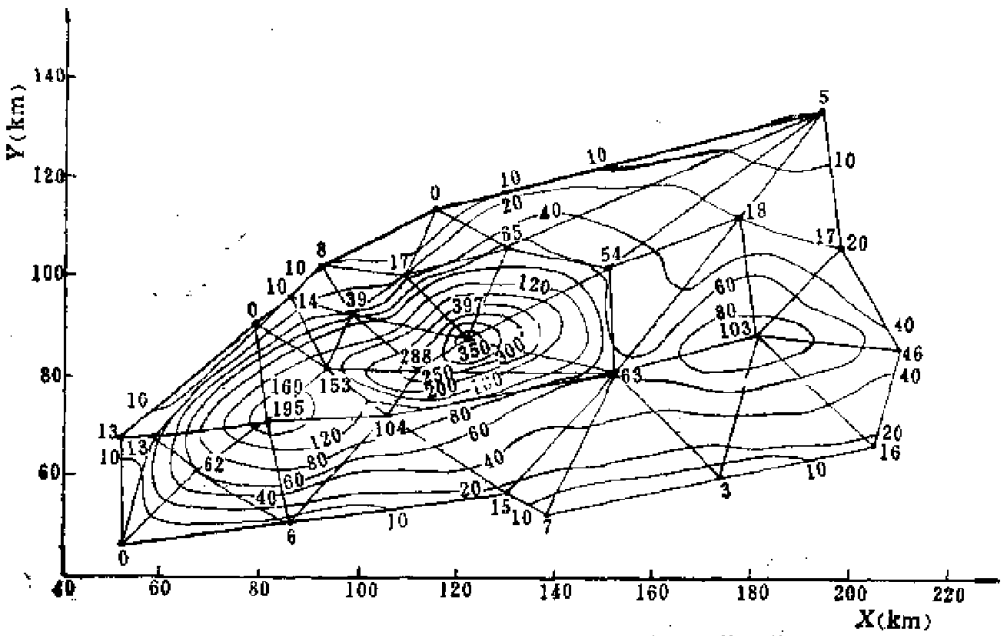


图 5 广东潭步头680523暴雨6小时最大雨量等值线图

$P_0=99.61$, $P_1=-8.849$, $P_2=34.878$, $P_3=-16.989$

$Q_0=82$, $Q_1=-4.675$, $Q_2=-4.702$, $Q_3=5.076$

通过以上步骤，等值线Z值由大到小，逐条计算，借助计算机上配备的绘图仪，即可绘出暴雨等值线（图5）。如无绘图仪，也可将等值线节点坐标打印出来，徒手连成暴雨等值线图。

三、计算暴雨时面深关系

1.选择滑动时段

为了统计时面深关系的外包值，采用统计法选择滑动计算时段。

（1）对某个历时，统计各站自身最大雨深并计算其算术平均值（简称“均值”）。

（2）选择单站自身某历时最大雨深大于等于“均值”的测站作为“选时测站”。

（3）对“选时测站”某历时最大雨深所相应的起始时刻按大小排队，并用下式计算站数累积经验频率，即

$$P_t=\frac{N_2}{(N_1+1)} \tag{9}$$

式中 N_1为“选时测站”总数；N_2为迟于和等于某起始时刻的站数。

（4）取$0.25\leqslant P_t\leqslant 0.75$对应时刻为计算时段滑动范围。检查其中是否包括雨深最大的三个测站的起始时刻，如果没有包括，一直延伸到包括为止。如广东潢步头680523暴雨1小时滑动时段的确定，取$0.25\leqslant P_t\leqslant 0.75$对应时刻为22时$\leqslant t\leqslant$29时，并考虑雨深最大的三个测站的起始时刻，所以选取计算时段滑动范围为22时$\leqslant t\leqslant$32时（表2）。

2.计算封闭等值线面积

根据等值线相邻节点坐标及其导数分段拟合三次多项式曲线，积分计算曲线包围面积，逐块面积相加得到封闭等值线包围的总面积S为

$$S=\sum_{j=1}^{m} S_j \tag{10}$$

式中

$$S_j=\int_{x_j}^{x_{j+1}} f(x)\,dx$$

本次计算面积采用龙贝格积分[3]。

3.计算面平均雨深

计算面平均雨深原则：当暴雨只有一个中心时，直接计算面平均雨深；当暴雨有几个中心时，按最大暴雨中计算面平均雨深。因此，计算封闭等值线Z_k内面平均雨深H_k公式为

$$H_k=\frac{W_{k,c}}{S_{k,c}} \tag{11}$$

$$W_{k,i}=W_{k-1}+0.5(Z_k+Z_{k-1})(S_k-S_{k-1}) \tag{12}$$

式中 $W_{k-1}=\sum_{j=1}^{N} W_{k-1,j}$；$S_{k-1}=\sum_{j=1}^{N} S_{k-1,j}$。

Z——等值线，mm；　H——等值线包围的平均雨深，mm；

表 2 广东潭步头680525暴雨1小时滑动时段的确定 雨量单位：mm 时间单位：小时

站名	1小时自身最大雨量 (1)	对应出现时刻 (2)	选时测站对应时刻 (3)	将(3)按大小排列 (4)	累积经验频率 $P_i=\frac{N_2}{N_1+1}$ (5)
1	13	35		32	0.09
2	19	4		31	0.18
3	63	29	29	29	0.27
4	11	29		28	0.36
5	11	36		27	0.45
6	59	24	24	27	0.54
7	27	33		24	0.64
8	86	27	27	22	0.73
9	46	7	7	7	0.82
10	48	22	22	4	0.91
11	24	42			
12	54.6	4	4		
13	31.3	30			
14	22.6	7			
15	4.7	29			
16	102.9	32	32		
17	24.5	23			
18	76.3	27	27		
19	4.1	22			
20	16.7	23			
21	29.5	7			
22	31.7	22			
23	3.4	6			
24	37.6	38	28		
25	40	31	31		
26	18.9	24			
27	9	22			
28	16.9	28			
Σ	893.7				
均值	31.9				

S——等值线包围的面积，km^2；W——等值线包围水量，$mm\cdot km^2$；k——等值线分级编号；i——等值线分支编号（$i=1,2,\cdots,N$）；j——等值线某分支包围的上一级等值线分支编号（$j=1,2,\cdots,M$）；c——最大暴雨中心所在等值线的分支编号。

在实际计算中，逐条计算等值线Z_k及其对应的时面深关系，可分为三个步骤：

（1）每算出一条等值线分支$Z_{k,i}$后，由式(10)计算面积$S_{k,i}$；

（2）根据$Z_{k,i}$与上一级等值线各分支$Z_{k-1,i}$的关系（图6），统计$Z_{k,i}$对应暴雨中心坐标并计算其包围水量$W_{k,i}$：

①当$Z_{k,i}$等值线内只有一条$Z_{k-1,1}$封闭等值线时（图6a），直接用$Z_{k-1,1}$的中心坐标及雨深作为$Z_{k,i}$的中心坐标及雨深，并用式(12)计算$W_{k,i}$。

②对某一个暴雨中心计算其包围它的第一条等值线时(图6b)，则该暴雨中心坐标及雨

深作为$Z_{k,i}$的中心坐标及雨深，用式(12)计算$W_{k,i}$，其中$W_{k-1}=0$，$S_{k-1}=0$，Z_{k-1}为暴雨中心雨深。

③当$Z_{k,i}$内有M个$Z_{k-1,i}$的封闭等值线时（图6c），选用中心雨深最大的测站坐标及雨深作为$Z_{k,i}$的中心坐标及雨深，用式(12)计算$W_{k,i}$。

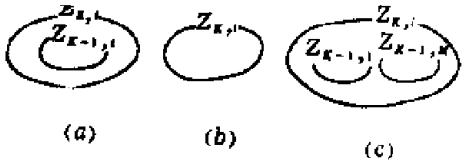


图 6 暴雨等值线之间关系

（3）按最大暴雨中心对应$Z_{k,o}$包围面积$S_{k,o}$及水量$W_{k,o}$，用式(11)计算Z_k的雨深H_k。

4.计算时面深关系外包线

对各个不同历时，按滑动时段范围，逐时段计算得到一簇面深关系线，取其雨深外包值。

四、计 算 实 例

本文给出的广东潢步头680523及北京枣树林720723暴雨，资料情况见表3。

表 3 广东潢步头（680523）及北京枣树林（720727）暴雨资料情况

地区	暴雨编号	起迄时间	计算总历时(小时)	资料情况（站数）						最大日雨量 (mm)
				1小时	3小时	6小时	12小时	24小时	Σ	
广东潢步头	680523	1968年5月22日8时~5月23日20时	36	11		7		10	28	583
北京枣树林	720727	1972年7月26日8时~7月28日20时	60	14	24	22	12	3	75	479

上述两场暴雨由人工摘录各站时段雨量资料、相应各级插值三角网及等值线三角网，有选择地计算并输出主要计算成果。

图7给出了两场暴雨时面深关系外包线。图8表示300km²面积的各历时面雨深滑动过程线。由图7可以看出，一次暴雨的真正最大时面深值，有时与传统的以暴雨中心最大值发生时段的时面深值（图中实线）有差异。有时两者是一致的，如枣树林的1小时、12小时和24小时，潢步头的24小时；有时差别较大，如潢步头1小时暴雨中心最大值发生时段的1000km²面雨深比实际偏小18%，枣树林3小时500km²面雨深偏小更大。因此，某个历时实际最大雨深关系应是几条不同起始时间面深关系的外包线。图8表明，面雨深随时间变化有时很剧烈，峰值明显，如潢步头3小时和6小时面雨深，但有时变化平缓，如潢步头12小时及枣树林24小时面雨深，在滑动时段内面雨深相差不到10%，这时起迄时间不同，对面雨深计算成果影响不大。

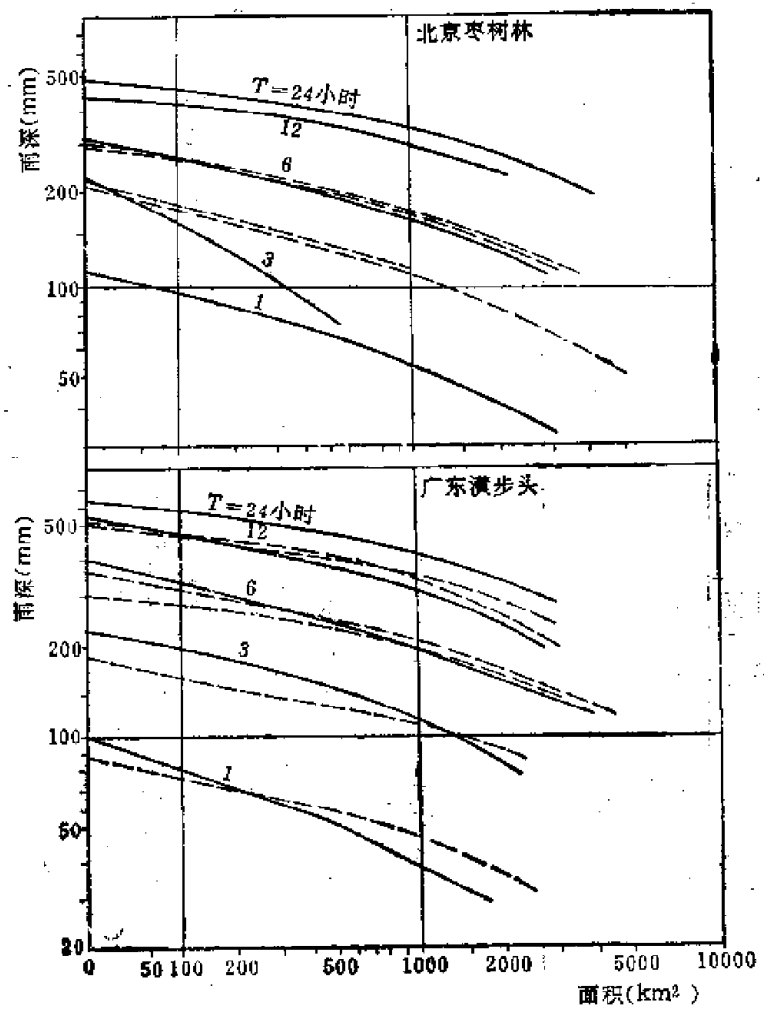


图 7 潢步头（680523）、枣树林（720723）暴雨各历时面深曲线

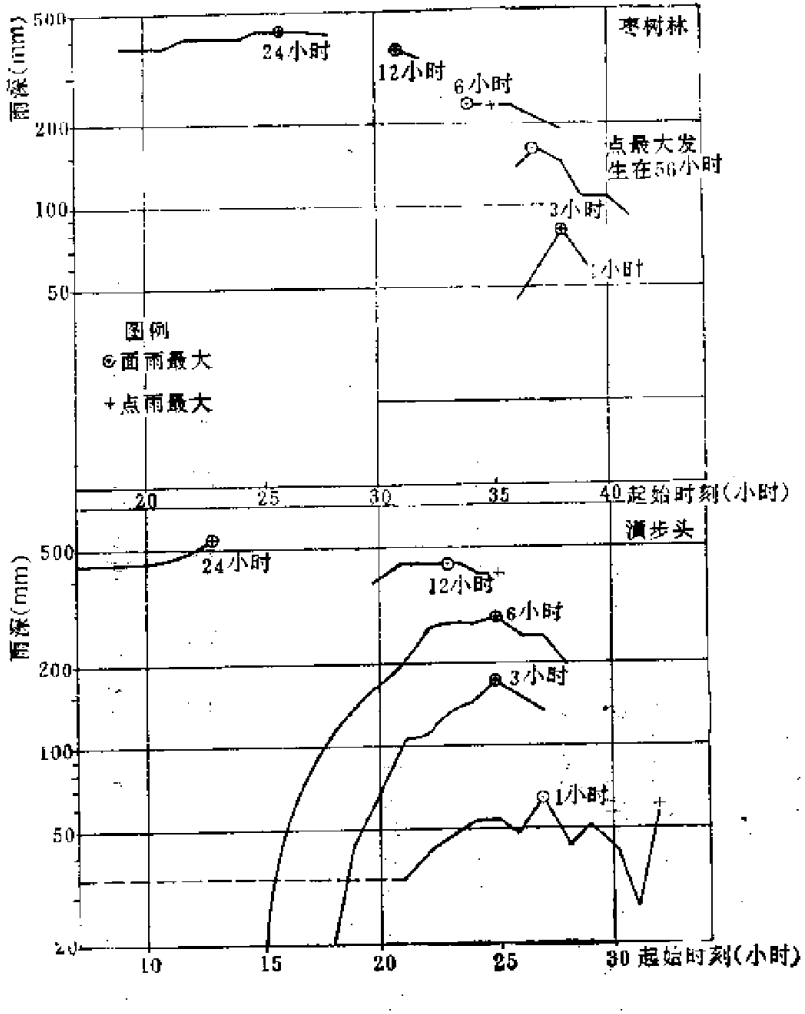


图 8 潢步头（680523）、枣树林（720723）暴雨300km²各历时面雨深滑动过程线

五、几 点 看 法

应用DAD程序计算暴雨时面深关系，在国内还是首次尝试，现就编制、调试程序及计算中的有关问题谈几点看法：

（1）应用电子计算机计算暴雨时面深关系为暴雨分析、计算自动化迈出了第一步。人工只需摘录资料和整理三角网。过去手工无法计算时面深关系外包值，应用电子计算机则能够快、准地得到结果。随着电子计算机应用的发展，建立自动化资料库和程序库，必将能进一步实现暴雨分析计算自动化。

（2）在计算中，采用三角形线性插值方法插补分段雨量资料代替现行手工计算中直接按邻近站时程分配比例插值。只要选用合适的插值三角网，无疑会提高插值计算精度。插补出的每站逐时雨量，亦可用于雨图分析。

采用三角网法绘制等值线，在计算等值线节点时，采用两个相邻三角形四个顶点拟合不完全二次曲面，非线性插值并加上适当的限制和修正，由绘制的等值线来看，是符合暴雨等值线图分布特点的。在三角网确定之后，成果也就确定，不会因人而异。

（3）通过各时段滑动计算时面深，可找到该次暴雨的真正最大雨深值，是本程序的突出功能。以往一般用暴雨中心最大值发生时间代表各种面积的最大值发生时间，实际计算表明，点、小面积和大面积的最大雨深发生时间有时是不同的，用点最大发生时间代表面，有时会导致面雨深成果偏小。

（4）本程序吸收了地理、地质部门绘制地形图及其他等值线图方面的经验，并结合暴雨时面深计算特点和方法而编制的。程序采用块结构，共编写了18个过程，主要有三角形线性插值过程、插补资料过程、绘制等值线过程、非线性插值过程及计算时面深过程等。可根据计算需要，将其中一部分过程连接起来计算，即能达到要求。

（5）人工整理三角网，无论是插值三角网还是等值线三角网，均需根据雨量站布设及其观测时段、暴雨走向、地形等条件，加上人的经验判断而定。显然，三角网不同，尤其是等值线三角网不同，对成果有一定影响，在确定时应予以注意。

参 考 文 献

[1] 杨学平，计算机绘图，电力工业出版社，1980。

[2] 张菊明，用电子计算机绘制等值线图和立体图，地质科学，1975年第1期。

[3] 中国科学院沈阳计算技术研究所，电子计算机常用算法，科学出版社，1976。

[4] Mclain,D.H., Drawing from Arbitrary Data Points, The Computer Journal, 1974,Vol.17,No.4。

流域产流与汇流

3

流域产流计算的数学模型*

文 康 李蝶娟 金管生 李 琪

一、流域平均下渗能力的数学模型

根据理查兹（Richards）方程

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}\right]+\frac{\partial}{\partial z}K(\theta) \tag{1}$$

式中 θ —— 土壤含水量；$D(\theta)$ —— 扩散系数。

可以看出，非饱和带土壤水分运动主要系毛管力与重力作用的结果。若考察的对象是下渗，则下渗可看成毛管力引起的下渗与重力引起的下渗之和。著名的菲利浦（Philip）下渗公式就是根据这种观点求得的。而且，按照伊格森（Eagelson）[1]的研究，霍顿（Horton）下渗公式亦可用类似的思路导得。

流域下垫面情况十分复杂，不可能逐点按照下渗能力扣损计算产流量，因而必须进行概化，即建立数学模型。

设想流域下垫面比较均一，存在一条空间平均的下渗曲线，其数学方程仍可用菲利浦公式或霍顿公式表示。

菲利浦下渗公式为

$$\overline{f}=\frac{A}{2}t^{-\frac{1}{2}}+B \tag{2}$$

式中 $\overline{f}$ —— 流域平均下渗率，mm/h或mm/min；

B —— 流域平均稳定下渗率，mm/h或mm/min；

A —— 吸收系数。

霍顿下渗公式为

$$\overline{f}=\overline{f}_c+(\overline{f}_0+\overline{f}_c)e^{-Kt} \tag{3}$$

式中 $\overline{f}_0$ —— 土壤干燥时流域平均最大下渗率，mm/h或mm/min；

$\overline{f}_c$ —— 流域平均稳定下渗率，mm/h或mm/min；

K —— 下渗率递减系数，h^{-1}或min^{-1}。

式（3）可分成两部分：

$$\overline{f}=\overline{f}_1+\overline{f}_2=\overline{f}_0e^{-Kt}+\overline{f}_c(1-e^{-Kt}) \tag{4}$$

如图1所示，霍顿公式表明，由毛管力产生的下渗率$\overline{f}_1$形成的下渗水量填补土壤中的缺水量，水文计算中采用的土壤前期含水量指标P_a就是由这部分下渗水量形成的。其最大量，

---

*本文完成于1981年11月，本次作了补充修改。产流计算数学模型的电算程序由水利电力部天津勘测设计院科研所辛志宏与我所陆卫鲜、崔伯民等人编制；周冰清参加了本文的计算工作。

即$\overline{f}_1$曲线下包围的面积，称为土壤最大含水量（或称田间持水量），常用I_M表示：

$$I_M=\int_0^{\infty}\overline{f}_1 dt=\overline{f}_0/K \qquad (5)$$

由重力产生的下渗率$\overline{f}_2$代表非饱和土壤的排水率，可以形成壤中流，亦可形成地下径流(有时变成深层地下水)。

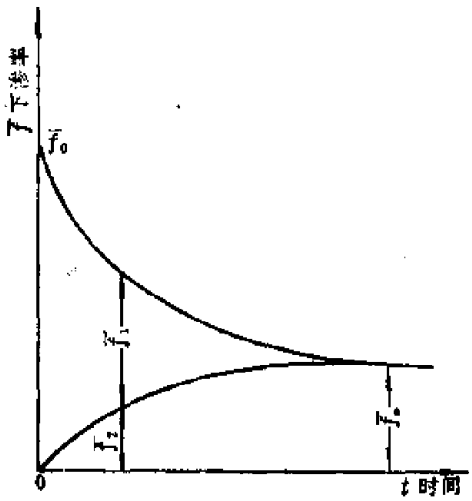


图 1 霍顿下渗曲线

同理，菲利浦下渗公式亦应作相应的理解。不过有一点应当指出，无论霍顿公式或菲利浦公式，只要$t>0$就发生重力产生的下渗率，这不符合下渗理论，这是该两种下渗公式固有的缺点。但是，作为一种概化的数学模型，用以模拟流域平均下渗率的变化过程还是可以的。

为了应用方便，常把霍顿公式中的$\overline{f}_1\sim t$用$\overline{f}_1\sim F$形式表示，F即累积下渗量。若F从$t=0$开始累计，则

$$P_a=\int_0^t\overline{f}_1 dt=\frac{\overline{f}_0}{K}(1-e^{-Kt}) \qquad (6)$$

$$\therefore\ \overline{f}_1=\overline{f}_0-KP_a\quad (P_a即F) \qquad (7)$$

二、下渗能力在流域上的分配

天然流域上各点的下渗能力在同一个时刻有很大的差异。同一瞬间的流域平均下渗能力是由许多大于、等于和小于该时刻流域平均值的单点下渗能力形成的，若仅采用流域平均下渗能力，势必将天然情况下的下渗能力在空间上的变化均化，影响计算效果。为此，1959年克劳福德（Crawford）和林斯雷（Linsley）提出了下渗率在流域上分配的概念，将任意时刻流域上不同的下渗率f_i按大小顺序排列，并对应地将小于及等于某下渗率f_i的单元面积累加起来，除以总流域面积，求得累积面积百分数α（%），从而得到$f\sim\alpha$曲线（如图2），定义为下渗率流域分配曲线。曲线上任何一点（α_i，f_i）表示小于、等于下渗率f_i的面积占全流域面积的百分数α_i，曲线下包围的面积就是某时刻的流域平均下渗率$\overline{f}$。

显然，下渗率流域分配曲线具有随机性，目前尚难以从理论上确定其数学形式，而只能经验选配。例如克拉福德和林斯雷采用了直线分配，在国内则有采用下渗率的n指数分配或n次抛物线分配的。

下渗率的流域分配包括两个内容：

1.下渗率流域分配的数学模型

可供采用的数学模型繁多，根据国内外的实践经验，可考虑采用下列两种模型。

（1）n次抛物线分配（如图3）的数学模型

$$\alpha=1-(1-f/f')^n \qquad (8)$$

式中 f' —— 流域内最大下渗率；

n —— 抛物线方次。

流域平均下渗率由式（8）整理得出

$$\overline{f}=\int_0^{f'}(1-\alpha)\mathrm{d}f=\frac{f'}{1+n} \tag{9}$$

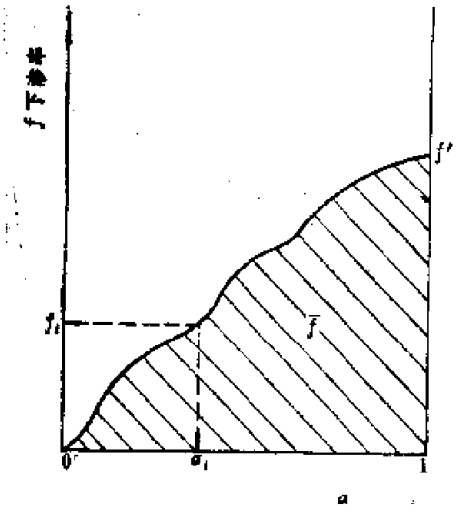


图 2 下渗率分配曲线

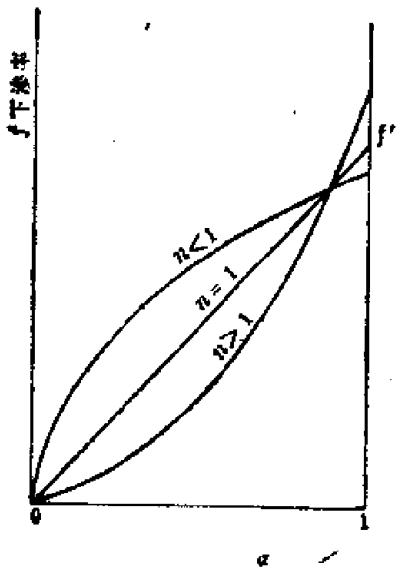


图 3 n次抛物线分配

（2）e指数曲线分配（如图4）的数学模型

$$\alpha=1-e^{-\beta f} \tag{10}$$

流域平均下渗率 $\overline{f}=\int_0^{\infty}(1-\alpha)\mathrm{d}f=\frac{1}{\beta}$ （11）

上述流域平均下渗率系指某时刻流域平均的瞬时值，由于计算按时段离散值进行，故需采用时段（Δt）平均的流域平均下渗率，即

$$\overline{f}_{\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t}\overline{f}\,\mathrm{d}t=\frac{F_{\Delta t}}{\Delta t} \tag{12}$$

特别是，当t从0开始计及时（相应的$P_a=0$），相应时段平均的流域平均下渗率为

$$\overline{f}_{\Delta t,\,a}=\frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t}\overline{f}\,\Delta t \tag{13}$$

由于时段平均下渗率的流域平均值依然是流域上许多单点大小不同的时段平均下渗率组成的，因此，同样具有流域分配。

2.下渗率流域分配的方式●

基本上有以下两种分配方式：

●南京水文研究所洪水组，流域产流模型的分析研究，1979年。

（1）全流域分配 这种分配认为，随着土壤含水量的增加，流域上各点的下渗率逐渐减小，因此，下渗率流域分配曲线逐渐平缓，如图5所示，其相应的数学模型，当采用n次抛物线时，为式（8），当采用e指数曲线时，为式（10）。

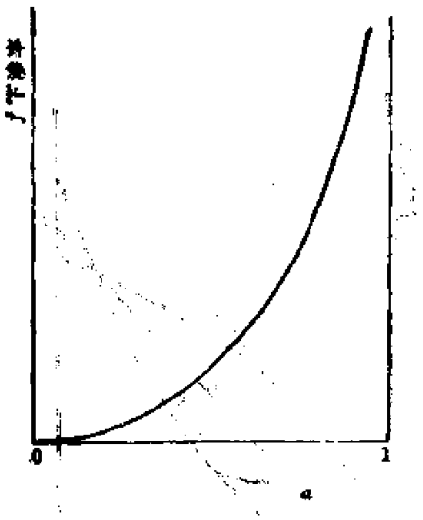


图 4 e指数曲线分配

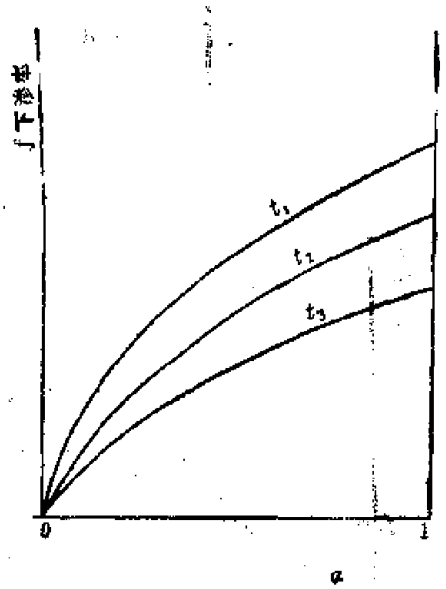


图 5 全流域分配变化

（2）部分流域分配 有时为了简化，把重力下渗那部分排出水量当作径流量（一般视为壤中流）处理。这时，下渗率仅包括毛管力产生的部分，即前述的f_{1c}。当用f_1进行流域分配时，可以看出，随着土壤含水量的增加，流域内逐渐有一部分面积上的土壤含水量达到下渗锋面影响土层内的最大缺水量，即I_M，从而使这部分面积失去毛管力产生的下渗能力。这样，下一时段的流域平均下渗率，只能在剩余的部分流域面积上进行分配，分配曲线逐渐退缩，直至全流域都达到I_M时，分配曲线最终消失，这种分配称为部分流域分配，如图6所示。

为便于数学处理，要求分配曲线在变化过程中保持参数不变，即n次抛物线中的n值和e指数曲线中的β值不变，其相应的数学模型推导如下：

设想土壤吸入部分下渗水量（用$\overline{P}_a$表示）后，流域上有小于、等于a_0的面积不再有毛管力产生的下渗能力。因此，分配曲线剩下S_0'以上的曲线段，换言之，相当于横坐标平移到S_0'，相应的最大纵坐标变为$(f'-S_0')$，如图7所示，其相应的数学模型如下：

当采用n次抛物线时，$$a=1-\left(1-\frac{\bar{i}+S_0'}{f'}\right)^n \qquad (14)$$

当采用e指数曲线时，$$a=1-e^{-\beta(\bar{i}+S_0')} \qquad (15)$$

式中 $\bar{i}$为时段平均雨率，从S_0'开始计及。S_0'为$\overline{P}_a$相应的纵坐标。显然，$f=\bar{i}+S_0'$，$df=d\bar{i}$。

$\overline{P}_a$定义为$P_a/\Delta t$，按照下渗曲线的含义，土壤内存蓄的水量P_a可以理解为下渗曲线自0至T的积分，如图8所示，$P_a=\int_0^T f\,dt$。尽管土壤前期含水量P_a可能系多日下渗、蒸发等

综合作用后的积存水量，但在计算上，仍处理成T时段内的下渗量。仿此概念，我们定义P_a为计算时段Δt内的下渗量，即$P_a=\overline{P}_a\Delta t$。将$\overline{P}_a$称作$P_a$率(显然，$\overline{P}_a$仅系数学处理过程中的一个过渡参数)。

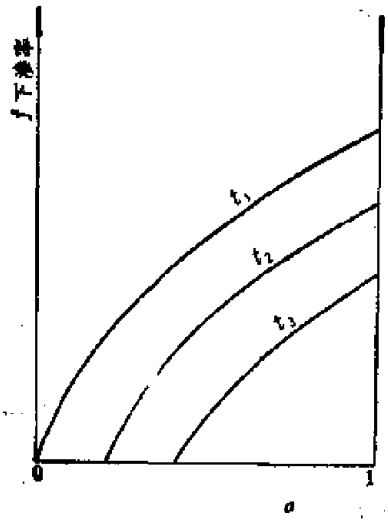


图 6 部分流域分配变化

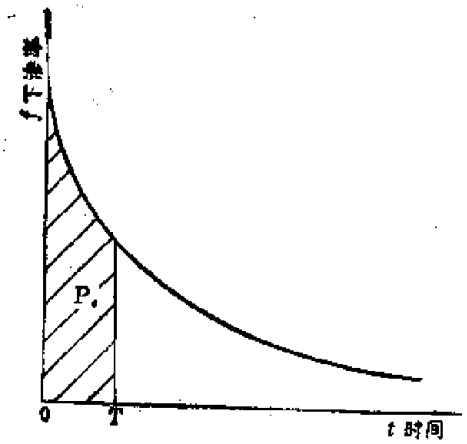


图 8 P_a的示意图

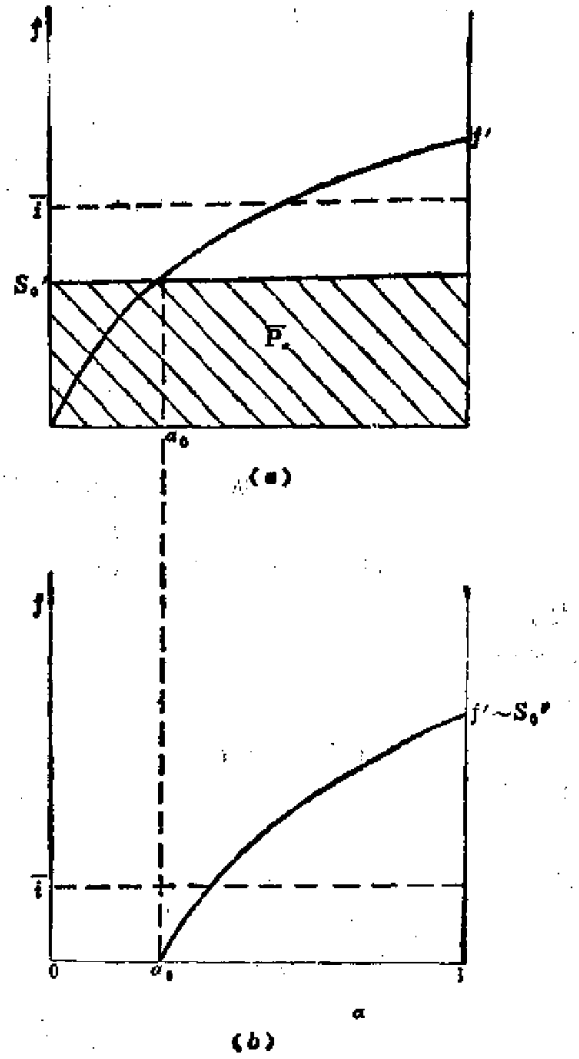


图 7 部分流域分配

三、流域平均的时段下渗量

设流域平均下渗曲线为$\bar{f}\sim t$，则其时段下渗量称为流域平均的时段下渗量，记为$\overline{F}_{\Delta t}$。

当采用霍顿曲线式(3)作为流域平均下渗曲线时，时段下渗量为

$$\overline{F}_{\Delta t}=\frac{1-e^{-K\Delta t}}{K}(\bar{f}_0-KP_a)+\bar{f}_0\Delta t\left[1-\frac{(1-e^{-K\Delta t})(\bar{f}_0-KP_a)}{\Delta tK\bar{f}_0}\right] \tag{16}$$

上式右端第一项代表Δt时段内的土壤吸水量，作为P_a的增量；第二项代表Δt时段内的排水量。

相应的时段平均下渗率为

$$\bar{f}_{\Delta t}=\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta tK}(\bar{f}_0-KP_a)+\bar{f}_c\left[1-\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta tK}\frac{(\bar{f}_0-KP_a)}{\bar{f}_0}\right] \tag{17}$$

当采用菲利浦曲线作为流域平均下渗曲线时，时段下渗量为

$$\bar{F}_{\Delta t}=\frac{A}{2}\int_t^{t+\Delta t}t^{-\frac{1}{2}}dt+\int_t^{t+\Delta t}Bdt$$

$$=\bar{F}_{t+\Delta t}-\bar{F}_t+B\Delta t \quad (\bar{F}_t\text{即}P_a) \tag{18}$$

时段平均下渗率为

$$\bar{f}_{\Delta t}=(\bar{F}_{t+\Delta t}-\bar{F}_t)/\Delta t+B \tag{19}$$

四、流域产流计算模型的建立

本模型是根据下渗曲线与下渗率流域分配曲线相结合而构成的，模型的基本概念是雨强i大于下渗强度f就产流。但有时为了简化，不作基流分割，令产流量既包括地表径流，也包括壤中流及在本次洪水中可以回归到河里的地下水，在计算时相当于令稳渗率f_c等于零，这当然是一种概化。如果在壤中流及地下径流比较丰富的地区，发现单纯用上述概化条件不够理想时，则可考虑采用分层超渗产流模型●，即上层因重力作用引起的排水率被当作下层供水率，当后者超过下层渗透率时，则产生壤中流或地下径流。

如图9所示，小于、等于α_i的那部分面积的下渗率都小于雨率$\bar{i}$，因此，这部分面积上的雨率$\bar{i}$减去各点的下渗率f，其总和即产流强度r。

1.全流域分配

当采用霍顿曲线及n次抛物线的下渗率分配公式时，相应的时段平均产流率为

$$r=\int_0^{\bar{i}}\alpha df \tag{20}$$

将全流域n次抛物线分配公式（8）代入整理，则

$$r=\bar{i}-\frac{f'}{1+n}\left[1-\left(1-\frac{\bar{i}}{f'}\right)^{1+n}\right] \tag{21}$$

将式（9）代入，并注意时段平均下渗率下标Δt，则时段平均产流率为

$$r=\bar{i}-\bar{f}_{\Delta t}\left[1-\left(1-\frac{\bar{i}}{(1+n)\bar{f}_{\Delta t}}\right)^{1+n}\right] \tag{22}$$

时段产流量为

●李蝶娟、金管生，分层超渗产流模型介绍，《海河水利》1985年第五期。

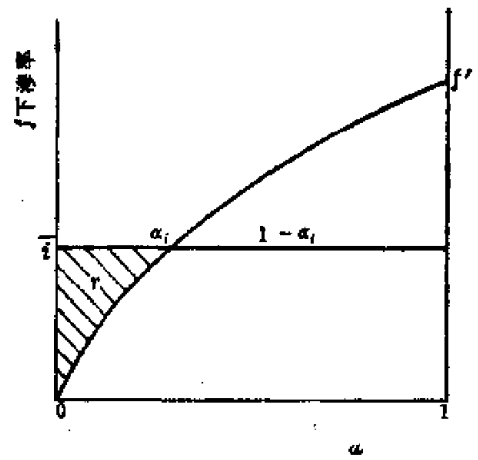


图 9 全流域分配产流示意图

$$R=P-\Delta t\cdot\bar{f}_{\Delta t}\left[1-\left(\frac{P}{1-(1+n)\Delta t\cdot\bar{f}_{\Delta t}}\right)^{1+n}\right] \tag{23}$$

式中 P——时段雨量，mm；

$\bar{f}_{\Delta t}$——时段平均下渗率，mm/h。

若式（17）中的$f_0=0$时，则

$$R=P-\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}(\bar{f}_0-KP_a)$$

$$\times\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}(\bar{f}_0-KP_a)}\right)^{1+n}\right] \tag{24}$$

当采用霍顿曲线及e指数曲线的下渗率分配公式时，相应的时段平均产流率仍为式(20)，即将全流域e指数曲线分配公式（10）代入，则得时段平均产流率为

$$r=\bar{i}-\frac{1}{\beta}\left(1-e^{-\beta\bar{i}}\right) \tag{25}$$

将式（11）代入，则

$$r=\bar{i}-\bar{f}_{\Delta t}\left(1-e^{-\bar{i}/\bar{f}_{\Delta t}}\right) \tag{26}$$

时段产流量为

$$R=P-\Delta t\cdot\bar{f}_{\Delta t}\left(1-e^{-\frac{P}{\Delta t\bar{f}_{\Delta t}}}\right) \tag{27}$$

当$\bar{f}_0=0$，则

$$R=P-\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}(\bar{f}_0-KP_a)\left[1-e^{-\frac{P}{\frac{1-e^{-K\Delta t}}{K}(\bar{f}_0-KP_a)}}\right] \tag{28}$$

当采用非利浦曲线及n次抛物线的下渗率分配公式时，由时段产流量式（27）可知，

$\Delta t \cdot \bar{f}_{\Delta t}$即时段下渗量$\overline{F}_{\Delta t}$，将式（18）代入，且$B=0$，则得时段产流量

$$R=P-A\left[(t+\Delta t)^{\frac{1}{2}}-t^{\frac{1}{2}}\right]\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)A((t+\Delta t)^{\frac{1}{2}}-t^{\frac{1}{2}})}\right)^{1+n}\right] \tag{29}$$

或

$$R=P-(\overline{F}_{t+\Delta t}-P_a)\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)(\overline{F}_{t+\Delta t}-P_a)}\right)^{1+n}\right] \tag{30}$$

当采用非利浦曲线及e指数曲线的下渗率分配公式时，将式（18）（令$B=0$）代入式（27），得时段产流量

$$R=P-(\overline{F}_{t+\Delta t}-P_a)\left[1-e^{-\frac{P}{\overline{F}_{t+\Delta t}-P_a}}\right] \tag{31}$$

2.部分流域分配

由前可知，部分流域n次抛物线的下渗率分配公式为式（14），其中S_0'为一参变量，它系$\overline{P}_a$相应的纵标，如图10所示，按分配曲线的定义有

$$\overline{P}_a=\int_0^{f_0'}(1-\alpha)df=\frac{f'}{1+n}\left[1-\left(1-\frac{S_0'}{f'}\right)^{1+n}\right] \tag{32}$$

考虑到式（9），并注意Δt下标的含义，则

$$S_0'=(1+n)\,\bar{f}_{\Delta t}\left[1-\left(1-\frac{\overline{P}_a}{\bar{f}_{\Delta t}}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{33}$$

应当指出，在部分流域分配时，流域平均的时段平均下渗率$\bar{f}_{\Delta t}$所对应的流域内最大的时段平均下渗率$f'_{\Delta t,0}$，始终是从$t=0$（亦即$P_a=0$）开始计算的第一个时段的平均下渗率中的最大者，故用$f'_{\Delta t,0}$表示，而相应的流域平均值用$\bar{f}_{\Delta t,0}$表示，因此，

$$S_0'=(1+n)\,\bar{f}_{\Delta t,0}\left[1-(1-\overline{P}_a/\bar{f}_{\Delta t,0})^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{34}$$

显然，如图10所示，时段平均产流率

$$r=\bar{i}-\left(-\frac{f'_{\Delta t,0}}{1+n}\right)\left[\left(1-\frac{\bar{i}+S_0'}{f'_{\Delta t,0}}\right)^{1+n}-\left(1-\frac{S_0'}{f'_{\Delta t,0}}\right)^{1+n}\right] \tag{35}$$

由式（34）得

$$\frac{f'_{\Delta t,0}}{1+n}-\overline{P}_a=\frac{f'_{\Delta t,0}}{1+n}\left(1-\frac{S_0'}{f'_{\Delta t,0}}\right)^{1+n} \tag{36}$$

且

$$\bar{f}_{\Delta t,0}=f'_{\Delta t,0}/(1+n) \tag{37}$$

将式（36）和式（37）代入式（35），则

$$r=\bar{i}-(\bar{f}_{\Delta t,0}-\overline{P}_a)\left[1-\frac{f'_{\Delta t,0}}{(\bar{f}_{\Delta t,0}-\overline{P}_a)}\left(1-\frac{\bar{i}+S_0'}{f'_{\Delta t,0}}\right)^{1+n}\right]$$

又从式（34）得到

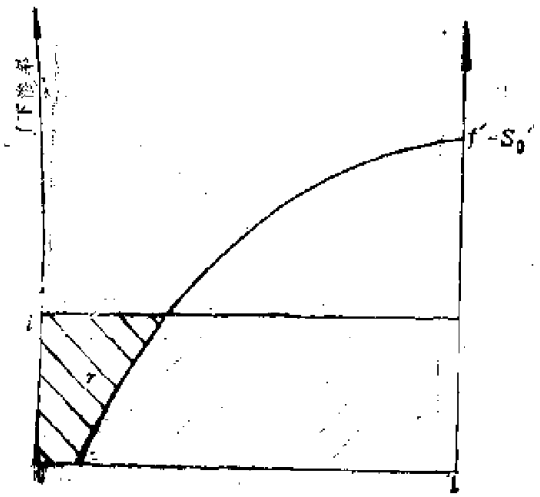


图 10 部分流域分配产流示意图

$$\frac{\overline{f}_{\Delta t,\,0}}{\overline{f}_{\Delta t,\,0}-\overline{P}_a}=\frac{1}{(1-S_0'/f'_{\Delta t,\,0})^{1+n}}$$

$$\therefore r=\bar{i}-(\overline{f}_{\Delta t,\,0}-\overline{P}_a)\left[1-\left(1-\frac{\bar{i}}{(1+n)\overline{f}_{\Delta t,\,0}-S_0'}\right)^{1+n}\right] \tag{38}$$

式中 $\overline{f}_{\Delta t,\,0}$代表$t$从零计及的时段平均下渗率，若采用 $\overline{f}_c=0$ 的霍顿曲线，则

$$\overline{f}_{\Delta t,\,0}=\frac{\overline{f}_0}{\Delta t\cdot K}(1-e^{-K\Delta t}) \tag{39}$$

因为$\overline{f}_{\Delta t,\,0}$是$t$从零开始计算的，因此，它相应的流域分配必然是全流域性的（因为$P_a=0$），其最大时段平均下渗率，按式（39）及式（9）可得

$$f'_{\Delta t,\,0}=(1+n)\frac{\overline{f}_0}{\Delta t\cdot K}(1-e^{-K\Delta t}) \tag{40}$$

当土壤吸水有了P_a之后，分配曲线公式中就包含了$\overline{P}_a$对应的S_0'，图11中的阴影面积表示$\overline{P}_a$，而S_0'以上分配曲线下包围的面积则为（$\overline{f}_{\Delta t,\,0}-\overline{P}_a$），此即式（38）方括号前的数值。按式（39）

$$\overline{f}_{\Delta t,\,0}-\overline{P}_a=\overline{f}_0(1-e^{-K\Delta t})/\Delta t\cdot K-\overline{P}_a \tag{41}$$

另一方面当有了P_a之后，下一时段的可能下渗率

$$\overline{f}_{\Delta t}=(1-e^{-K\Delta t})(\overline{f}_0-KP_a)/\Delta t\cdot K \tag{42}$$

为将次第时段可能的平均下渗率$\overline{f}_{\Delta t}$分配在剩下的曲线面积（$\overline{f}_{\Delta t,\,0}-\overline{P}_a$）内，而且保持抛物线的方次不变，只有将$S_0'$下移至$S_{0,1}'$，如图11所示。这样，相应于$S_{0,1}'$就有$\overline{P}_{a,1}$，亦即$S_{0,1}'$以上面积变为$\frac{\overline{f}_0}{\Delta t\cdot K}\left(1-e^{-K\Delta t}\right)-\overline{P}_{a,1}$，从而有

$$\frac{\overline{f}_0}{\Delta t\cdot K}\left(1-e^{-K\Delta t}\right)-\overline{P}_{a,1}=\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta t\cdot K}\left(\overline{f}_0-KP_a\right)$$

$$\therefore\quad \overline{P}_{a,1}=\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta t}P_a \tag{43}$$

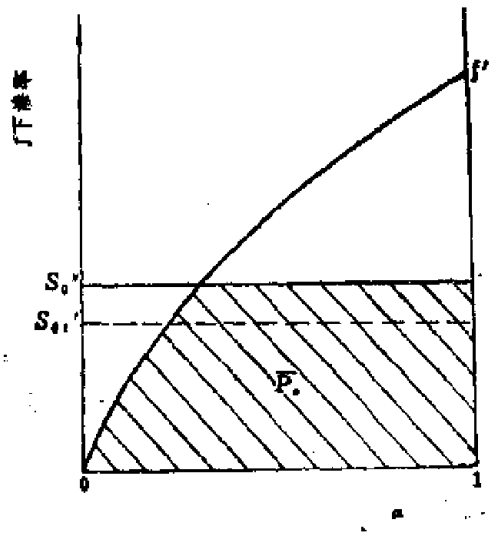


图 11

现将式（38）中的$\overline{P}_a$置换成$\overline{P}_{a1}$，将S_0'置换成S_{01}'，则得时段产流率：

$$r=\overline{i}-\left(\overline{f}_{\Delta t,0}-P_{a1}\right)\left[1-\left(1-\frac{\overline{i}}{(1+n)\overline{f}_{\Delta t,0}-S_{01}'}\right)^{1+n}\right]$$

将式（39）和式（43）代入则

$$r=\overline{i}-\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta t\cdot K}\left(\overline{f}_0-KP_a\right)\left[1-\left(1-\frac{\overline{i}}{(1+n)\overline{f}_{\Delta t,0}-S_{01}'}\right)^{1+n}\right] \quad (44)$$

或

$$r=\overline{i}-\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta t\cdot K}\left(\overline{f}_0-KP_a\right)\left[1-\left(1-\frac{\overline{i}}{(1+n)\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta tK}\overline{f}_0-S_{01}'}\right)^{1+n}\right.$$

时段产流量则为

$$R=P-\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}\left(\overline{f}_0-KP_a\right)\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}\overline{f}_0-S_{01}}\right)^{1+n}\right] \quad (45)$$

式中 $S_{01}=\Delta t\cdot S'_{01}$。

将式（39）代入式（34），则

$$S_0'=(1+n)\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta t\cdot K}\overline{f}_0\left[1-\left(1-\frac{\overline{P}_a}{\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta t\cdot K}\overline{f}_0}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right]$$

当$S_0'\to S_{01}'$时，$\overline{P}\to\overline{P}_{a1}$

$$\therefore S_{01}'=(1+n)\frac{1-e^{-K\Delta t}}{\Delta tK}\overline{f}_0\left[1-\left(1-\frac{\overline{P}_{a1}}{\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta tK}\overline{f}_0}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right]$$

将式（43）代入，则

$$S'_{01}=(1+n)\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{\Delta t K}\overline{f}_0\left[1-\left(1-\frac{KP_a}{\overline{f}_0}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right]$$

故
$$S_{01}=\Delta t\cdot S'_{01}=(1+n)\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}\overline{f}_0\left[1-\left(1-\frac{KP_a}{\overline{f}_0}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{46}$$

当$K\Delta t\geqslant 4$，则$e^{-K\Delta t}\cong 0$，式（45）、（46）变为

$$R=P-\frac{(\overline{f}-KP_a)}{K}\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)\frac{\overline{f}_0}{K}-S'_{01}}\right)^{1+n}\right] \tag{47}$$

式中
$$S_{01}=(1+n)\frac{\overline{f}_0}{K}\left[1-\left(1-\frac{KP_a}{\overline{f}_0}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{48}$$

按式（5），则

$$R=P-(I_M-P_a)\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)I_M-S_{01}}\right)^{1+n}\right] \tag{49}$$

式中
$$S'_{01}=(1+n)I_M\left[1-\left(1-\frac{P_a}{I_M}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{50}$$

式（49）和式（50）就是华东水利学院蓄满产流模型，公式写法不同，实质完全一样，现证明于后。由式（49）知

$$R=P-(I_M-P_a)\left[1-\left(\frac{(I'_M-P-S_{01})/I'_M}{(I'_M-S_{01})/I'_M}\right)^{1+n}\right]$$

式中 $I'_M=(1+n)I_M$。

由式（50）可知
$$\frac{I_M}{I_M-P_a}=\frac{1}{(1-S_{01}/I'_M)^{1+n}}$$

$$\therefore R=P+P_a-I_M+I_M[1-(P+S_{01})/I'_M]^{1+n}$$

此即蓄满产流公式。式中S_{01}，I_M和I'_M即蓄满产流公式中的S_0，W_M和W'_M[8]。到此，已从模型概念上及数学推导上证明了本模型的弹性。同时亦从数学上证明了蓄满产流模型乃本模型的特例。

同理，可以导出另外几种产流公式，为节省篇幅，推导过程从略。例如：

霍顿曲线和e指数曲线分配公式（部分流域分配），时段产流量为

$$R=P-\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}\left(\overline{f}_0-KP_a\right)\left[1-e^{-\frac{P+P_a}{\overline{f}_0(1-e^{-K\Delta t})}}\right] \tag{51}$$

菲利浦曲线和n次抛物线分配公式（部分流域分配），时段产流量为

$$R=P-(A\sqrt{t+\Delta t}-P_a)\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)A\sqrt{\Delta t}-S_{01}}\right)^{1+n}\right] \tag{52}$$

式中
$$S_{01}=(1+n)A\sqrt{\Delta t}\left[1-\left(\frac{A\sqrt{t+\Delta t}-P_a}{A\sqrt{\Delta t}}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{53}$$

菲利浦曲线和e指数曲线分配公式（部分流域分配），时段产流量为

$$R=P-(A\sqrt{t+\Delta t}-P_a)\left(1-e^{-\frac{P}{A\sqrt{\Delta t}}}\right) \tag{54}$$

五、流域产流计算模型的应用及特点

自1979年建立本模型后，我们选择了南自广东，北至辽宁和陕西等省共26个流域，516场暴雨洪水资料，对模型做了较广泛的检验。所选流域分布于珠江、钱塘江、长江、淮河、黄河和海河诸水系，有的在年雨量1500mm以上的湿润地区（如广东、湖南、浙江等省）；

表 1　　二十六个流域雨洪资料及检验情况

序号	省名	流域	水系	河名	站名	流域面积 (km^2)	年雨量 (mm)	选用资料年份	选用洪水场次 (次)	合格率 (%)
1	广东	粤西沿海	沿海诸小河	大隆洞河	爪排潭	78.2	3600	1963～1978	50	88
2		珠江	北江	庙塱河	高塱	11.5	3500	1966～1977	24	88
3				高田水	马屋	36.3	2480	1967～1979	30	83
4				桃花水	马池	303	2000	1963～1979	25	86
5			三角洲	泗合水	双桥	131	1800	1963～1978	25	88
6				大坑河	广州实验站	36.5	1677	1960～1968	17	88
7	浙江	钱塘江	浦阳江	开化江	衙亭	584	1500	1967～1976	41	88
8			衢江	马金溪	江家	64.0	1752	1963～1979	16	87
9			金华江	东溪	八达	104	1386	1971～1979	11	100
10		浙东沿海	象山港	鬼溪	洪家塔	151	1638	1960～1977	18	89
11	湖南	长江	沅江	二都河	龙潭	188	1600	1966～1976	25	92
12	河南		唐白河	白河	白土岗	1118	886	1964～1980	15	85
13				留山河	留山	116	773	1973～1980	15	87
14				鸭河	口子河	421	790	1964～1979	18	89
15				唐河	唐河	4771	896	1971～1980	18	78
16				清水河	宋庄	49.3	800	1962～1967	19	84
17		淮河	洪汝河	寨头河	芦庄	398	967	1958～1977	18	89
18				石河	祖师庙	71.2	944	1963～1975	15	80
19			颍河	太山庙河	鸡冢	46.0	1071	1964～1979	20	95
20				大渠沟	杨皮吴	10.7	843	1973～1975	9	100
21	河北	海河	永定河	雾霍河	尚义	18.5	350	1973～1978	23	78
22	辽宁	辽南沿海	渤海沿岸	熊岳河	熊岳	307	680	1964～1981	17	88
23		辽西沿海	小凌河	女儿河	乌金塘	940	555	1959～1975	11	100
24					边沿子	469	589	1976～1979	8	87
25	陕西	黄河	无定河	岔巴沟	曹坪	187	437	1960～1969	17	88
26			岔巴沟	团山沟	团山沟	0.18	481	1960～1969	10	90

有的在年雨量小于500mm的干旱、半干旱地区（如陕北的岔巴沟，河北省的尚义等）。流域面积最小的只有0.18km²；最大的近5000km²。各流域选用资料的年限一般都超过10年。经上述资料检验，本模型获得了较满意的结果，流域计算产流量的合格率一般都在80%以上，详见表1。现据初步实践的体会，对本模型的三个特点，阐述于后。

1.模型具有较大的弹性

由于本模型乃下渗曲线与下渗率流域分配曲线相结合的产物，下渗曲线的类别繁多，下渗率流域分配曲线的线型亦有充分选择余地；正如文中介绍，两种下渗曲线和两种下渗率流域分配曲线的不同组合就已构成八种产流模型，若有必要，自能导出更多的模型。鉴于这类模型的弹性较大，因而适用的地区就可能比较广泛。我们在西北干旱地区陕北岔巴沟流域，采用了稳定下渗率为零的菲利浦曲线与n次抛物线的下渗率全流域分配曲线；而在南方湿润地区，则采用稳定下渗率为零的霍顿曲线与n次抛物线的下渗率部分流域分配曲线●、●。上述诸流域均取得了较满意的成果。

2.模型能通过调整计算时段的长短考虑雨强对产流的影响

一般来说，无论干旱或湿润地区，在雨强较大（相对于土壤下渗能力），变化剧烈且土壤含水量又较小的条件下，雨强对产流的影响就较大，因此，希望产流模型的计算时段取得短一些；反之，为了简化计算，则可把时段取得长一些。本模型具有调整计算时段长短以考虑雨强对产流影响的功能，以时段径流量计算公式（24）为例，该式中的$e^{-K\Delta t}$项反映了时段的作用。雨量相同，降雨历时不同，在其他参数及土壤含水量都相同的条件下，时段Δt愈小，算得的时段径流量愈大，显示出降雨强度对产流的影响。蓄满产流公式（49）因只有降雨总量起作用，因此，无论时段长短算得之径流量都一样。例如在$P_a=0$的条件下，一次降雨90mm，当$I_M=100$mm，$n=0.3$时，用蓄满产流模型计算，无论这90mm雨是在多长时间内降的，算得的径流深都是11.6mm。而用本产流模型（$K=1$时），降雨时段为1小时，则算得的径流深为27mm；反之，若用$\Delta t=6$小时，则算得径流深也为11.6mm，与蓄满产流模型算得结果相同。

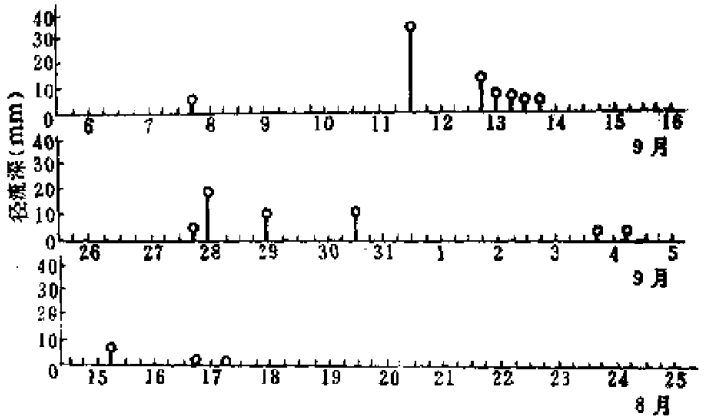


图 12 汉江唐白河宋庄站两种模型连续计算6小时径流深对比

——华东水利学院蓄满产流模型，○本产流模型（特例$K\Delta t\geqslant 4$）

●文康、顾文瀚、李琪，西北干旱地区—陕北岔巴沟产流模型的研究，水文，1984年第4期。

●金管生，一般性产流计算模型在湿润地区四流域的应用，1981年11月。

3.本模型亦可用作连续计算

为了研究用本模型进行连续计算的可能性，我们将蓄满产流模型中的径流深计算公式置换成本模型的公式，且令参数相同，计算时段一律取为6小时，用宋庄站1964年1～10月雨量资料作为模型的输入，连续计算6小时时段径流深。计算结果完全相同，再次从实际计算上表明蓄满产流模型确系本模型的特例。今选择8月15日～9月16日一个月的计算成果绘于图12，作为示例。

通过实际资料检验，感到如能在干旱和湿润地区大量使用本产流计算模型，并在应用中不断改善模型结构，探讨模型参数的地区分布规律，则可以为在资料短缺条件下应用这种模型提供基础。

参 考 文 献

[1] Eagelson, P.S.,Dynamic Hydrology,McGraw-Hill Inc.1970.

[2] Crawford, N.H., Linsley,R.K., Digital Simulation in Hydrology: Stanford Watershed Model Ⅳ.Stanford Univ., Dept.of C.E.T.Rpt. No.39, 1966.

[3] 华东水利学院，中国湿润地区洪水预报方法，水利电力出版社，1978。

流域产流模型的分析研究*

文 康 李嵘娟 阚贵生 金管生 李 琪

一、问题的提出

国内有的论著[1]认为产流有两种方式，一种系超渗产流，受控于入渗强度，降雨强度超过入渗强度则产流；另一种系蓄满产流，受控于包气带的田间持水量，在没有满足田间持水量之前，无论降雨强度多大，皆不产流。

为便于讨论，有必要对产流量给出统一的定义。一般来说，径流量包括地表与地下径流两个部分（壤中流也姑且算在地下径流内）。前面讲的降雨强度大于入渗强度而产流的这部分径流量指的是地表径流。虽然蓄满产流计算中的径流量包括雨强小于入渗强度所形成的壤中流，但这种地下径流产生的条件并非蓄满与超渗两种观点分歧的焦点。因为蓄满产流的前提是：包气带的土壤含水量未达到田间持水量以前（即所谓“未蓄满”），即使发生超过入渗强度的暴雨，也不产生径流，径流系数恒为零；而一旦达到田间持水量，则全部降雨变为径流，径流系数突变为1.0。因此，本文把问题讨论限于这种特定的范畴——在土壤含水量未达到田间持水量的下垫面条件下，降雨强度超过入渗强度才产生地表径流是否是普遍规律？南方湿润地区是否可以不受此规律的约束？

二、产流模型

用水静力学方法研究产流，首先研究单元产流，然后推广到流域。

1.单元入渗曲线与产流

水静力学的入渗理论把雨水的入渗过程归结为一个单元土柱内水分的垂向运动，而不与坡面流发生关系。当供水强度（一般指雨强）超过该点的入渗强度时则产生地表径流。至于雨强小于入渗强度，但渗水以壤中流的形式注入河网，或者实际中也常发生的坡面上部超渗流，但在流入河网途中渗入地下的现象，目前都难以用水静力学方法解决，本文暂不涉及。

P.S.Eagelson[2]根据动力水文学理论推导出制约土壤水分垂向运动的数学模型——扩散方程：

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=D\frac{\partial^2\theta}{\partial Z^2} \qquad (1)$$

式中 θ——土壤含水量；

*本文于1979年完成，1981年修改。

Z——土柱垂向距离；

D——扩散系数。

求解上式，得到下述入渗曲线：

$$f=\frac{Z(\theta_i-\theta_0)^2D}{\pi F} \tag{2}$$

或

$$f=\frac{A}{F} \tag{3}$$

式中 f——入渗强度，mm／h或mm／min；

F——入渗量，mm。

在水文计算中，常常采用$f\sim F$这类入渗曲线●，Dooge[3]有过系统的归纳。

$f\sim F$曲线仅仅表示入渗强度随入渗量的变化关系，至于入渗量如何变化，则需根据与$f\sim F$曲线等价的$f\sim t$入渗曲线确定。

例如，若$f\sim F$呈上述双曲线型，即$f=\frac{A}{F}$，则

$$f=\frac{dF}{dt}=\frac{A}{F}$$

积分后，得

$$F=\sqrt{2A}t^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

所以

$$f=\frac{dF}{dt}=\sqrt{\frac{A}{2}}t^{-\frac{1}{2}} \tag{5}$$

此乃Philip型入渗曲线。

若$f\sim F$呈直线型，即$f=f_0-KF$，则

$$f=f_0e^{-Kt} \tag{6}$$

$$F=\frac{f_0}{K}(1-e^{-Kt}) \tag{7}$$

此乃Horton型入渗曲线。

2.下渗率流域分配曲线与流域产流

单元产流受控于一条入渗曲线，可是流域下垫面十分复杂，单元的入渗强度有大有小，如何确定流域的入渗强度呢？比较常用的方法是把单元入渗曲线用于流域，显然，这样做没有考虑流域上入渗率空间分布的非均匀性。

1959年，Crawford-Linsley[4]、●把入渗强度流域分配引入产流模型，其Stanford-Ⅳ模型，采用的是直线分配，如图1所示。

流域入渗强度分配曲线表明流域各地的入渗强度不是均一的，而是大小不同的。曲线下部包围的面积代表流域平均入渗强度。时段雨量P以下阴影面积代表流域平均时段损失量$\Delta\bar{f}$，左侧面积代表时段径流量。鉴于分布的随机性，目前还不能从理论上求得分配曲线的线型，而只能经验选定，如选用n次抛物线或指数曲线。

入渗强度在流域上的分配可以假定具有两种不同的形式，即全流域分配与部分流域分

●文康，动力水文学理论在数学物理流域模型中的应用，水文科技动态（综合类），1979年第2期。

●李嶷娟，斯坦福流域Ⅳ号模型简介，水文科技动态（综合类），1979年第2期。

配。

（1）全流域分配　这种分配认为随着土壤含水量的增大，流域平均入渗强度将逐渐减小，流域内每个单元上的入渗强度也同时减小，流域分配曲线逐渐平缓。如图2所示。

（2）部分流域分配　这种分配认为随着土壤含水量的增大，流域内逐渐有一部分面积失去因毛管力引起的入渗能力，因此，流域剩余的平均入渗强度只能在部分流域上进行分配，如图3所示。

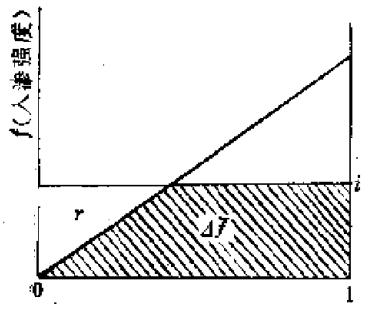


图 1　Stanford模型中的入渗强度流域分配曲线

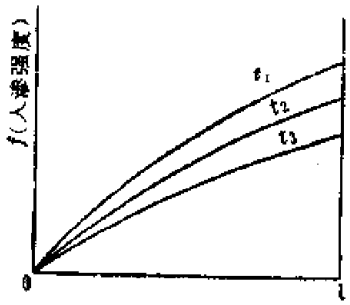


图 2　全流域分配

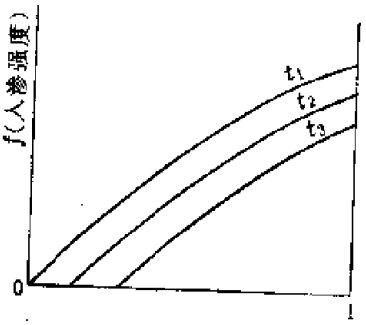


图 3　部分流域分配

由此可见，分配曲线在产流过程中是随着时间变化的，而这种变化恰恰是单元入渗强度随着时间变化的结果。

3. Stanford—Ⅳ模型

1959年，Crawford-Linsley开始建立Stanford模型，直至1966年完成第Ⅳ号模型。

（1）单元入渗曲线（实指流域平均）采用

$$\overline{f}=\frac{IMX}{(P_a/I_M)^2} \qquad (8)$$

式中 $\overline{f}$ ——流域平均入渗强度，mm/h；IMX——与流域特性有关，代表入渗水平的一种参数；P_a——前期土壤含水量，mm；I_M——流域平均田间持水量，mm。

（2）流域产流计算时，假定$\overline{f}$的流域分配曲线系直线，分配形式系全流域性的，时段产流计算（设Δt=1h，IMX=5，I_M=100mm）见图4与表1。

表 1　　时段产流量计算表①

时　间(h)	0	1	2	3	4	5
P_a(mm)	50	58.75	74.15	83.40	87.60	87.50
$\overline{f}=5\Big/\left(\frac{P_a}{100}\right)^2$		20.00	15.15	9.25	7.35	6.66
F=时段入渗量(mm)		8.75	14.40	9.25	4.10	0
r=时段产流量(mm)		1.25	5.60	20.75	0.90	0
P=时段雨量(mm)		10	20	30	5	0

①取自参考文献[4]。表中$\overline{f}$，除t=1h相应的20mm/h外，都有一点误差。为尊重原文，暂不更改——本文作者。

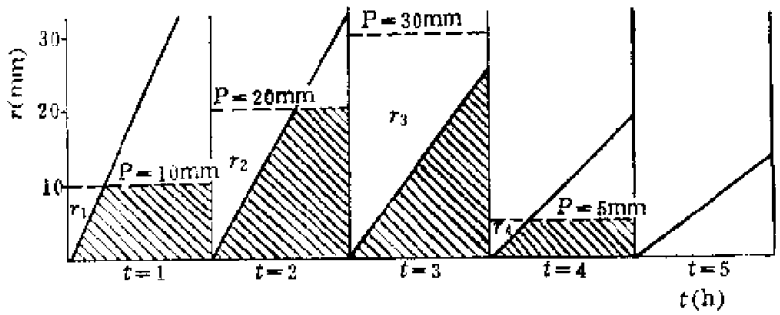


图 4 时段产流量计算图（取自参考文献[4]）

4.华东水利学院（以下简称华水）蓄满产流模型[1]

六十年代初，赵人俊等提出蓄满产流概念，1973年后开始建立蓄水容量分配曲线为n次抛物线的数学模型。据了解，在同一时期，刘爱杰也提出了相同的数学模型。赵人俊等认为，在我国南方湿润地区，当包气带的缺水量未及补足，即包气带的蓄水量未达到田间持水量（蓄满）以前，无论降雨强度多大，皆不产流；而一旦达到该值，则全部雨量变为径流，如图5所示。

纵坐标W'代表流域内某地点的最大蓄水容量；W'_m代表流域内极大的蓄水容量。产流面积百分数α用n次抛物线模拟，亦即蓄水容量的流域分配系n次抛物线：

$$\alpha=1-\left(1-\frac{W'}{W'_m}\right)^n \tag{9}$$

推导出的产流量R计算公式为

$$R=P+P_a-W_m+W_m\left(1-\frac{S_0+P}{W_m}\right)^{n+1} \tag{10}$$

式中 W_m——全流域平均的包气带最大缺水量，即I_M（见文献[1]第21页）；

S_0——P_a相应的纵坐标；

P从S_0开始计。

由图5可知，纵坐标表示两个变量：蓄水容量W'及雨量P，其中关系为

$$W'=P+S_0$$

$$P_a=\int_0^{S_0}(1-\alpha)dW'=\frac{W'_m}{n+1}\left[1-\left(1-\frac{S_0}{W'_m}\right)^{n+1}\right] \tag{11}$$

当$S_0=W'_m$，$P_a=W_m$（曲线下包围的全部面积），

$$W_m=\frac{W'_m}{n+1} \tag{12}$$

据我们分析，认为华水模型包含以下三个基本假定：

第一、采用了Horton型入渗曲线，模型的实质属超渗产流。为便于讨论，将式（10）改写为

$$R=P+P_a-W_m+W_m\left(1-\frac{S_0+P}{W'_m}\right)^{n+1}$$

$$=P-(W_m-P_a)\left[1-\frac{W_m}{W_m-P_a}\left(1-\frac{S_0+P}{W'_m}\right)^{n+1}\right]$$

$$=P-(W_m-P_a)\left[1-\frac{1}{\left(1-\frac{S_0}{W'_m}\right)^{n+1}}\left(1-\frac{S_0+P}{W'_m}\right)^{n+1}\right]$$

由式（11）可知 $$\frac{W_m}{W_m-P_a}=\frac{1}{\left(1-\frac{S_0}{W'_m}\right)^{n+1}}$$

$$R=P-(W_m-P_a)\left[1-\left(\frac{\frac{W'_m-S_0-P}{W'_m}}{\frac{W'_m-S_0}{W'_m}}\right)^{n+1}\right]$$

$$=P-(W_m-P_a)\left[1-\left(\frac{W'_m-P-S_0}{W'_m-S_0}\right)^{n+1}\right]$$

$$=P-(W_m-P_a)\left[1-\left(1-\frac{P}{W'_m-S_0}\right)^{n+1}\right] \qquad (13)$$

按照华水产流模型中的有关定义，由图5可知，(W_m-P_a)代表流域土壤含水量达P_a时流域剩余的蓄水容量。中括号内数值则相当于剩余蓄水量的损失系数，现证明于后。

由图6可知，当有P_a后，流域蓄水曲线变成部分分配式的。曲线下面的面积为W_m-P_a，代表剩余的蓄水容量。当雨量$P<(W'-S_0)$，则实际蓄量P_{a1}仅占(W_m-P_a)的一部分，占的比例用β表示，即

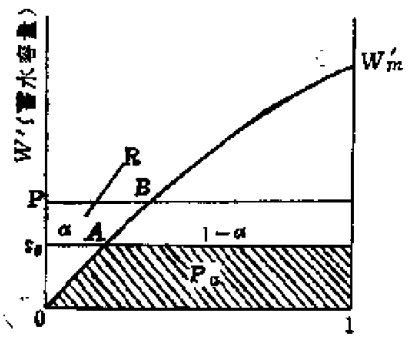


图 5 n次抛物线的流域分配曲线

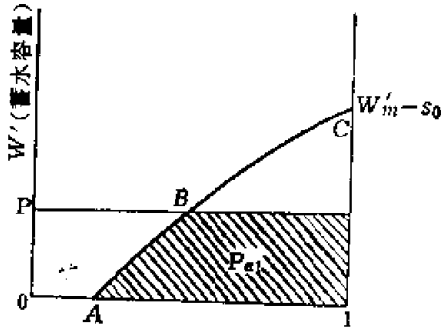


图 6 蓄水容量分配曲线

$$\beta=\frac{P_{a1}}{W_m-P_a}=\frac{1}{(W_m-P_a)}\left[\int_0^P\left(1-\frac{P+S_0}{W'_m}\right)^n dP\right]$$

$$=\frac{1}{(W_m-P_a)}\left[-\frac{W'_m}{n+1}\left(1-\frac{S_0+P}{W'_m}\right)^{n+1}+\frac{W'_m}{n+1}\left(1-\frac{S_0}{W'_m}\right)^{n+1}\right]$$

由P_a公式（11）可知 $\frac{W'_m}{1+n}\left(1-\frac{S_0}{W'_m}\right)^{n+1}=W_m-P_a$，代入上式，得

$$\beta=\frac{1}{(W_m-P_a)}\left[(W_m-P_a)-\frac{W'_m}{n+1}\left(1-\frac{S_0+P}{W'_m}\right)^{n+1}\right]$$

$$=1-\frac{W_m}{W_m-P_a}\left(1-\frac{P+S_0}{W'_m}\right)^{n+1}$$

注意到P_a的计算式，有

$$\frac{W_m}{W_m-P_a}=\frac{1}{\left(1-\frac{S_0}{W'_m}\right)^{1+n}}=\frac{\left(1-\frac{P}{W'_m-S_0}\right)^{1+n}}{\left(1-\frac{P+S_0}{W'_m}\right)^{1+n}}$$

代入上式，

$$\beta=1-\left(1-\frac{P}{W'_m-S_0}\right)^{1+n} \tag{14}$$

此即式（13）中括号内值，代表剩余蓄水容量的损失系数。当雨强大于（W'_m-S_0）时，损失系数β为1.0。

华水模型产流计算公式表明，产流量等于降雨量P减去入渗量，而该入渗量等于剩余蓄水容量（W_m-P_a）乘以一个代表损失蓄水容量百分数的β（损失系数）。

蓄满产流的论点之一是产流量的计算没有时间性。公式（12）可以计算一次总量，也可以逐时逐分地计算产流量。因此，当我们特指某个时段时，例如1 h或1 min，蓄水容量就是入渗强度，用$\overline{f}$表示：

$$\overline{f}=W_m-P_a \tag{15}$$

在这种情况下，流域平均最大蓄水量W_m就是流域平均最大入渗强度f_0（令$K=1$），P_a就是与$\overline{f}$对应的入渗水量。按照公式（6），与公式（15）等价的就是Horton型入渗公式：

$$\overline{f}=f_0e^{-t}$$

现以算例说明。

令$W_m=100$mm，$n=0.3$，$P_a=10$mm，一次3 h雨量50mm，求径流深R。代入华水模型式（10），

$$R=50-(100-10)\left[1-\left(1-\frac{50}{120}\right)^{1.3}\right]=4.6\text{mm}$$

引进入渗强度概念，$f_0=100$mm/h，$n=0.3$，

$$\overline{f}=100-P_a$$

$$R=P-\overline{f}\left[1-\left(1-\frac{P}{1.3f_0-S_0}\right)^{1.3}\right]$$

3 h降雨50mm，每小时雨率16.7mm/h，第一小时$P_{a1}=10$mm，$S_{01}=10.4$mm

$$R_1=16.7-(100-10)\left[1-\left(1-\frac{16.7}{130-10.4}\right)^{1.3}\right]=0.7\text{mm}$$

第二小时，$P_{a2}=10+(16.7-0.7)=26.0$mm，$S_{02}=26.9$mm

$$R_2=16.7-(100-26.0)\left[1-\left(1-\frac{16.7}{130-26.9}\right)^{1.3}\right]=1.5\text{mm}$$

第三小时，$P_{a3}=26.0+(16.7-1.5)=41.2$mm，$S_{03}=43.7$mm

$$R_3=16.7-(100-41.2)\left[1-\left(1-\frac{16.7}{130-43.7}\right)^{1.3}\right]=2.4\text{mm}$$

所以，一次径流$R=R_1+R_2+R_3=4.6$mm。

两种计算结果相同，表明时段蓄水容量就是入渗强度。由此可见，华水模型计算公式中的（W_m-P_a）不是别的，正是流域平均入渗强度$\overline{f}$，即$\overline{f}=W_m-P_a$，亦即$\overline{f}=f_0e^{-t}$，

按照Dooge[3]●的解释，这相当于把土壤看作线性吸收器。因此，华水模型确实是把Horton型入渗曲线当作流域平均入渗曲线的。

第二，时段蓄水容量或入渗强度采用n次抛物线型的部分流域分配形式。

由图5可知，当$P_a=0$，即S_0为零时，分配曲线系全流域性的，如$OABW'_m$所示，曲线以下包围面积为W_m。有了P_a后，分配曲线变为$S_0ABW'_m$，或如图6中的$OABC$，曲线下包围的面积等于（W_m-P_a）。这相当于横坐标向上平移，相应的部分流域分配曲线为

$$\alpha=1-\left(1-\frac{P+S_0}{W'_m}\right)^n \tag{16}$$

显然，当$P=0$时

$$\alpha=1-\left(1-\frac{S_0}{W'_m}\right)^n$$

对于一定的雨量P，其产流量R为

$$R=\int_0^P \alpha dP=\int_0^P\left[1-\left(1-\frac{P+S_0}{W'_m}\right)^n\right]dP$$

$$=P+\frac{W'_m}{1+n}\left(1-\frac{P+S_0}{W'_m}\right)^{1+n}-\frac{W'_m}{1+n}\left(1-\frac{S_0}{W'_m}\right)^{1+n}$$

考虑到式（11），（12），则

$$R=P+P_a-W_m+W_m\left(1-\frac{S_0+P}{W'_m}\right)^{1+n}$$

上式乃华水模型产流计算式（10）。可见，华水模型确实采用了n次抛物线型的部分流域分配曲线式（16）。

第三，把一个随时间变化的入渗过程概化成集中在一个任意长短时段内的入渗量。因而夸大了入渗能力，导致计算径流量偏小，在P_a愈小时，这种误差愈显著。

文献[1]第14页指出“我们把这种产流方式叫做蓄满产流。并概化成一个简单的模型，即：

$$P-R=W_m-W_0$$

由此可见，决定总径流量的因素，除了降雨之外，就是W_0（即P_a——笔者注），而与下渗无关。于是，只用一个水量平衡方程便可推求总径流量，无需计算下渗过程。”

我们认为，产流是一种水体运动，要描述它，就不可能只用一个水量平衡方程而无动力方程。事实上，根据P.S.Eagelson[2]的证明，Horton入渗曲线可以从上述两个方程的结合方程——扩散方程解得。从前面分析可知，华水模型中的（W_m-W_0）就是入渗能力$f=W_m-W_0$，亦即Horton型入渗曲线。因此，华水模型在计算产流量时是有下渗过程的，只是为了简化计算才把下渗过程概化成集中在一个任意长短时段内的入渗量，从而抽掉了时间概念。这种不要时间的概化，在P_a小、雨强大的条件下，土壤来不及吸入渗水时，华水模型就要导致误差。换言之，入渗过程（时间性）制约产流的现象就十分明显了。

大家知道，任何一条入渗曲线都严格地控制着入渗量的时间过程。以Horton型入渗曲线为例，当$P_a=0$时，相当于$t=0$，相应的入渗强度为f_0（或W_m）。这只是一个瞬时值，

●J.C.I Dooge, Deterministic Method in Systems Hydrology.(Part B), 1979.

不能直接用于实际入渗量的计算（因为实际入渗都是有时间过程，因而都有时段）。但是，在华水的模型里，却以此值当作流域平均缺水量，或入渗强度，并据以作流域分配（图7）。这时，若雨量大于、等于（1+n）f_0，按照“蓄满产流”的概念，时间无论长短，损失量都是f_0。为便于讨论，他们暂定时段为1 h。在这种情况下，1 h的雨强若大于、等于（1+n）·f_0，1 h内的入渗量就是f_0；可是，由Horton曲线可知，这是不可能的。因为Horton型曲线（$K=1$）从零点开始计及的第一个小时内的实际入渗量只有0.63f_0，即

$$P_{a1}=f_0\int_0^1 e^{-t}dt=0.63f_0 \tag{17}$$

因此，当$P_a=0$时，第一个时段只能用0.63f_0作流域分配，对于第二个小时，华水模型的损失为零，但实际上却有

$$P_{a2}=0.37\times0.63f_0$$

以上讲的是在充分供水条件下的入渗过程。在实际中，雨强往往较小，第一个小时的实际入渗量达不到0.63f_0，令为P_{at}，如图8所示，相当于入渗曲线0～t内的入渗量。因此，当有了P_{at}之后，入渗曲线下一个小时的可能入渗量，需从t开始计及，其值为0.63（f_0-P_{at}）。

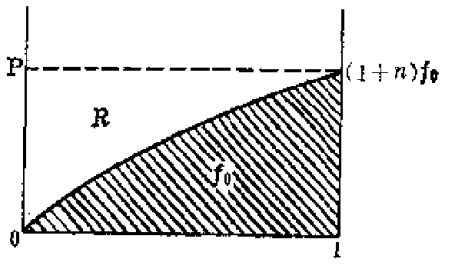


图 7 分配图

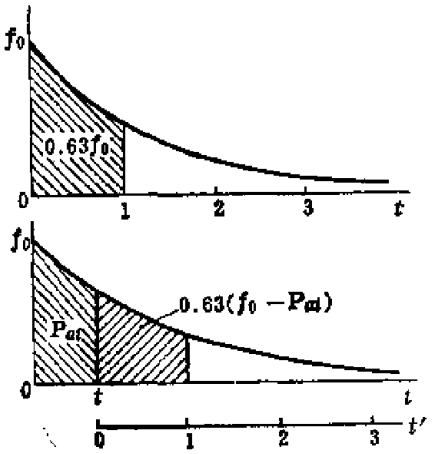


图 8 Horton入渗曲线

作为通式，1h的流域平均可能入渗量$\overline{f}_1$为

$$\overline{f}_1=0.63(f_0-P_a)$$

同理可得Δt=2h的可能入渗量$\overline{f}_2=0.865(f_0-P_a)$

Δt=3h的可能入渗量$\overline{f}_3=0.950(f_0-P_a)$

Δt=4h的可能入渗量$\overline{f}_4=f_0-P_a$

华水模型采用的入渗曲线为$\overline{f}_0=f_0-P_a$，这相当于用大于、等于4h的入渗量（亦即P_a相应的瞬时入渗强度）代替任何小于4h的时段入渗量。换言之，为了简化计算华水模型把随着时间变化的入渗强度（$f\sim t$）概化成集中在一个任意长短时段内的入渗量。可是1h的入渗量为0.63（f_0-P_a），而假定的入渗强度却是（f_0-P_a），因而遇到雨强大于可能入渗强度0.63（f_0-P_a），但小于华水模型假定的入渗强度（f_0-P_a）时，按华水模型的假定不可能

产流，但实际上是产流的。因此，用华水模型计算短历时、强度大的暴雨，就要导致计算径流量的偏小。这种现象在土壤前期比较干燥（P_a小）的条件下将显得格外突出。

5.一般性产流计算模型

降雨强度i大于下渗率f就产流。基于这种观点，我们把下渗曲线与下渗率流域分配曲线相结合，从而建立一般性产流计算模型。见图9(a)，设流域时段平均降雨强度为$\overline{i}$，在小于、等于$\alpha\%$（$\alpha\%$—面积百分数）的那部分面积上，下渗率都小于雨强$\overline{i}$；因此，这部分面积上的雨强$\overline{i}$减去各点的下渗率f，其总和就是时段平均产流强度r。

为便于说明，先选用Horton型曲线为下渗数学模型，以n次抛物线为入渗率流域分配曲线并考虑部分流域分配。Horton型下渗曲线为

$$f_t=f_0e^{-Kt}$$

以此代表流域平均下渗率f_t，令从$t=0$开始的第一个时段平均下渗率为$\overline{f}_0$，则

$$\overline{f}_0=\frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t}e^{-Kt}dt=\frac{f_0}{K\Delta t}\left(1-e^{-K\Delta t}\right) \tag{18}$$

相应的时段下渗量为$\Delta t\cdot\overline{f}_0$，即

$$\Delta t\cdot\overline{f}_0=\frac{f_0}{K}\left(1-e^{-K\Delta t}\right) \tag{19}$$

n次抛物线型部分流域分配曲线为

$$\alpha=1-\left(1-\frac{\overline{i}+S_i'}{f'}\right)^n$$

式中 $\overline{i}$——时段平均雨强；S_i'——P_a相应的纵标；f'——流域最大下渗率，由式(12)可知，$f'=(1+n)\overline{f}_0$；P_a——流域土壤前期含水量，$\overline{P}_a=\frac{P_a}{\Delta t}$，$\overline{i}$从$S_i'$起计。显然，由图9($b$)可知：

$$\overline{P}_a=\int_0^{S_0}(1-\alpha)df=\frac{f'}{1+n}\left[1-\left(1-\frac{S_i'}{f'}\right)^{1+n}\right]$$

则

$$S_i'=(1+n)\overline{f}_0\left[1-\left(1-\frac{\overline{P}_a}{\overline{f}_0}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right]$$

时段平均径流率

$$r=\int_0^{\overline{i}}\left[1-\left(1-\frac{i+S_i'}{f'}\right)^n\right]df$$

$$=\overline{i}-(\overline{f}_0-\overline{P}_a)\left[1-\left(1-\frac{\overline{i}}{(1+n)\overline{f}_0-S_i'}\right)^{1+n}\right]$$

将式(19)代入，则得时段径流深：

$$R=\Delta t\cdot r=P-\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}(f_0-KP_a)\left\{1-\left[1-\frac{P}{(1+n)\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}f_0-S_0}\right]^{1+n}\right\} \tag{20}$$

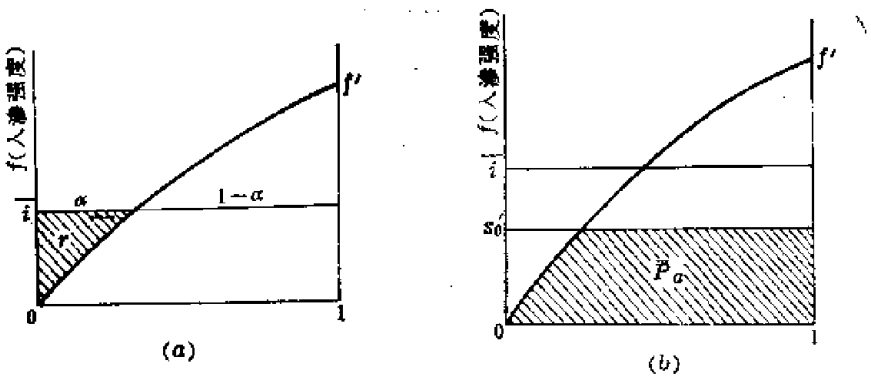


图 9 入渗强度流域分配曲线

式中 $$S_0=(1+n)\frac{(1-e^{-K\Delta t})}{K}f_0\left[1-\left(1-\frac{KP_a}{f_0}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{21}$$

由于流域最大蓄水容量$I_M=\frac{f_0}{K}$，显然，当$K=1, K\Delta t\geqslant 4$，则$e^{-K\Delta t}\approx 0$，上式变为

$$R=P-(I_M-P_a)\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)I_M-S_0}\right)^{1+n}\right]$$

式中 $$S_0=(1+n)I_M\left[1-\left(1-\frac{P_a}{I_M}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right]$$

上式即式（13），亦即华水蓄满产流模型式（10）。可见，华水模型乃一般性产流模型的特例。

当采用全流域分配时，则时段径流深公式为

$$R=P-\left(\frac{1-e^{-K\Delta t}}{K}\right)(f_0-KP_a)\left\{1-\left[1-\frac{P}{\left(\frac{1-e^{-K\Delta t}}{K}\right)(1+n)(f_0-KP_a)}\right]^{1+n}\right\} \tag{22}$$

若入渗曲线采用Philip型，则

$$f=\frac{A}{F} \tag{23}$$

或 $$f=\sqrt{\frac{A}{2}}t^{-\frac{1}{2}} \tag{24}$$

$$F=\sqrt{2A}\,t^{\frac{1}{2}} \tag{25}$$

时段Δt内入渗量为

$$\Delta F=\sqrt{2A}\left(\sqrt{t+\Delta t}-\sqrt{t}\right) \tag{26}$$

入渗率流域分配曲线仍采用n次抛物线型，则部分流域分配时段产流公式为

$$R=P-\sqrt{2A}\left(\sqrt{t+\Delta t}-\sqrt{t}\right)\left\{1-\left[1-\frac{P}{(1+n)\sqrt{2A\Delta t}-S_0}\right]^{1+n}\right\} \tag{27}$$

$$S_0=(1+n)\sqrt{2A}\left[1-\left(\frac{\sqrt{t+\Delta t}-\sqrt{t}}{\sqrt{\Delta t}}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{28}$$

若采用全流域分配，则

$$R=P-\sqrt{2A}\left(\sqrt{t+\Delta t}-\sqrt{t}\right)\left\{1-\left[\frac{P}{(1+n)\sqrt{2A}\left(\sqrt{t+\Delta t}-\sqrt{t}\right)}\right]^{1+n}\right\} \tag{29}$$

通过以上分析可以看出，流域产流模型有两部分，即入渗曲线和入渗强度分配曲线。不考虑流域分配是一种特例，此时相当于$n=0$。

目前，有一种观点认为，超渗产流的标志之一是入渗曲线，蓄满产流的标志之一是流域蓄水曲线（即入渗强度流域分配曲线）。这种提法我们认为值得商榷。上述分析表明，入渗曲线反映了入渗强度随时间的变化；分配曲线则反映了单元入渗强度在空间上的变化，都是描述入渗规律的。其与雨强的搭配，刻划了超渗产流的机制（虽然尚嫌简单）。因此，不能说它们是两种产流方式的标志。因为，事实上，华水蓄满产流模型就采用了Horton型入渗曲线和n次抛物线的流域分配曲线。

三、问　　题

（1）降雨径流关系$(P+P_a)\sim R$在上部成为45°线是否是蓄满产流的主要特征？

有的人认为，降雨径流关系$(P+P_a)\sim R$在上部成为45°线可以作为区别于超渗产流的主要特征，我们的看法不同。

首先，从前面关于入渗曲线与产流模型的分析中可以看出，任何入渗曲线只要配上一种上端有限的流域分配曲线（例如n次抛物线），就能做出上部为45°线、形如华水模型给出的$(P+P_a)\sim R$关系；反之，如果配上上端无限的流域分配曲线（例如指数曲线），其$(P+P_a)\sim R$的上端就不是45°线。可见，45°线并非蓄满产流的主要特性。

第二，$(P+P_a)\sim R$上部成为45°线表明一个地区的土壤最大蓄水量I_M可以达到或容易达到，超过的部分自然就是总径流，例如我国南方湿润地区；反之，例如我国北方干旱地区，地下水位很低，包气带的缺水量几乎难以达到，只要下雨，总有渗水，而且大部不归入河槽。在这种情况下，$(P+P_a)\sim R$一般不可能出现45°线，但这同产流方式不是一回事。

设想A、B两个试验土柱，质地完全相同，柱顶有测流装置，B柱中有不透水层D，外接盛水装置，A柱没有，见图10。总雨量皆为P，试验雨强相同，试验前两柱土壤含水量同为P_a。最后，A柱只测地表径流$R_{表A}$，B柱除$R_{表B}$外，尚需测定地下径流$R_{下B}$。显然，两柱试验的$(P+P_a)\sim R$关系不同，前者不会有45°线，后者必定有45°线。但这只说明两柱的最大蓄水量不同，并非产流方式不同。因为，我们完全可以控制雨强，使得两土柱在未达田间持水量的条件下都产生地表径流。

（2）华水模型是用$f=f_0e^{-t}$当作入渗曲线的，缺少稳渗f_c，是否与一般的超渗概念不同？

大家知道，Horton入渗公式为

$$f=f_c+(f_0-f_c)e^{-Kt} \tag{30}$$

可以分解为两部分：

$$f=f_1+f_2=f_0e^{-Kt}+f_c(1-e^{-Kt}) \tag{31}$$

式中 f_1代表包气带的吸水强度；f_2代表以重力水的形式排入地下水库的补水强度，并以潜流的形式泄出（图11）。

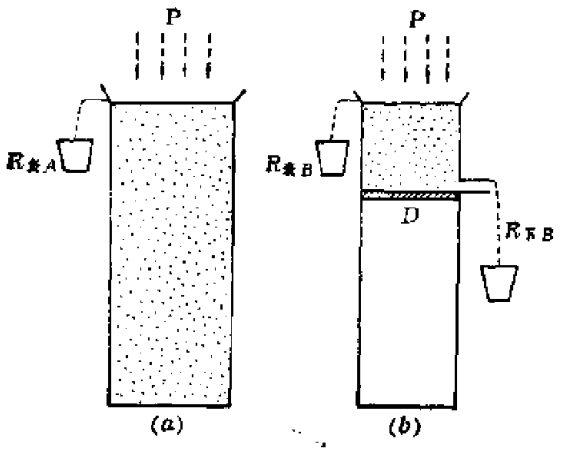


图 10 土柱入渗试验示意图

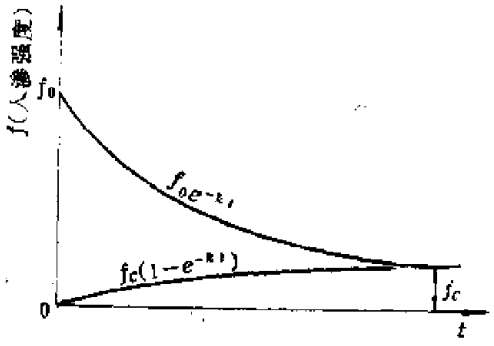


图 11 Horton入渗曲线

华水模型中的径流深定义为总径流量，包括地表与地下径流两部分，后者即$f_c(1-e^{-Kt})$形成的潜流量$R_{下}$。如果把$R_{下}$当作产流量的一部分，自然就不能把这种渗入地下复又在本次洪水中流入河道的水量算作下渗水量。因此Horton公式只能用

$$f=f_0e^{-Kt}$$

（3）局部产流是否仅仅在效果上相当于超渗产流？

有的人认为，在我国南方湿润地区几乎觉察不出有超渗产流的实例，即使有一些“超渗”也主要由于局部产流，或者说，在效果上相当于超渗产流。

什么是局部产流？我们体会指的是当时段雨量小于流域上最大时段下渗强度时仍有产流的情况。反映在华水模型中就是$P+P_a\sim R$关系下部形如扫帚状的一束曲线。

我们认为，局部产流也就是部分面积上的超渗产流。设想把流域划分成若干单元，每个单元的入渗曲线都是相同的Horton型，流域平均入渗曲线亦属Horton型：$K=1.0$，$f_0'=130$mm/h，流域平均$f_c=100$mm/h，令计算时段$\Delta t=1$ h，假定各单元的面积百分数与P_a分别如表2所示，从而求得单元面积的平均入渗强度$\overline{f_t}$。

根据表2中的α与f即可绘成$n=0.3$的n次抛物线，其包围的面积为100mm，它相当于流域平均$P_a=0$的入渗强度流域分配曲线。

设一个时段降雨量为57mm，按表2有30%的面积入渗强度$f<57$mm/h，故产流面积为30%，是为局部产流，算出的产流量为6.73mm[与公式（20）算得者相同]。从表2可以看出，$\overline{P}_a+\overline{f}$相当于该时段各单元的实际蓄水量，都不是130mm，亦即“都不满”。因此，只要不把实际入渗强度概化成瞬时入渗强度，如华水模型中的假定三，就必然会得出局部产流，就是局部超渗产流的结论。

表 2 单元面积及$\overline{P_a}$值

α(%)	0.25	5	7.5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\overline{P_a}$ (mm/h)	120.5	109.7	100	91.9	61.7	41.9	24.4	13.3	6.2	3	1.4	0.6	0
$\overline{f}$ (mm/h)	2.6	12.8	18.9	24	43	55.5	66.5	73.5	78	80	81	81.5	82
$\overline{P_a}+\overline{f}$	123.1	122.5	118.9	115.9	104.7	97.4	90.9	86.8	84.2	83	82.4	82.1	82.0

四、结　　论

（1）单元产流理论就是土壤水分在土壤中运动的入渗理论，水文学中称为超渗理论，其理论基础系扩散方程，可据以导出Philip型与Horton型[2]入渗曲线，其它类型的亦可仿此类推。

（2）过去认为存在蓄满产流与超渗产流两种产流方式是值得商榷的。我们初步认为，华水提出的蓄满产流模型实质上是受控于Horton入渗曲线的超渗产流模型，只是在P_a较大时，作了把瞬时入渗强度当成时段实际入渗强度的概化。这种概化对于土壤比较湿润，降雨历时比较长，雨强相对较小的洪水，可以保证精度；但是，对于土壤比较干旱，降雨历时短，雨强相对较大的洪水，这种概化就难以收效。

根据我国部分湿润地区暴雨洪水资料分析，在前期土壤比较干旱，降雨强度相对较大时，往往未达到田间持水量就产流，较之降雨总量与土壤含水量相若，但雨强较小的洪水产流量多。若干国内外有关例证也都表明雨强对这类洪水径流量的影响。

（3）入渗强度的流域分配是经验性的，对于产流量的计算影响较大。可以选用不同的线型，亦可假定不同的分配方式，目前都难以从理论上给出孰好孰坏的满意回答。

这类产流计算模型中都包含着入渗曲线，可以根据流域特性加以选用。也可以根据不同的自然地理条件（降雨下垫面湿润情况等）作一定的计算概化。

因此，我们给出了把入渗曲线与流域分配曲线结合在一起的一般性产流模型。

（4）产流的时空分布十分复杂，目前这种产流模型，仅能近似地满足降雨空间分布比较均匀，下垫面条件相对均一时的产流计算。在上述条件得不到满足的情况下，这类模型的计算精度是不能得到保证的。

以上是初步研究成果，不当之处可能很多，诚恳希望开展学术争鸣，以便进一步提高产流计算的理论和方法。

参 考 文 献

[1] 华东水利学院，中国湿润地区洪水预报方法，水利电力出版社，1978。

[2] P. S. Eagelson., Dynamic Hydrology, McGraw Hill Book Co., New

York, 1970.

[3] J. C. I.Dooge, Linear Theory of Hydrologic Systems,U.S. Govt. Printing Office, 1973.

[4] G. Fleming, Computer Simulation Techniques in Hydrology, Elsevier, 1975.

分层超渗产流模型探讨*

李蝶娟 金管生 崔信民

一、模型的结构

1.土壤入渗曲线

模型以点的入渗模型霍顿（Horton）入渗曲线（图1）作为概化的流域入渗曲线。其方程●为

$$f=(f_0-f_c)e^{-Kt}+f_c \qquad (1)$$

上式改写为

$$f=f_0e^{-Kt}+f_c(1-e^{-Kt})$$
$$=f_1+f_2 \qquad (2)$$

式中 f_1为降雨入渗增加土壤含水量的部分，当土壤含水量达到最大容量I_m时，f_1趋近于零；f_2为降雨渗入土壤由土层排出的部分，图1中虚线即为土层排水率曲线，在土壤含水量为零时，排水率f_2为零，随着土壤含水量的增加，趋近于f_c。

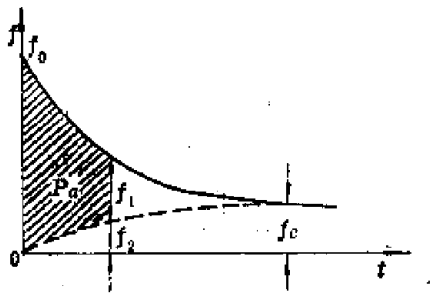


图 1 霍顿入渗曲线

流域土壤含水量P_a和最大含水容量I_m可分别由下式求得：

$$P_a=\int_0^t f_0e^{-Kt}dt=\frac{f_0}{K}(1-e^{-Kt})=I_m(1-e^{-Kt}) \qquad (3)$$

$$I_m=\int_0^\infty f_0e^{-Kt}dt=f_0/K \qquad (4)$$

式中 f_0为土壤干燥时的入渗强度；K为入渗率递减系数。

流域土壤含水量为P_a时，时段Δt内的流域平均入渗率和排水率分别为

$$\overline{f}=\frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t}[(f_0-f_c)e^{-Kt}+f_c]dt \qquad (5)$$

$$\overline{f_1}=\frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t}f_c(1-e^{-Kt})dt \qquad (6)$$

积分上式并以I_m、P_a表示，则有

*本文于1981年完稿，1984年修改。

●H.W.鲍尔，适用于间歇降雨的霍顿入渗修正式，长江流域规划办公室译，1975.8。

$$\overline{f}=\frac{1}{\Delta t}(I_m-P_a)(1-e^{-K\Delta t})+f_c\left[1-\frac{I_m-P_a}{\Delta t\cdot K\cdot I_m}(1-e^{-K\Delta t})\right] \quad (7)$$

$$\overline{i_1}=f_c-\frac{f_c}{\Delta t\cdot K}e^{-K\Delta t}(1-e^{-K\Delta t}) \quad (8)$$

2.土壤分层和分层水流

本模型是确定性的模型。模型在影响土层范围内将土层分为上、下两层（图 2），并分别用I_{m1}和I_{m2}表示上、下两层的土壤最大含水容量；以P_{a1}和P_{a2}表示任一时刻上、下两层的土壤含水量。对应模型的两个土层，相应有三种水流：地表径流R_1为降雨强度超过上层土壤入渗率的部分；上层壤中流R_2为上层土壤对下层土壤补给率（即上层土壤排水率）超过下层土壤入渗率的部分；下层壤中流R_3为下层土壤排水率的一部分。

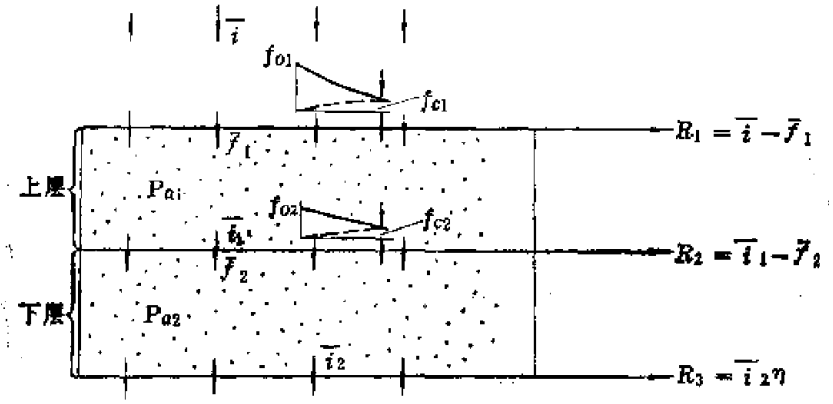


图 2 模型结构

$\overline{i}$为时段平均降雨强度；$\overline{i}_1$为下层时段平均补给率（或上层时段平均排水率）；$\overline{i}_2$为深层时段平均补给率（或下层时段平均排水率）；$\overline{f}_1$、$\overline{f}_2$分别为上层、下层时段平均入渗率；f_{01}、f_{c1}分别为上层最大入渗率和稳定入渗率；f_{02}、f_{c2}分别为下层最大入渗率和稳定入渗率；η为下层时段排水量的出流系数

3.流域入渗分配

入渗能力在流域各点是不相同的，为了表达流域入渗能力分配的不均匀性，模型中选用n次抛物线（亦可用其它形式的分配曲线）表达流域入渗能力分配，其公式为

$$A_i/A_0=1-\left[1-\frac{f_i}{(1+n)\overline{f}}\right]^n \quad (9)$$

如图 3。式中A_i为产流面积；f_i则为对应于A_i的时段平均入渗率；$\overline{f}$为流域时段平均入渗率；n为抛物线的指数。

4.产流量计算

（1）地表径流量R_1计算　参照式（1）上层的入渗曲线公式为

$$f_1=(f_{01}-f_{c1})e^{-Kt}+f_{c1} \quad (1-1)$$

当上层土壤含水量为P_{a1}时，Δt时段的入渗量为

$$\overline{f_1}\cdot\Delta t=(I_{m1}-P_{a1})(1-e^{-K_1\Delta t})+f_{c1}\left[\Delta t-\frac{I_{m1}-P_{a1}}{K_1I_{m1}}(1-e^{-K_1\Delta t})\right] \quad (10)$$

流域入渗能力分配为

$$A_i/A_0=1-\left(1-\frac{\Delta t\cdot f_1}{(1+n_1)\Delta t\cdot\overline{f}_1}\right)^{n_1} \qquad (10-1)$$

由Δt时段内的入渗量$\overline{f}_1\Delta t$和降雨量$\overline{i}\,\Delta t$，考虑入渗率的流域分配导得地表径流R_1的计算式：

$$R_1=\overline{i}\Delta t-\overline{f}_1\Delta t\left[1-\left(1-\frac{\overline{i}\Delta t}{(1+n_1)\Delta t\cdot\overline{f}_1}\right)^{1+n_1}\right]\text{●} \qquad (11)$$

当$\overline{f}_1(1+n_1)\leqslant\overline{i}$，即充分供水时，本时段末（或下一时段初）的上层土壤含水量为

$$P_{a1(t+\Delta t)}=I_{m1}(1-e^{-K_1(t+\Delta t)}) \qquad (12)$$

当上层土壤含水量达到I_{m1}时，则有

$$R_1=\overline{i}\Delta t-f_{e1}\Delta t \qquad (11-1)$$

相应

$$P_{a1(t+\Delta t)}=I_{m1} \qquad (12-1)$$

当$\overline{f}_1(1+n_1)>\overline{i}$，即非充分供水时，流域内部面积上的降雨不能满足入渗能力，如图4所示。流域的实际入渗量为$\overline{i}\Delta t-R_1$，小于充分供水时的入渗量。为计算下一时段的土壤含水量，则用实际入渗量反求计算时段$\Delta t'$。

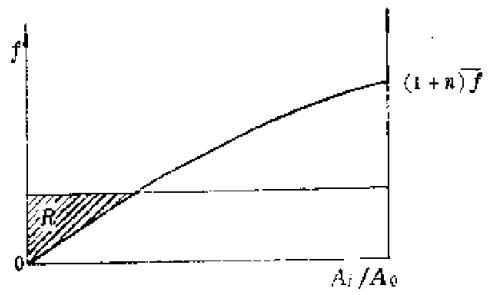


图 3 流域入渗能力分配曲线

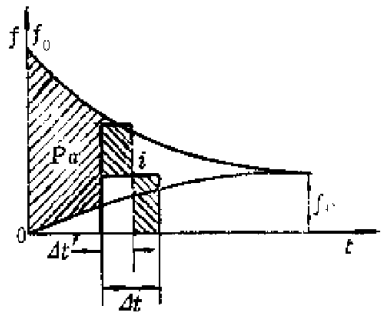


图 4 雨强小于入渗能力时的模拟

$$\overline{i}_1\Delta t-R_1=(I_{m1}-P_{a1})(1-e^{-K_1\Delta t'})+f_{c1}\left[\Delta t'-\frac{I_{m1}-P_{a1}}{K_1I_{m1}}(1-e^{-K_1\Delta t'})\right] \qquad (13)$$

由于方程式为隐函数，$\Delta t'$不能直接求解，需试算求得。再由试算求得的$\Delta t'$计算下一个时段初的上层土壤含水量。

$$P_{a1(t+\Delta t')}=I_{m1}(1-e^{-K_1(t+\Delta t')}) \qquad (12-2)$$

上层土壤向下层土壤的时段平均补给率（即上层土壤的排水率）为：

当$\overline{f}_1(1+n_1)\leqslant\overline{i}$时

$$\overline{i}=f_{c1}-\frac{f_{c1}}{\Delta tK_1}e^{-K_1t}(1-e^{-K_1\Delta t}) \qquad (14)$$

当$\overline{f}_1(1+n_1)>\overline{i}$时

$$\overline{i}_1=f_{c1}-\frac{f_{c1}}{\Delta t'K_1}e^{-K_1t}(1-e^{-K_1\Delta t'}) \qquad (14-1)$$

当上层土壤含水量达到I_{m1}时，则有

●南京水文研究所，流域产流模型的分析研究，1979。

$$\overline{i_1}=f_{o1} \tag{14-2}$$

（2）上层壤中流R_2计算　下层入渗曲线为

$$f_2=(f_{o2}-f_{c2})e^{-K_2 t}+f_{c2} \tag{1-2}$$

当下层土壤含水量为P_{a2}时，Δt时段内入渗量为

$$\overline{f}_2\Delta t=(I_{m2}-P_{a2})(1-e^{-K_2\Delta t})+f_{c2}\left[\Delta t-\frac{I_{m2}-P_{a2}}{K_2 I_{m2}}(1-e^{-K_2\Delta t})\right] \tag{15}$$

流域下层入渗能力分配如下：

$$A_i/A_0=1-\left[1-\frac{f_2\Delta t}{(1+n_2)\Delta t\overline{f}_2}\right]^{n_2} \tag{9-2}$$

仿式（11）可推得上层壤中流R_2为

$$R_2=\overline{i_1}\Delta t-\overline{f}_2\Delta t\left[1-\left(1-\frac{\overline{i_1}\Delta t}{(1+n_2)\Delta t\overline{f}_2}\right)^{1+n_2}\right] \tag{16}$$

当$\overline{f}_2(1+n_2)\leqslant\overline{i_1}$时，下一时段初的下层土壤含水量有：

$$P_{a2(t+\Delta t)}=I_{m2}(1-e^{-K_2(t+\Delta t)}) \tag{17}$$

当下层土壤含水量达到I_{m2}时，则有：

$$R_2=\overline{i_1}\Delta t-f_{c2}\Delta t \tag{16-1}$$

相应

$$P_{a2(t+\Delta t)}=I_{m2} \tag{17-1}$$

当$\overline{i_1}<\overline{f}_2(1+n_2)$时，则按实际入渗量反求虚拟计算时段$\Delta t''$，则有：

$$\overline{i_1}\Delta t-R_2=(I_{m2}-P_{a2})(1-e^{-K_2\Delta t''})+f_{c2}\left[\Delta t''-\frac{I_{m2}-P_{a2}}{K_2 I_{m2}}(1-e^{-K_2 t'})\right] \tag{18}$$

由求得的$\Delta t''$计算下一时段初的下层土壤含水量

$$P_{a2(t+\Delta t'')}=I_{m2}(1-e^{-K_2(t+\Delta t'')}) \tag{19}$$

在下层土壤含水量为P_{a2}时，下层土壤向深层土壤的时段平均补给率为：

当$\overline{f}_2(1+n_2)\leqslant\overline{i_1}$时

$$\overline{i_2}=f_{c2}-\frac{f_{o2}}{\Delta t K_2}e^{-K_2 t}(1-e^{-K_2\Delta t}) \tag{20}$$

当$\overline{f}_2(1+n_2)>\overline{i_1}$时

$$\overline{i_2}=f_{c2}-\frac{f_{o2}}{\Delta t'' K_2}e^{-K_2 t}(1-e^{-K_2\Delta t''}) \tag{20-1}$$

当下层土壤含水量达到I_{m2}时　　$\overline{i_2}=f_{c2}$ (20-2)

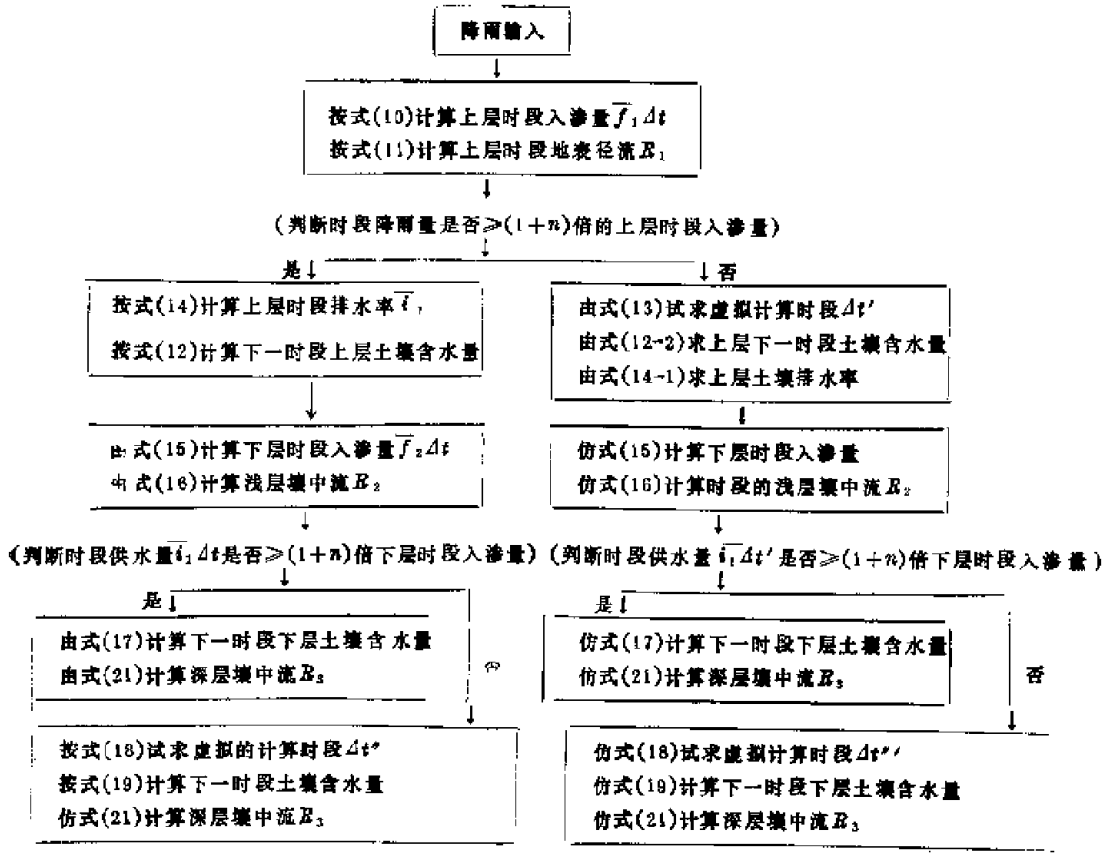
（3）下层壤中流R_3计算　下层壤中流R_3，本模型拟用下式计算

$$R_3=\eta\overline{i_2}\Delta t \tag{21}$$

式中η是下层壤中流占下层土壤排水率的百分数。

在天然情况下，上述产流情况一般是交替出现的，因此，在计算中必须作供水强度$\overline{i}$（或$\overline{i_1}$）是否大于$(1+n)\overline{f}$的判断，并视不同情况选用不同的计算式（详见框图）计算逐时段的产流量，再求得洪水总量。

5.模型计算框图



二、模型参数的确定

本模型中共有I_{m1}、I_{m2}、K_1、K_2、f_{c1}、f_{c2}、η等7个参数，其中$I_{m1}(=f_{c1}/K_1)$、K_1、f_{c1}为流域上层土壤入渗曲线参数；$I_{m2}(=f_{c2}/K_2)$、K_2、f_{c2}为流域下层土壤入渗曲线参数；η是深层壤中流的出流系数。

1.参数分析

降雨入渗引起土壤含水量变化的土层，称为影响土层。I_{m1}和I_{m2}分别为影响土层上层和下层的土壤最大可能容量，它们之和即为影响土层的最大可能容量I_m。

地表到入渗锋面间土层的最大可能容量●，亦即降雨前后土壤含水量的最大变量$I_m=P_{cmax}-P_{cmim}$，根据土壤含水量垂直分布资料求得。如由祁仪试验区多年土壤含水量垂直分布资料点绘的土壤含水量垂直分布图（图5），并由此求得土层的$I_m=70$mm（图中阴影部分），其中含水量变化较大的上层$I_{m1}=60$mm；含水量变化较小的下层$I_{m2}=10$mm。

●长江流域规划办公室，关于街面庄流域土壤最大吸水量I_m和稳渗F_c的分析，1972，9。

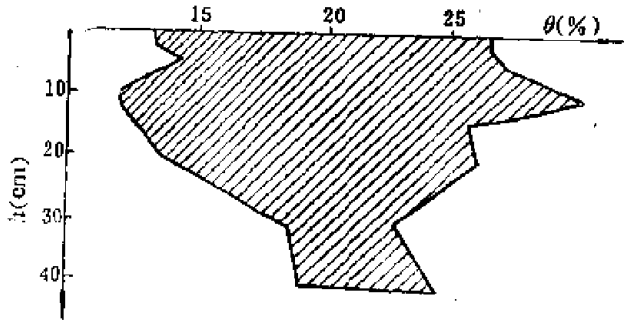


图 5 最大、最小土壤含水量垂线分布

流域上、下层土壤入渗曲线参数K_1、K_2和稳定入渗率f_{c1}、f_{c2}根据相似地区同心环或负压计试验资料确定参数优选范围，K值通常为0～1，f_c为2～7 mm/h，然后由计算机进行优选确定。深层壤中流通常比较稳定，因此，深层壤中流出流系数可直接由经验确定。

2.参数优选

参数优选，采用手工与计算机结合的办法进行。在参数分析的基础上变动其中一个参数，固定其它各参数由计算机进行产流计算，试求单参数变动对产流的影响，然后再用类似的方法对其它各参数进行计算，在此基础上对各参数进行调整和综合，选择出若干组较合适的参数，再根据这几组参数由计算机对各次洪水进行计算，并与实测值进行比较，进行总体优选，求得具体流域的模型参数。

三、模 型 检 验

本模型由下渗曲线和下渗率流域分配（全流域分配）曲线相结合构成的。为深入研究模型在我国南北方流域的适应性，我们分别用长江、淮河、珠江流域及辽宁沿海、浙闽台的20个流域386次洪水的雨洪资料作了检验。检验结果如表1。

经对计算结果分析，发现多数不合格的洪水系长期干旱后的首次洪水和大洪水后的连续洪水。前者往往实测径流深偏小，而后者往往计算径流深偏小。其原因多数是受流域中塘坝、小水库蓄、泄水等的影响。

此外，我们从分析中还看到：在相近的降雨量和土壤含水量情况下，雨强越大，壤中流越小，地表径流越大；反之壤中流越大，地表径流越小。说明雨强对产流的影响。

结束语 本模型为分层超渗产流模型。从宋庄等20个流域的雨洪资料检验，可见模型设计是可行的。我们将用壤中流较大的流域雨洪资料作进一步的模型检验和划分水源的研究。

表 1 分层超渗产流模型产流计算成果汇总表

序号	流域	水系	河名	站名	流域面积 (km^2)	资料年份	洪水次数	合格率 (%)
1	长江	唐白河	清水河	宋庄	49.3	1962～1967	19	89.0
2	长江	唐白河	留山河	留山	116	1973～1980	15	80.0
3	长江	唐白河	白河	白土岗	1118	1964～1980	13	84.6
4	长江	唐白河	鸭河	口子河	421	1964～1979	18	82.4
5	长江	唐白河	三夹河	平氏	748	1971～1980	20	84.2
6	长江	唐白河	唐白河	唐河	4771	1971～1980	18	83.3
7	长江	沅江	二都河	龙潭	188	1966～1976	25	92.0
8	淮河	洪河	淮头河	芦庄	396	1958～1977	18	83.3
9	淮河	颍河	太山庙河	鸡冢	46.0	1964～1975	16	87.5
10	淮河	颍河	大梁沟	杨茂吴	10.7	1973～1975	9	88.9
11	辽南沿海	熊岳河	熊岳河	熊岳	307	1964～1981	17	82.4
12	辽西沿海	小凌河	女儿河	边沿子	469	1976～1979	8	87.5
13	辽西沿海	小凌河	女儿河	乌金塘	940	1959～1975	11	100
14	珠江	北江	高田水	马屋	36.3	1967～1979	30	83.0
15	珠江	北江	桃花水	马池	303	1963～1978	26	84.6
16	粤西沿海	大隆洞河	大隆洞河	爪排潭	78.2	1963～1978	50	82.0
17	浙闽台河	浦田江	开化江	街亭	584	1967～1976	28	82.1
18	浙闽台河	金华江	东溪	八达	104	1971～1979	11	91.0
19	浙闽台河	衢江	马金溪	江家	64.0	1963～1979	16	87.5
20	浙闽台河	象山港	鬼溪	洪家塔	151	1960～1975	18	83.3

分层径流一维水动力学模型*

温灼如 张瑛玉 刘 培

应用实验流域为手段揭示降雨径流形成的基本规律，一直是近代水文学研究的前沿阵地。目前在国内外都花费相当的人力和资金去探索水文现象的基本规律，应用实验流域与代表流域所获得的成果外延或移植到其他流域，或相似的地区，水动力学模型的研制就是实现这种目的重要的手段。弗里兹（R·A·Freeze）[1]提出二维地表流和表层流基本方程的数值解法、伍尔海斯（D·A·Woolhiser）[2]应用运动波方程计算都市面积和农业流域地表流的计算和欧洲水文系统（SHE）模型[3]都比我们的模型复杂，且无壤中流计算，对我国以壤中流丰富的流域不太适用。本文模型是用于植被良好、入渗率大、有地表流和壤中流的流域。

一、模 型 结 构

本模型对天然降雨径流现象的模拟具有明确的水动力学概念，除了模型参数受到各个流域特定外，数学物理方程则不受流域条件的限制，模型结构本身可移植使用。按图1所示，我们构想的模型框图表示了水平衡因子之间的相互关系。为了便于计算，将天然流域概化象一本打开的书，这种概化在水动力学模型中公认是允许的。若使用本模型于较大流域，则可

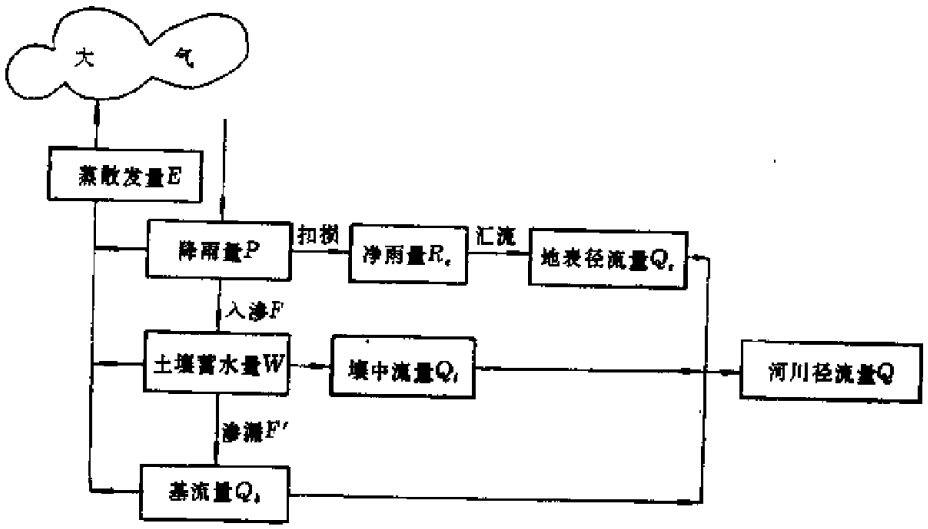


图 1 模型框图

将流域概化成若干单元矩形流域，然后逐级演算至控制断面处。模拟计算按BASIC程序在

*本文完成于1984年1月，1986年5月改写。秦亚宾和刘小靖参加部分分析计算工作。

我所PDP-11/23型电子计算机上进行的。本程序按顺序由主程序、入渗模型子程序、壤中流汇流子程序、降雨径流坡面汇流子程序、河道汇流子程序、模型参数优选程序等六部分组成，限于篇幅，不列出程序框图。

二、土壤入渗

1.单元土体的入渗方程

在非饱和带一维土壤水垂直流动中，向下流动为入渗，向上流动为蒸发，水向土中入渗以扩散形式，假定土体是均质的，不考虑沿土层垂线各点土壤含水率的变化，而用逐时段垂线平均土壤含水率来表示。米恩（K.G.Mein）和罗尔森（C.L.Larson）[4]推导得单元土体一维稳定均匀流入渗的动力方程（1）和连续方程（2）分别为：

$$f(t)=K(\theta)\left[1+\frac{\bar{S}(\theta)}{l}\right] \qquad (1)$$

式中 $f(t)$——土壤入渗率，mm/s；

$K(\theta)$——随土壤含水率θ（体积比cm^3/cm^3）变化的水力传导率，mm/s；

$\bar{S}(\theta)$——随θ（体积比cm^3/cm^3）变化的土壤入渗湿润锋面处平均的毛管吸力，Pa（$1cmH_2O=98.1Pa$）；

l——土壤入渗锋面的深度（cm），用流域降雨影响土壤水分的平均深度表示，任意一个流域，为了便于计算取l为常数。

$$\Sigma F_t=M_d l=\gamma(\theta_t-\theta_0)l \qquad (2)$$

式中 ΣF_t——土壤累积入渗量，mm；

M_d——土壤水分的增量，cm^3/cm^3；

γ——土壤干容重，g/cm^3；

θ_t——流域时段平均土壤含水率（重量比g/g）；

θ_0——初始的流域平均土壤含水率（重量比g/g）。

将式（2）的l代入式（1）中，并当$\theta_t=\theta_s$（饱和土壤含水率）时，$K(\theta)=K_s$（饱和的水力传导率，mm/s），则得到著名的格林-安普特（Green-Ampt）入渗能力$f_p(t)$方程：

$$f_p(t)=K_s\left[1+\frac{\bar{S}(\theta)\gamma(\theta_s-\theta_0)}{\Sigma F_t}\right] \qquad (3)$$

水向土中入渗可分为四种情况（或阶段）：当$r(t)<K_s$时，$r_s(t)=0$无径流，$r(t)=f(t)$；当$K_s<r(t)\leqslant f_p(t)$时，$r_s(t)=0$无径流，$r(t)=f(t)$；当$K_s<f_p(t)<r(t)$，$r_s(t)>0$超渗产流，地表有积水和径流；当$r(t)>f_p(t)=K_s$时，$r_s(t)>0$降雨影响的产流层完全达到饱和，雨率$r(t)$不再影响入渗，$K_s=$常数，$\theta_t=\theta_s$，$f_p=f_c=K_s$，土壤入渗率达到稳定入渗率f_c。综上所述，前三种情况均属于非饱和产流，只有最后一种情况才达到饱和产流。式（3）中的土壤水特性参数可用不同的方法来确定。K_s是按流域已达到θ_s的资料反推求的，土壤容重γ是由实验测定。$\bar{S}(\theta)$是用负压计在该流域实验测定的土壤持水曲线来计算。将两个实验流域上所测定的土壤持水曲线配成计算公式（图2）。高坞溪实验流域为粗疏的红壤土（风化流纹岩），图中$a=323.73$，$b=2.6$。

新铺街实验流域为砂壤土（风化片麻岩），$a=59.84$，$b=3.0$。说明了系数和指数是随不同土类而异，且其规律与室内实验结果相似[4]。

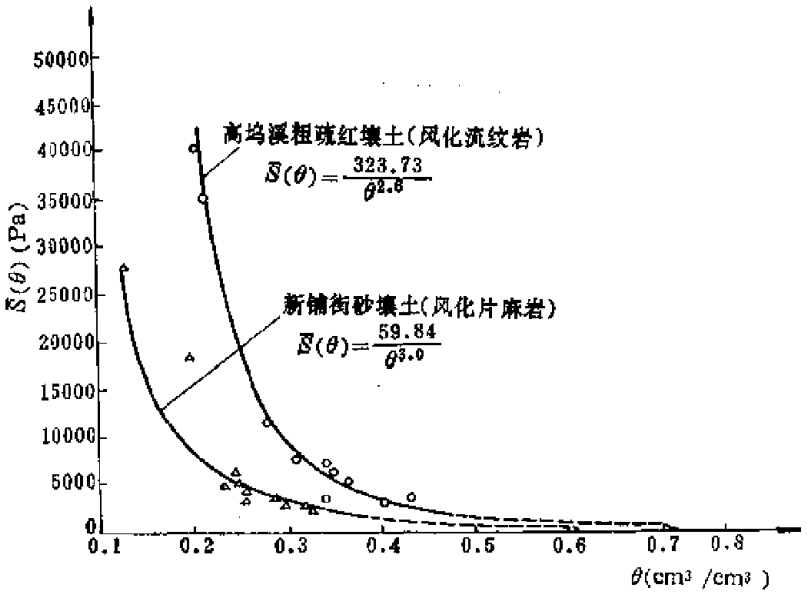


图 2 土壤持水曲线

流域时段平均入渗量F_i的推求是将式（3）写为牛顿迭代法计算的有限差方程，在电子计算机上进行迭代求解，设函数式$Y(F_i)$如下式：

$$Y(F_i)=K_s\left[1+\frac{\overline{S}(\theta)(\theta_i-\theta_0)}{(F_i+\Sigma F_{i-1})}\right]\Delta t-F_i \qquad (4)$$

在时段开始给定初始F_i值，式（4）对F_i求一阶导数，得式（5），然后用式（6）比较给定F_i值与计算的F_i值：

$$Y'(F_i)=\left[\frac{K_s\,\overline{S}(\theta)(\theta_i-\theta_0)}{(F_i+\Sigma F_{i-1})^2}\right]\Delta t+1 \qquad (5)$$

$$F_{i+1}=F_i-\frac{Y(F_i)}{Y'(F_i)} \qquad (6)$$

式（6）直至两值差的绝对值小于10^{-4}为止，近似认为即欲求的F_i值。

2.流域前期土壤蓄水量的确定

流域前期土壤蓄水量W_a是按水量平衡方程计算：

$$W_{a,t}=W_{a,t-1}+P-R-E \qquad (7)$$

在式（7）中前期土壤蓄水量W_a遇下雨前期长期干旱时可假定$W_a=0$，或长期下雨可达到田间持水量$W_a=W_f$。然后按式（7）连续计算逐日W_a值，若要求更小计算时段的数值，则在两时段求内插值。根据两个实验流域大量的观测资料点绘$P+W_a\sim R$关系，分别得到高坞溪$W_f=120$mm，新铺街$W_f=90$mm。流域平均土壤含水率过程线按下式计算：

$$\theta(t)=\theta_s-\frac{W(t)}{\gamma l} \qquad (8)$$

式中 l为流域降雨影响土壤水分的平均深度，cm，$l=W_f/\gamma(\theta_s-\theta_f)$。

对于姜湾高坞溪$l=50.89$cm，$\gamma=1.31$g/cm³。铁炉坳新铺街流域$l=21.11$cm，$\gamma=$

1.55g/cm³。此式可以连续地计算土壤含水率$\theta(t)$过程线。

3.流域产流面积分配曲线和径流量的计算

根据高坞溪和新铺街两个山区实验流域实测的土壤含水率、浅层地下测井的资料分析和实地观察，前者50次降雨径流中只发生两次全流域产流，后者迄今为止都是部分流域产流。地表产流主要产生于沟边谷地、坡脚和小路等经常具有较高含水量，并极易饱和及入渗率较小的相对不大的面积上。对于连续长历时的降雨，饱和面积将向次一级河沟延伸及扩向无沟河谷地，在接近坡脚处，有壤中流的露头流出，坡面下部饱和面积逐渐向上扩展。任意一场降雨的产流面积都是逐时段在变动之中（图3）。根据邓奈（T.Dunne）等人[5]对小流域产流面积的实测，平缓坡面的饱和面积占全流域面积15%～51%，较陡面积只占3%～11%。由于迄今为止尚难使用仪器直接观测流域上产流面积时空的变化，因此，国内外一般

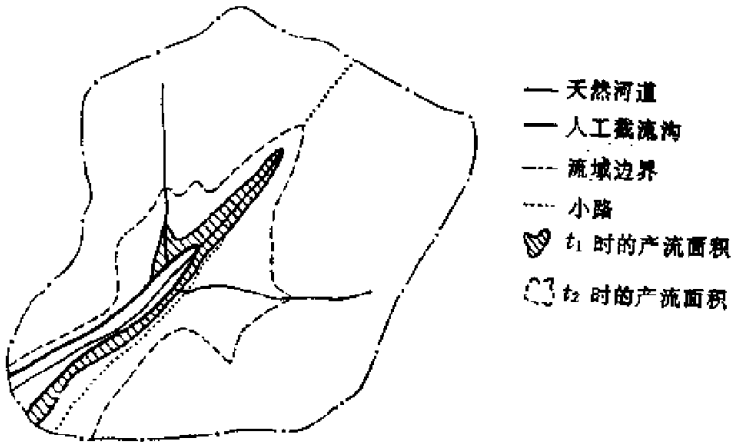


图3 1977年7月15日姜湾高坞溪流域降雨部分产流面积示意图（按照李兆钧实地观察记载描绘）

都采用经验公式或假定的产流面积分配曲线公式。例如迪金森（W.T.Dickinson）和怀特利（H.Whiteley）[6]是把流域产流面积只与土壤含水率建立单一的函数关系，其结果并不理想。我们考虑影响流域产流面积变化有更多的因子，建议用如下经验公式：

$$\frac{A_{s,i}}{A}=1-\left[1-c_1\frac{W_{a,i}}{W_s}-d_1\frac{(r_i-f_i)}{(r_i-K_s)}\right]^{e_1} \qquad (9)$$

式中 W_s —— 流域饱和的土壤蓄水量，mm；

$W_{a,i}$ —— 第i时段流域前期土壤蓄水量，mm；

r_i和f_i —— 第i时段的雨率和入渗率，mm/s；

c_1,d_1和e_1 —— 经验系数，随各流域而异，需要在电子计算机上使用实测资料优选确定。

高坞溪$c_1=0.8$，$d_1=0.2$和$e_1=0.2$，产流主要受流域前期土壤蓄水量的影响，饱和产流多于非饱和产流。新铺街流域$c_1=0.3$，$d_1=0.7$和$e_1=0.3$，产流主要受雨率与雨型分配的影响，是非饱和产流。式（9）使用边界条件同式（3），即所述水向土中入渗的四种情况。流域时段Δt净雨量$R_{s,i}$按下式计算：

$$R_{s,i}=\phi_i(r_i-f_i)\Delta t \tag{10}$$

式中 ϕ_i为产流面积比值，$\phi_i=A_{s,i}/A$，即第i时段Δt的产流面积$A_{s,i}$与流域面积之比值。

三、壤中流

国内外可借鉴的有关壤中流文献很少，笔者研制的基本方程是基于土壤表层内壤中流阻力项是符合恒定缓变均匀流的达西公式，假定水面坡降平行于底坡，且可略去变位和局部加速项（图4），则动力方程和连续方程可写为

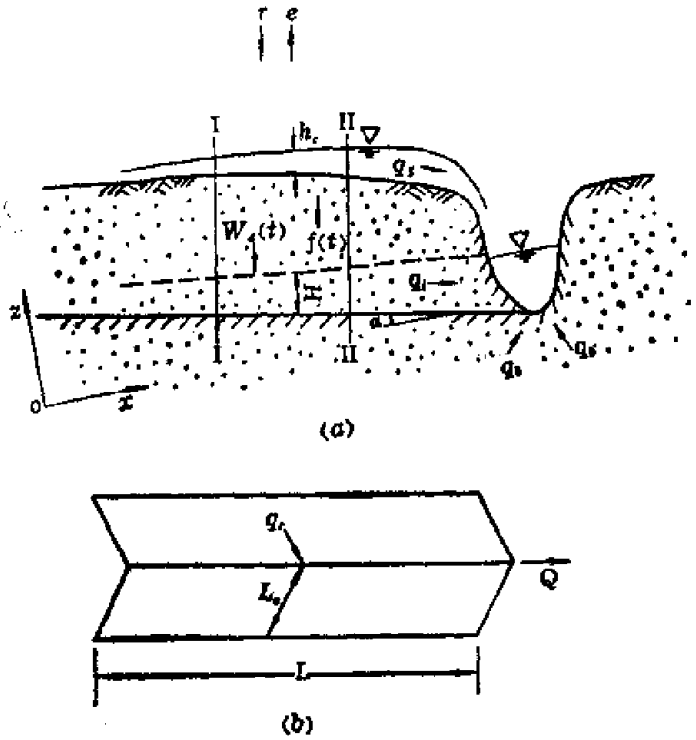


图 4 壤中流和地表流示意图

（a）纵剖面；（b）概化流域

则动力方程和连续方程可写为

$$v=-K^*(\theta)\left(\frac{\partial H}{\partial x_c}-\sin\alpha\right) \tag{11}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_c}+\eta\frac{\partial H}{\partial t}=f(t) \tag{12}$$

式中 v——土壤中渗流流速，cm/s；

$K^*(\theta)$——壤中渗流系数，$K^*(\theta)=-K(\theta)/\sin\alpha$，mm/s；

$\sin\alpha$——壤中流底坡；

q_i——单宽坡面壤中流量，L/s；

x_c——坡面壤中流流动的距离，m；

H——坡面壤中流在土壤内渗流流动深度，cm；

η——土壤有效孔隙率。

$$q_i=v\eta H=-K^*(\theta)\eta H\left(\frac{\partial H}{\partial x_c}-\sin\alpha\right) \tag{13}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_c}=-K^*(\theta)\eta\frac{\partial}{\partial x_c}\left(H\frac{\partial H}{\partial x_c}\right)+K^*(\theta)\eta\frac{\partial H}{\partial x_c}\sin\alpha$$

$$=-K^*(\theta)\eta H\frac{\partial^2 H}{\partial x_c^2}-K^*(\theta)\eta\frac{\partial H^2}{\partial x_c^2}+K^*(\theta)\eta\frac{\partial H}{\partial x_c}\sin\alpha \tag{14}$$

将式（14）代入式（12）得到其基本方程为

$$-K^*(\theta)\eta H\frac{\partial^2 H}{\partial x_c^2}-K^*(\theta)\eta\frac{\partial H^2}{\partial x_c^2}+K^*(\theta)\eta\frac{\partial H}{\partial x_c}\sin\alpha+\eta\frac{\partial H}{\partial t}=f(t) \tag{15}$$

式（15）很难求解，若略去式中高阶微分项，则简化的壤中流方程为

$$K^*(\theta)\eta\frac{\partial H}{\partial x_c}\sin\alpha+\eta\frac{\partial H}{\partial t}=f(t) \tag{16}$$

式（16）为一阶线性偏微分方程，其特征方程为

$$\frac{dx_c}{\eta K^*(\theta)\sin\alpha}=\frac{dt}{\eta}=\frac{dH}{f(t)} \tag{17}$$

式（17）解

$$\frac{dx_c}{dt}=K^*(\theta)\sin\alpha=v \tag{18}$$

$$\frac{dH}{dt}=\frac{f(t)}{\eta} \tag{19}$$

式（19）表示坡面壤中流水深随t而变的特征线方程，积分得

$$\int dH=\frac{1}{\eta}\int f(t)dt+c_1 \tag{20}$$

代入初始和边界条件于式（20），并写为定积分形式。当$t=0$时，$c_1=0$，初始壤中流水深$H_0=\eta H_0$（壤中流是在土壤有效孔隙内渗流流动）。当$t_i=t$时，$H_i=\eta H_t$。则式（20）定积分形式写为

$$\int_{H_0}^{H_i}dH=\int_{\eta H_0}^{\eta H_t}dH=\frac{1}{\eta}\int_0^t f(t)dt \tag{21}$$

$$H_t=\frac{1}{\eta^2}\int_0^t f(t)dt+H_0 \tag{22}$$

式中 H_0——初始壤中流渗流流动深度，cm。

按式（7）计算的前期土壤蓄水量$W_{s,t}$，当时段Δt很小时即各时段初的土壤蓄水量。从产生壤中流条件出发，只有在土壤蓄水量超过田间持水量W_f条件下，土壤才有剩余的水分排出补给壤中流，产生了前期初始补给壤中流的土壤排水量W_s，土壤水分才摆脱了毛管水的作用，在重力的作用下产生横向壤中流流动，$W_s=H_s$，W_s按下式计算。

$$W_s=W(t)-W_f \tag{23}$$

式中 W_s——补给壤中流的前期土壤排水量，mm。

W_d的初始条件是当$W(t)=W_f$时，$W_d=0$，$q_i=0$。边界条件是当$W(t)>W_f$时，$W_d>0$，$q_i>0$。当$W(t)=W_s$时，$W_d=W_{d,max}$，$q_i=q_{i,max}$。

将式（22）代入式（13）得

$$q_i=v\eta H=K^*(\theta)\sin\alpha\left(\frac{\int_0^t f(t)dt}{\eta}+\eta H_0\right)=K^*(\theta)\sin\alpha\left(\frac{\int_0^t f(t)dt}{\eta}+W_d\right) \quad (24)$$

为了简化计算，令$K^*(\theta)=K^*=$常数，河道长度L两侧汇入河道计算流域壤中流量方程为

$$Q_i=2LK^*\sin\alpha\left(\frac{\int_0^t f(t)dt}{\eta}+W_d\right) \quad (25)$$

将式（25）写成有限差方程

$$Q_{i,j}=2LK^*\sin\alpha\left(\frac{\sum_{j=1}^{j=n} f_j\Delta t}{\eta}+W_d\right) \quad (26)$$

式中 f_j——时段入渗率，$f_j=\Delta F_j/\Delta t_j$，mm/s。

壤中流在流域上的流动也是部分面积汇流，我们统计两个实验流域浅层地下测井情况来说明此种现象。姜湾高坞溪1977至1981年有50次降雨产流时浅层地下测井的观测，5口井约控制流域面积31.8%，有水13次，全部8口井只出现2次有水，估计接近或全流域壤中流汇流，实属少遇情况。同样铁炉坳新铺街实验场浅层井19口中2口井一直干涸，从1980至1981年21次浅层井有水观测，10口井约控制流域面积36.3%只有3次有水。限于尚难确定壤中流流向及其部分汇流面积，故假定流域部分产流面积与壤中流汇流面积相一致。

四、地 表 径 流

降雨的地表径流过程，简单地可视为一维空间渐变的不恒定流动，其基本假定为流域上降雨径流是缓变的、一维的单向流动；考虑流域流场极不均匀，将流态当作紊流处理，其阻力项和恒定流阻力项相同；简化的圣维南不恒定流方程组为运动波方程组；流域概化为象一本打开书的矩形，分坡、沟先后汇流到流域出口处，地表流动示意图如图4所示。

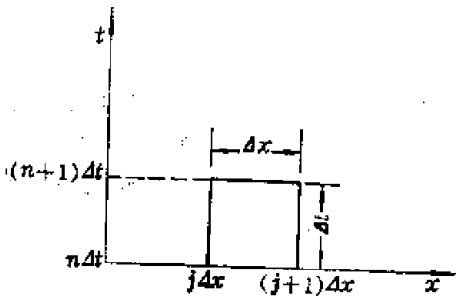


图 5 Preissmann（SOGREAH）格式

1.坡面流

单宽坡面的动力与连续方程分别如下：

$$v_c=\frac{1}{n_c}g^{\sigma}_c S^{\lambda}_c=K_c y^{\sigma}_c \quad (27)$$

$$q_c=K_c y^{1+\sigma}_c=K_c y^{\mu}_c \quad (28)$$

$$\frac{\partial q_c}{\partial x_c}+\frac{\partial y_c}{\partial t}=r_e(t) \tag{29}$$

联立解运动波基本方程为

$$\frac{\partial q_c}{\partial x_c}+\frac{1}{\alpha}K_c^{-\frac{1}{\alpha}}q_c^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\frac{\partial q_c}{\partial t}=r_e(t) \tag{30}$$

各式中 v_c —— 坡面平均汇流流速，cm/s或m/s；

y_c —— 坡面水深，cm或m；

n_c —— 坡面糙率；

S_c —— 坡面上水面坡度，在缓变流中可近似等于坡面坡度；

σ、λ和α —— 指数，$\alpha=1+\sigma$；

K_c —— 系数，$K_c=S_c^{\frac{1}{2}}/n_c$，cm/s或m/s；

q_c —— 坡面单宽流量，L/(s·m)或$m^3/(s\cdot m)$；

$r_e(t)$ —— 净雨率，$r_e(t)=r_e(t)-e(t)-f(t)$，mm/s或mm/min；

x_c —— 坡面长度，cm或m。

我们采用隐式差分的Preissmann(SOGREAH)格式（图5）。按照文献[7]介绍的方法，则坡面单宽雨水径流流动的数值解诸函数方程如下：

$$f(x,t)\approx\frac{\psi}{2}(f_{j+1}^{n+1}+f_j^{n+1})+\frac{1-\psi}{2}(f_{j+1}^n+f_j^n) \tag{31}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}\approx\psi\frac{f_{j+1}^{n+1}-f_j^{n+1}}{\Delta x}+(1-\psi)\frac{f_{j+1}^n-f_j^n}{\Delta x} \tag{32}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}\approx\frac{f_{j+1}^{n+1}-f_{j+1}^n+f_j^{n+1}-f_j^n}{2\Delta t} \tag{33}$$

将式（30）q_c视为函数方程，然后比拟地将式（31）、（32）和（33）代入式（30）得到差分方程

$$\frac{\psi(q_{c,j+1}^{n+1}-q_{c,j}^{n+1})+(1-\psi)(q_{c,j+1}^n-q_{c,j}^n)}{\Delta x_c}$$

$$+K_c^{-\frac{1}{\alpha}}\frac{1}{\alpha}\frac{\psi[(q_{c,j+1}^{n+1})^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}+(q_{c,j}^{n+1})^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}]+(1-\psi)[(q_{c,j+1}^n)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}+(q_{c,j}^n)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}]}{2}$$

$$\times\frac{q_{c,j+1}^{n+1}-q_{c,j+1}^n+q_{c,j}^{n+1}-q_{c,j}^n}{2\Delta t}=r_e(t) \tag{34}$$

式中 ψ —— 权重系数，$0\leqslant\psi\leqslant1.0$。

为了满足格式计算稳定性的要求，Preissman(SOGREAH)格式中的ψ最佳值在$0.6\leqslant\psi\leqslant1.0$之间。笔者在计算时是采用$\psi=0.6$。式（34）称为坡面单宽雨水径流流动的差分方程，此式只要用牛顿逼近法可直接解得其中唯一的未知量$q_{c,j+1}^{n+1}$。坡面宽度等于河道长度L（图4b）。任意雨型的坡面径流过程线按下式计算：

$$Q_{c,j+1}^{n+1}=2Lq_{c,j+1}^{n+1} \tag{35}$$

式中 Q_c —— 坡面流量，L/s或m^3/s。

2.河道流动

一维河道运动波方程组可按下述分别写出动力和连续方程：

$$Q=K_pA_p^\beta \tag{36}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x_p}+\frac{\partial A_p}{\partial t}=q_e(t) \tag{37}$$

联立式（36）和（37），解得河道流动的运动波方程为

$$\frac{\partial Q}{\partial x_p}+K_p^{-\frac{1}{\beta}}\frac{1}{\beta}Q^{\frac{1-\beta}{\beta}}\frac{\partial Q}{\partial t}=q_e(t) \tag{38}$$

各式中 Q —— 河道流量，L/s或m³/s；

A_p —— 河道横断面面积，m²；

K_p —— 系数，$K_p=\frac{1}{n_p}S_p^{\frac{1}{2}}$，cm/s或m/s；

β —— 指数；

x_p —— 河道长度，m。

按照隐式差分的Preissmann（SOGREAH）格式，类似坡面流解法，可得河道流动差分方程如下：

$$\frac{\psi(Q_{j+1}^{n+1}-Q_j^{n+1})+(1-\psi)(Q_{j+1}^{n}-Q_j^{n})}{\Delta x_p}$$

$$+K_p^{-\frac{1}{\beta}}\frac{1}{\beta}\frac{\psi[(Q_{j+1}^{n+1})^{\frac{1-\beta}{\beta}}+(Q_j^{n+1})^{\frac{1-\beta}{\beta}}]+(1-\psi)[(Q_{j+1}^{n})^{\frac{1-\beta}{\beta}}+(Q_j^{n})^{\frac{1-\beta}{\beta}}]}{2}$$

$$\times\frac{Q_{j+1}^{n+1}-Q_{j+1}^{n}+Q_j^{n+1}-Q_j^{n}}{2\Delta t}=q_e(t) \tag{39}$$

按式（39）可以计算河道总出口的径流过程线。

五、实验流域模拟与验证

1.浙江姜湾径流实验站高坞溪流域

高坞溪实验流域位于姜湾径流实验站的上游安吉县双建公社高升大队高坞村，1976年由浙江省水文总站查勘设立，次年汛期开始观测，流域面积24000m²，天然分水线明晰，地面流域闭合完整，主溪长206m（至分水岭最远点），流域平均宽度116.5m，主溪平均坡度254‰，流域平均坡度364‰。流域内有毛竹林遮盖面积占84.3%，杂木草地占12.7%，沟槽面积占3%。土质粗疏的红质壤土土层平均深度50cm，其渗透性强。裂隙发育的火山岩系流纹岩，成为向岩石风化层渗漏的通道。主溪内终年有涓涓细流，溪沟两侧杂草丛生。由于土质疏松和竹林根系发育发达，透水性很强。流域常年土壤含水量较高，饱和产流略多于非饱和产流。年平均降水量达1600mm。实验流域地形与实验设施布置见图6所示。从该实验溪实测资料情况出发，只粗略分地表流和壤中流两种水源。回归流在该溪确实存在，唯因目前无法测定且流动机理尚不清楚，有待今后观察分析。

2.湖北铁炉坪实验站新铺街流域

新铺街实验流域位于湖北英山县杨柳公社境内三门河流域六西冲河左岸，1978年由湖北省水文总站查勘设立并开始观测。流域面积6053m²，地面分水线明显，经地质勘探及灌水试验，证明地面地下分水线基本一致，流域闭合。流域长度128.8m，平均宽度47.0m，主河沟长57m，主河沟平均坡度337‰，流域平均坡度548‰。流域地层属于黑云母奥长片麻岩，强

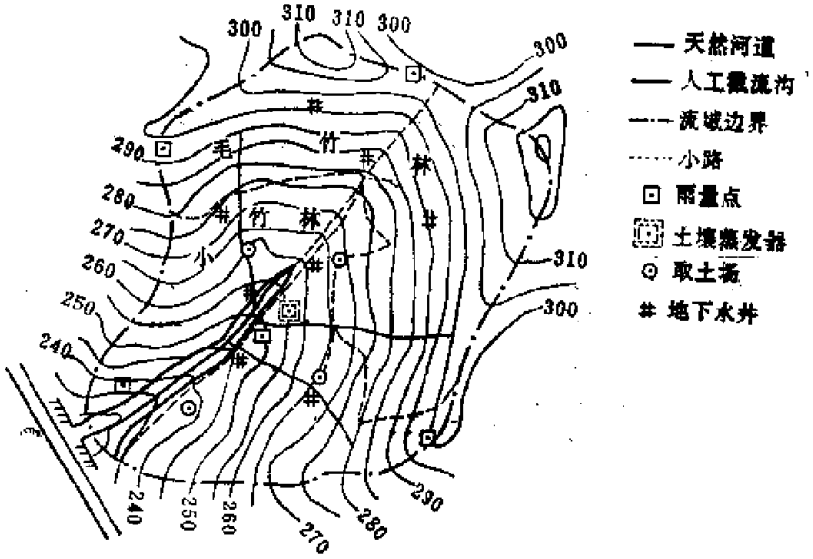


图 6 高坞溪实验流域地形和实验设施布置图

风化层厚达8～9m，土层为砂质壤土，土层厚为30～70cm不等。流域内有小松树，大部分面积有草皮覆盖。据1981年观测，全年降水量约为1500mm。该流域地形和实验设施如图 7 所示。根据我们对实验资料的分析，该流域降雨径流的特性是以地表径流为主，径流过程陡涨陡落。壤中流占总径流比例较小，在次降雨量约小于40mm时，壤中流量基本上等于零或不

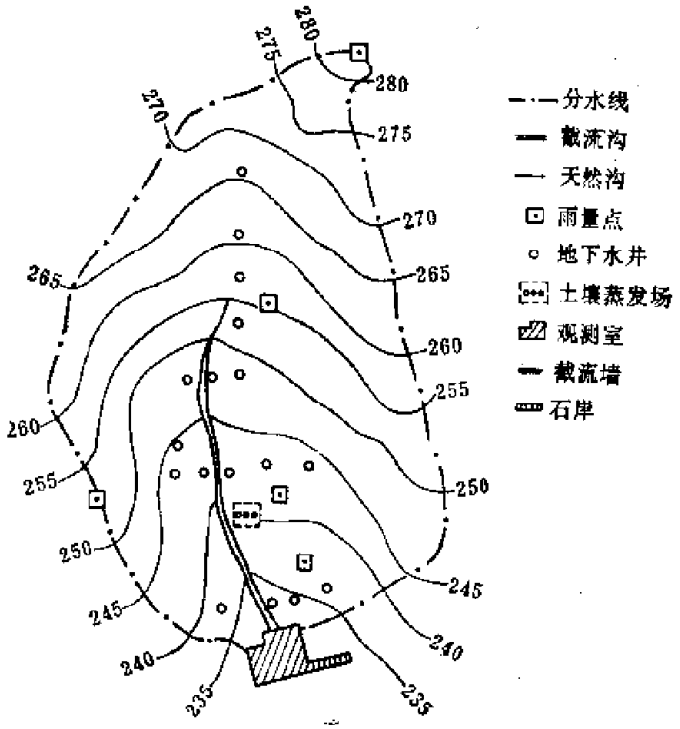


图 7 新铺衙实验流域地形和实验设施布置图

表 1 两实验流域模拟模型计算参数

流域名称	计算时段 Δt(min)	γ (g/cm³)	η	$\theta_{r,s}$ (g/g)	$\theta_{f,s}$ (g/g)	$\theta_{f,v}$ (cm³/cm³)	$\theta_{c,v}$ (cm³/cm³)
高坞溪流域	15	1.31	0.27	0.470	0.290	0.380	0.149
新铺街流域	6	1.55	0.27	0.486	0.191	0.296	0.031

	K_s (mm/s)	K^* (mm/s)	K_c (cm/s)	σ	α	K_p (cm/s)	β
高坞溪流域	0.00088	0.28	10.0	0.90	1.90	60.0	1.00
新铺街流域	0.00023	0.15	10.0	1.00	2.00	40.0	1.00

备注：新铺街长历时小雨率r_s<8mm/min，K_s=0.00023mm/s；
长历时大雨率r_s>8.0～11.4mm/min，K_s=0.00043mm/s。
r、$\theta_{r,s}$、$\theta_{f,s}$、$\theta_{f,v}$、$\theta_{c,v}$由实验资料确定，K^*、K_c、σ、α、K_p、β是优选。

表 2 1977年高坞溪流域实测与计算分层径流量成果表

径流编号	地表径流 实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)	壤中径流 实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)	总径流 实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)
770506	8.7	1.7	7.0	80.5	32.3	37.6	−5.3	−16.4	41.0	39.3	1.7	4.8
770704	2.6	2.0	0.6	23.0	21.3	14.3	7.0	32.9	23.9	16.3	7.6	46.6
770715	3.3	5.3	−2.0	−60.0	31.7	27.2	4.5	14.1	35.0	32.5	2.5	7.7
770720	12.7	10.0	2.7	21.2	67.8	70.0	−2.2	−3.2	80.5	80.0	0.5	0.6
770828	0.6	1.6	−1.0	−166.6	1.9	1.2	0.7	26.8	2.5	2.8	−0.3	−10.7
770901	57.6	21.8	35.8	62.2	75.4	110.2	−34.8	−46.3	133.0	132.0	1.0	0.8
770911	61.5	24.3	37.2	60.5	92.1	132.6	−40.5	−43.9	153.6	156.9	−3.3	−2.1
770915	46.9	17.2	29.7	63.3	68.9	93.8	−24.9	−36.1	115.8	111.0	4.8	4.3
770925	33.6	6.8	26.8	79.8	109.1	135.6	−20.5	−24.2	142.7	142.4	0.3	0.2

表 3 1978～1979年高坞溪流域实测与计算分层径流量成果表

径流编号	地表径流 实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)	壤中径流 实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)	总径流 实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)
780509	14.4	2.5	11.9	82.6	53.9	68.7	−9.8	−16.6	73.3	71.2	2.1	2.9
780531	3.5	0.3	3.2	91.4	45.8	48.5	−2.7	−5.8	49.3	48.8	0.5	1.0
780810	0.6	1.6	−1.0	−166.6	6.8	6.3	0.5	7.3	7.4	7.9	−0.5	−6.3
790509	0.1	0.0	0.1	100.0	15.4	10.6	4.8	31.1	15.5	10.6	4.9	46.2
790708	6.4	5.8	0.6	9.3	34.8	34.2	0.6	1.7	41.2	40.0	1.2	3.0
790719	0.3	0.9	−0.6	−200.0	15.1	24.3	−9.2	−60.9	15.4	25.2	−9.8	−38.9
790816	3.3	9.3	−6.0	−181.8	44.4	66.7	−22.3	−50.2	47.7	76.0	−28.3	−37.2

表 4 1980～1981年新铺流域实测与计算分层径流量成果表

径流编号	地表径流				壤中径流				总径流			
	实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)	实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)	实测 (mm)	计算 (mm)	误差 绝对值 (mm)	误差 相对值 (%)
800525	21.1	17.6	3.4	16	4.7	5.9	−1.2	−25	25.8	23.5	2.3	10
800702	23.2	26.2	−3.1	−13	9.4	9.3	0.1	1	32.5	35.5	−3.0	−9
800716	16.8	15.9	0.9	5	11.2	11.3	−0.2	−1	28.0	27.2	0.8	3
810710	24.7	25.8	−1.2	−5	11.9	10.2	1.7	14	36.6	36.0	0.5	1
810811	21.9	21.8	0.1	0	3.0	6.9	−3.9	−129	24.9	28.7	−3.8	−13
800730	68.5	71.0	−2.5	−4	30.6	31.0	−0.4	−1	99.1	102.0	−2.9	−3
800811	36.2	34.8	1.4	4	17.2	20.1	−2.9	−17	53.4	54.9	−1.4	−3
810510	12.0	7.3	4.6	39	0.2	0.0	0.2	96	12.1	7.3	4.8	65
810627	82.6	85.3	−2.7	−3	28.2	28.8	−0.6	−2	110.8	114.1	−3.3	−3

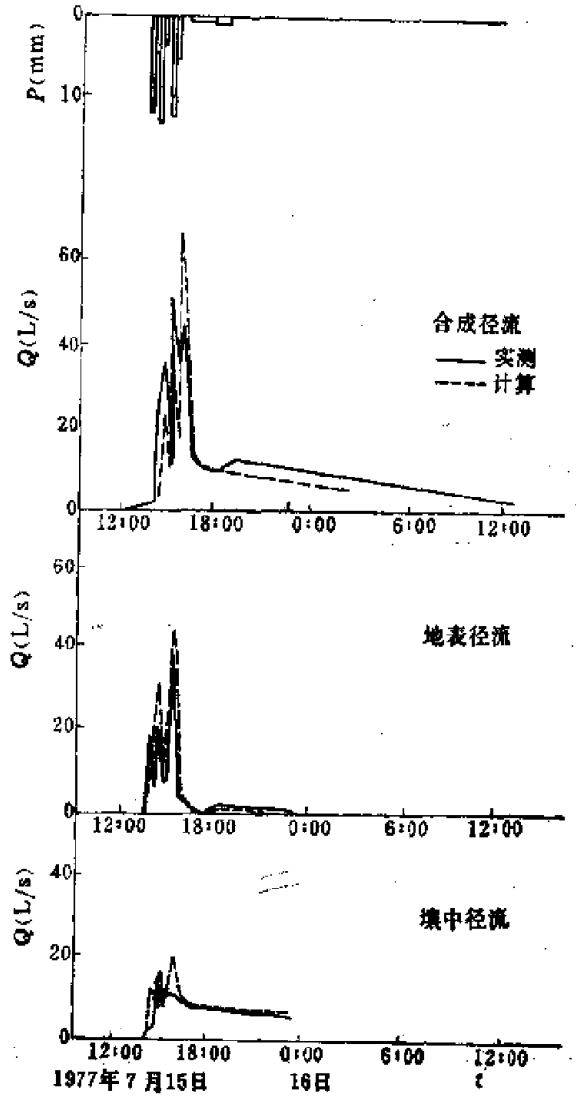


图 8 高坞堰流域实测与计算分层径流过程线

出流，壤中出流过程峰低历时长。该流域降雨率和雨型过程对产流与地表径流过程线起决定作用。

3.模拟与验证

我们使用降雨分层径流一维水动力学模型，作为模拟两个实验流域降雨的分层径流过程线。模型主要计算参数如表 1 所示。我们验证了两个流域内三种不同的情况：只有地表径流，只有壤中流，地表和壤中流兼有之。两个实验流域实测与计算的分层径流量、总径流量的比较列于表 2、表 3 和表 4。检验说明：高坞溪流域在壤中径流量比较大的情况下，大多数计算的地表径流量小于实测值，计算的壤中径流量大于实测值，可能是计算的壤中径流量过程中无法扣除回归流量所致。比较新铺街流域实测与计算分层径流量，都较接近。

因限于篇幅，每个流域只列举两场次的实测与计算分层径流过程线的比较，见图 8 ～图 11。从总的说，实测与计算降雨分层径流过程线大多数配合较好，尚相应。高坞溪流域退水过

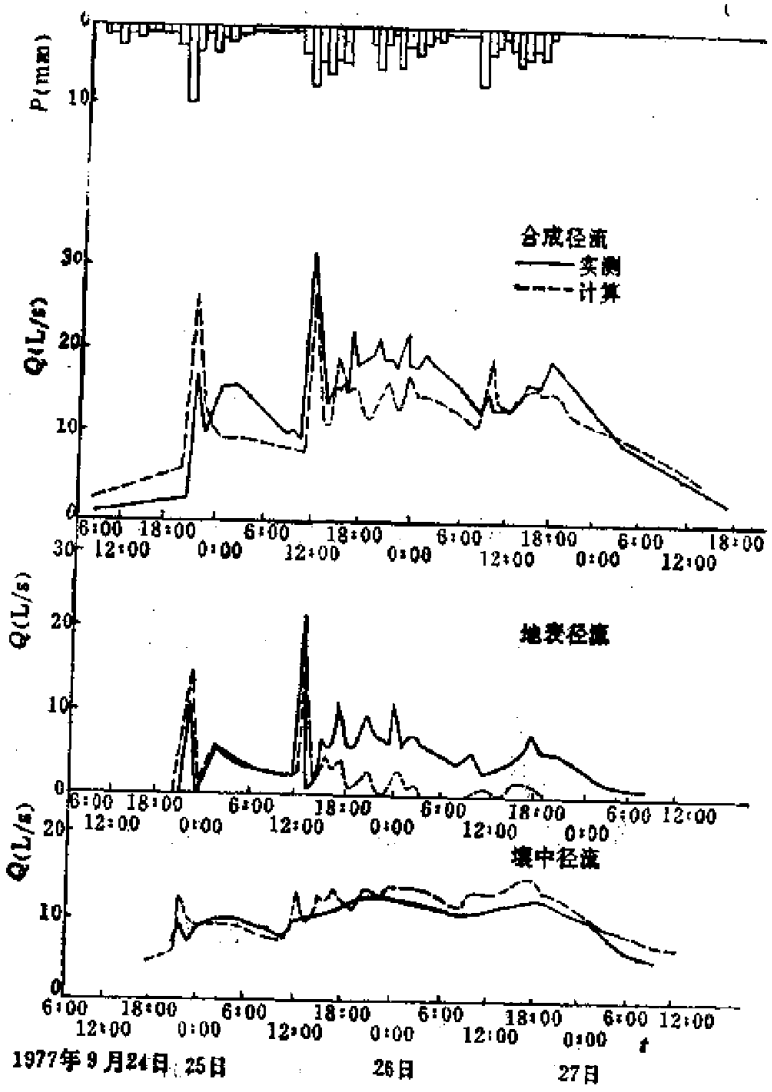


图 9 高坞溪流域实测与计算分层径流过程线

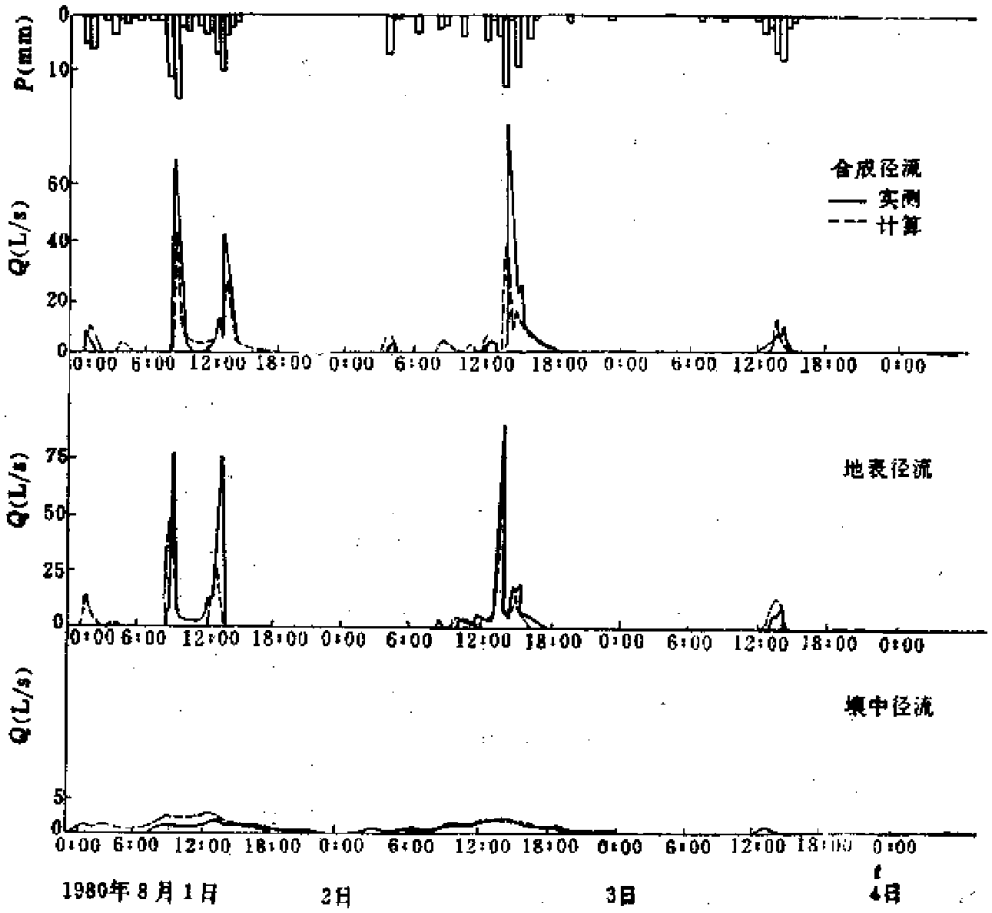


图 10 新铺街流域实测与计算分层径流过程线

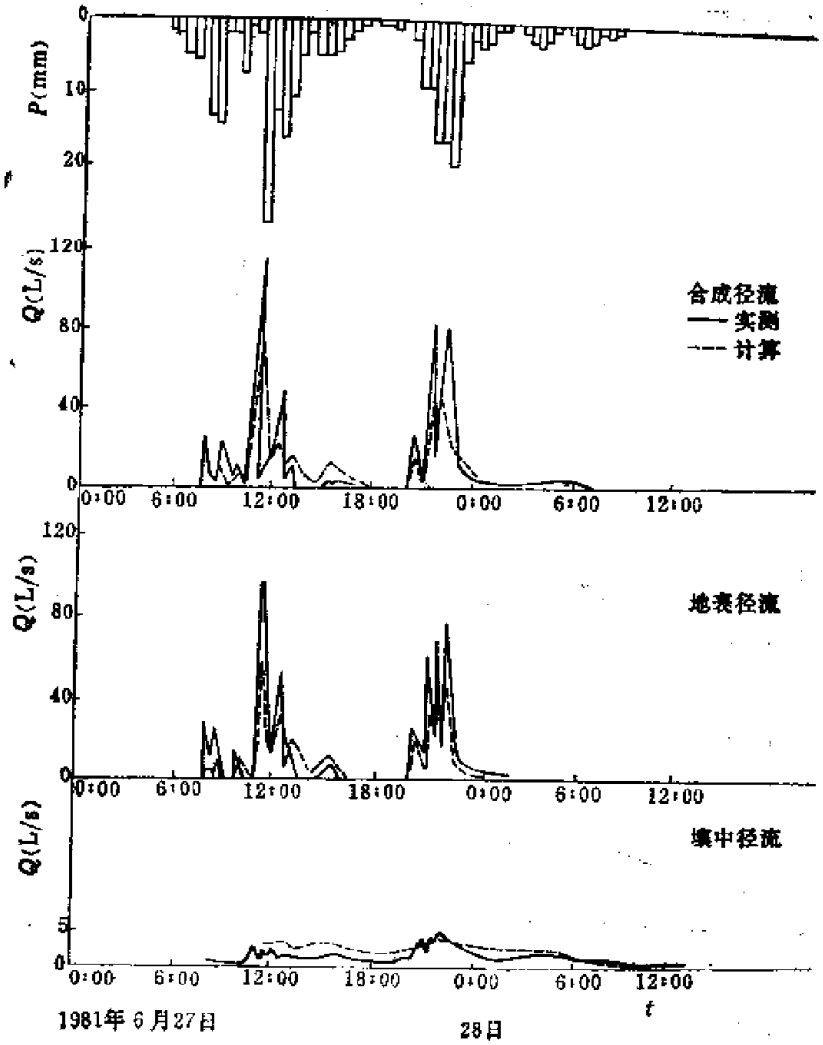


图 11 新铺街流域实测与计算分层径流过程线

程线与实测配合较差，有待于进一步改进。新铺街流域实测与计算的径流过程线都配合良好。

六、结　论

本文提出的分层径流一维水动力学模型，物理概念清晰，结构严谨，建立在各种水流流动的力学基础上推导得方程，其参数具有明确的物理意义。经过两个实验流域实测资料检验认为是合理的。此模型模拟计算结果基本上与实测的相一致。唯在姜湾高坞溪流域回归流比较大的个别场次，退水配合不甚好，原因是我们的模型尚缺回归流计算，目前对其流动机理缺乏认识。限于目前实验站缺乏观测影响蒸发的气象因子，故尚缺考虑蒸发的动力学模型。尽管如此，应用水动力学模型分层计算降雨地表径流、入渗和壤中流过程线，在我国是初步的尝试，在国外亦很少见，不成熟之处，有待今后改进。此模型建议使用于小流域（或小面积）降雨径流计算，对短缺资料流域，一旦确定计算参数之后就可以按降雨过程计算径流过程线。

参 考 文 献

[1] Kirkby, M.J., Hillslope Hydrology, John Wiley and Sons, 1978.

[2] Woolhiser, D.A., Unsteady Free-surface Flow Problems, Mathematical Models for Surface Water Hydrology, Edited by Ciriani, T.A., John Wiley and Sons, pp.159—213, 1977.

[3] Abbott, M.B., Clarke, R., and Preissmann, A., Logistics and Benefits of the European Hydrologic System, Proceedings International Symposium on Logistics and Benefits of Using Mathematical Models of Hydrologic and Water Resource Systems, Pisa, October 1978.

[4] Mein, K.G., and Larson, C.L.,Modeling Infiltration During a Steady Rain, Water Resources Research, 9(2), 1973.

[5] Dunne, T., Moore, T.R.,and Taylor, C.H., Recognition and Prediction of Runoff Producing Zones in Humid Regions, Hydro.Sci.Bull. 20, pp.305—327, 1975.

[6] Dickinson, K.T., and Whiteley, H., Watershed Areas Contributing to Runoff, Symposium on the Results of Research on Representative and Experimental Basins, Symposium of Wellington (N.Z), Publication No6, 12—26, 1970.

[7] Mahmood, K., and Yevjevich, V., Unsteady Flow in Open Channels, Vol.1, Water Resources Publications, 1975.

论流域汇流的数学模型*

华士乾 文 康

一、汇流模型的概念

1.模型的含义

汇流计算不外乎水文学与水力学两种途径，但都以圣维南（Saint Venant）方程组为出发点建立汇流计算的数学模型。过去，河网汇流大都用水文学方法，因可利用实测流量资料求得蓄泄方程以代替动力方程，使之与水量平衡方程联立求解。水力学方法因河网各处水力参数不易求得，计算工作量大，应用不够广泛；但在特定河段，如水库下游，惯性项作用大，也有用水力学方法计算的。

本文讨论的是确定性模型而非随机模型。根据模型中包括数学物理基础坚实的程度，大致可分为三类。第一类，完全按照圣维南方程求解的模型。第二类，对圣维南方程组中的动力方程作一定的简化，即用流速公式或蓄泄方程代替动力方程，如运动波模型、扩散模拟模型、纳希瞬时单位线、马斯京根法等。这类模型具有一定的物理概念，亦称概念性模型。第三类，强调输入与输出的对应关系，对于关系本身的物理概念可不予关注，如谢尔曼(Sherman)单位线。这类模型亦称黑箱子模型。若输入与输出的关系是线性的并遵循迭加原则，则称线性模型。若把流域蓄泄关系集中在一点处理，则称集总式模型；反之，若把蓄泄关系分散在流域上各点处理，则称分散式模型，如纳希模型是集总式的，运动波模型是分散式的。

2.线性模型何以要寻求瞬时单位线

实践证明，在分析单位线时，棘手的是降雨历时t_s对单位线的影响。因此，令$t_s \to 0$，则可求得消除降雨历时影响的瞬时单位线。从数学上讲，瞬时单位线就是系统的脉冲响应，据此可使求解线性汇流一般性微分方程（非齐次）大大简化，从而可求任何历时降雨形成的流量过程。

净雨和出流的数学表达式可一般地写成：

$$L[D]Q(t)=i(t) \qquad (1)$$

式中 $L[D]$为微分算子系统，$D=d/dt$为微分算子；$i(t)$，$Q(t)$分别代表净雨和出流。一般说来，直接求解式（1）是困难的，但微分方程的理论告诉我们，可先求当$i(t) \to \delta(t)$相应的上式的解——瞬时单位线$U(t)$，则

$$L[D]U(t)=\delta(t) \qquad (2)$$

式中 $\delta(t)$为脉冲函数，或称$Drice$函数。然后利用迭加原理，用卷积（$Duhamel$积分）求得式（1）的解：

*本文于1980年完成，1986年5月修改。

$$Q(t)=\int_0^t U(t-\tau)\,i(\tau)\,d\tau \qquad (3)$$

有了瞬时单位线即可求得任何时段降雨的流域出流。

二、线性汇流一般性微分方程式及初值问题

任何运动原则上都可用广义的动力系统来描述。具体到雨洪汇流，可采用单一输入（净雨）和单一输出（出流）的单维动力系统。这种系统可在联解简化的圣维南方程组时把连续方程简化为水量平衡方程，把动力方程简化为蓄泄方程求得。

$$\frac{ds}{dt}=I-Q \qquad (4)$$

$$s=f(I,\ Q) \qquad (5)$$

不失一般性，可将蓄泄关系概化成[1]

$$s=\sum_{n=0}^{N} a_n\frac{d^nQ}{dt^n}+\sum_{m=0}^{M} b_m\frac{d^mI}{dt^m} \qquad (6)$$

式（6）对t求导得

$$\frac{ds}{dt}=\sum_{n=0}^{N} a_n\frac{d^{n+1}Q}{dt^{n+1}}+\sum_{m=0}^{M} b_m\frac{d^{m+1}I}{dt^{m+1}} \qquad (7)$$

将式（7）代入式（4）得

$$Q(t)=\frac{-b_mD^{m+1}-b_{m-1}D^m-\cdots-b_0D+1}{a_nD^{n+1}+a_{n-1}D^n+\cdots a_0D+1}I(t)=\frac{P(D)}{G(D)}I(t) \qquad (8)$$

或写成$Q(t)=L[D]I(t)$，式中$L[D]$为微分算子系统，式（8）即线性汇流一般性微分方程式。

当净雨$I(t)\to\delta(t)$时，式（8）的解即瞬时单位线$U(t)$：

$$U(t)=\frac{P[D]}{G[D]}\delta(t) \qquad (9)$$

为便于讨论，将算子多项式简化为$\frac{P[D]}{G[D]}=\frac{1}{\prod_{j=1}^{n}(1+K_jD)}$，式（9）变成

$$\prod_{j=1}^{n}[1+K_jD]U(t)=\delta(t) \qquad (10)$$

国内外在求解上述微分方程时都采用零值初始条件，即

$$U(0)=U'(0)=\cdots=U^{n-1}(0)=0 \qquad (11)$$

我们认为这样的初始条件是求不到瞬时单位线的。例如，在$n=1$时，出现解与初始条件矛盾的问题。即当$n=1$时的瞬时单位线为$U(t)=\frac{1}{K}e^{-t/K}$，$U(0)=1/K$，与假定$U(0)=0$矛盾。笔者●、●认为瞬时单位线微分方程的初值应当是：

●文献：论瞬时单位线，水电部第十一工程局勘测设计研究院，1975年。

●文献：论流域汇流计算问题，水利水电科学研究院水文研究所，1964年。

$$U(0)=U'(0)=\cdots=U^{n-2}(0)=0$$
$$U^{n-1}(+0)=a\ (\text{跳跃度}) \tag{12}$$

现证明于后：瞬时单位线的物理特性要求$t<0$时$U(t)=0$，这是自然满足的条件。由脉冲函数特性可知，当$t>0$时，$\delta(t)=0$。因此，式（10）在$t\neq 0$时变为齐次方程。不过，我们不能仅限于$t\neq 0$讨论问题，而应包括$t=0$点在内。式（10）中函数$U(t)$经过n次微商出现$\delta(t)$函数，说明该函数在$t=0$点不能n次可微。由于$\delta(t)$是跳跃函数的微商，即是说$U^{(n-1)}(t)$是跳跃函数，因此，是存在的。函数连续可微的理论告诉我们，只有连续可微的函数才能再微一次之后是存在的。可见$U(t)$至少$n-2$次可微，从而有$U(0)=U'(0)=\cdots=U^{(n-2)}(0)=0$。又因$U^{(n-1)}(t)$是跳跃函数，因此，根据跳跃函数的定义，跳跃度$a=U^{(n-1)}(+0)-U^{(n-1)}(-0)=U^{(n-1)}(1+0)$。今选一个新函数$U_1(t)=U^{(n-1)}(t)-ay(t)$，其中$y(t)$为一新的跳跃函数，因此，$U_1(t)$在$t=0$点不再跳跃。按跳跃函数的定义，$D[ay(t)]=a\delta(t)$，把微分算子系统$\prod_{j=1}^{n}(1+K_jD)$作多项式展开，并作用在$U(t)$上，则

$$\prod_{j=1}^{n}(1+K_jD)U(t)=(1+C_1D+C_2D^2+\cdots+C_{n-1}D^{n-1})U(t)$$
$$+C_nD^nU(t)=(1+C_1D+C_2D^2+\cdots+C_{n-1}D^{n-1})U(t)$$
$$+C_nDU_1(t)+C_na\delta(t)$$

与式（10）比较，按待定系数法，$C_na=1$，求得跳跃度$a=\frac{1}{C_n}$。式（10）变为下列问题：

$$\prod_{j=1}^{n}(1+K_jD)U(t)=0$$
$$U(0)=U'(0)=\cdots=U^{n-2}(0)=0 \tag{13}$$
$$U^{n-1}(+0)=a$$

用数学归纳法可以证明：$C_n=K_1K_2\cdots K_n$，在K_j相等时，$C_n=K^n$，$a=1/K^n$。式（13）为齐次方程，当K_j相等时的通解为

$$U(t)=e^{-\frac{t}{K}}\sum_{j=0}^{n}\alpha_jt^{j-1} \tag{14}$$

按上述初始条件，从$U(0)=U'(0)=\cdots=U^{(n-2)}(0)=0$得到$\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_{n-1}=0$

从$U^{(n-1)}(+0)=\frac{1}{K^n}$，可得$\alpha_n=\frac{1}{K^n\Gamma(n)}$，代入式（14），则

$$U(t)=\frac{1}{K\Gamma(n)}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}e^{-\frac{t}{K}} \tag{15}$$

从上述证明可知，若采用全部零值的初值条件，连$U^{(n-1)}(+0)$亦为零，则求不到瞬时单位线。

三、瞬时单位线的归类

瞬时单位线的一般微分方程式(9)中的算子多项式为$L[D]=P[D]/G[D]$，为了求解的需要，把$L[D]$约束在有理公式范畴内。设分子的次数为$m+1$，分母的次数为$n+1$，当$m<n$时，$L[D]$为真分式；当$m\geqslant n$时，$L[D]$为假分式，这时可将它化为真分式和有理整数之和。下面结合现行几种瞬时单位线分析算子多项式$L[D]$的特定形式。

1.$P[D]/G[D]$为真分式

由代数的基本原理可知，$L[D]$的一般形式为：

$$\begin{aligned}\frac{P[D]}{G[D]}=&\frac{A_\alpha}{(D-a)^\alpha}+\frac{A_{\alpha-1}}{(D-a)^{\alpha-1}}+\cdots+\frac{A_1}{D-a}+\frac{B_\beta}{(D-b)^\beta}+\frac{B_{\beta-1}}{(D-b)^{\beta-1}}\\&+\cdots+\frac{B_1}{D-b}+\frac{M_\lambda D+N_\lambda}{(D^2+PD+q)^\lambda}+\frac{M_{\lambda-1}D+N_{\lambda-1}}{(D^2+PD+q)^{\lambda-1}}+\cdots\\&+\frac{M_1D+N_1}{D^2+PD+q}+\cdots+\frac{R_\mu D+U_\mu}{(D^2+rD+t)^\mu}+\frac{R_{\mu-1}D+U_{\mu-1}}{(D^2+rD+t)^{\mu-1}}\\&+\cdots+\frac{R_1D+U_1}{D^2+rD+t}\end{aligned}\tag{16}$$

式中$P^2-4q<0$，…，$r^2-4t<0$为复根。纳希研究认为，复根不能满足瞬时单位线关于稳定高阻尼系统的要求，可不予考虑。鉴于现行瞬时单位线形式，决定把讨论限定在$L[D]=0$具有实根的范围内。

(1) 有n个实根

$$L[D]=\frac{C_1}{1+K_1D}+\frac{C_2}{1+K_2D}+\cdots+\frac{C_n}{1+K_nD}\tag{17}$$

相应的瞬时单位线为：

$$\begin{aligned}U(t)=&\left[\frac{C_1}{1+K_1D}+\frac{C_2}{1+K_2D}+\cdots+\frac{C_n}{1+K_nD}\right]\delta(t)=\frac{C_1}{K_1}e^{-\frac{t}{K_1}}\\&+\frac{C_2}{K_2}e^{-\frac{t}{K_2}}+\cdots+\frac{C_n}{K_n}e^{-\frac{t}{K_n}}\end{aligned}\tag{18}$$

流域模型相当n个不相同的水库并联，换言之，流域按支流自然水系分块(图1)。按自然水系分成四块，每块相当一个线性水库，分别演算到出口，互不干扰，线性迭加。

(2) 有n个相等的实根

$$L[D]=\frac{C_1}{1+KD}+\frac{C_2}{(1+KD)^2}+\cdots+\frac{C_n}{(1+KD)^n}$$

相应的瞬时单位线为

$$U(t)=\left[\frac{C_1}{K}+\frac{C_2}{K\Gamma(2)}\frac{t}{K}+\cdots+\frac{C_n}{K\Gamma(n)}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}\right]e^{-t/K}\tag{19}$$

流域模型相当于$n(n+1)/2$个相同线性水库的并联与串联。换言之，流域按等流时线分块(图2)。第n块的入流经过n个相同水库的调节流达出口，第$n-1$块的入流经过$n-1$个相同水库调节后流达出口，依此类推，第一块入流经过一个水库调节后流达出口，

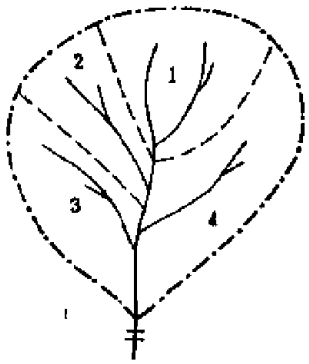


图 1 按自然流域分块

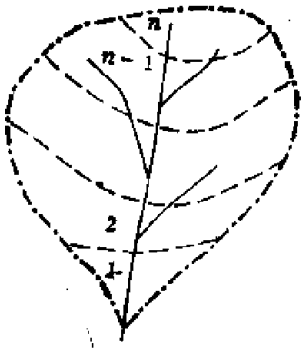


图 2 按等流时线分块

然后线性迭加，这就是加里宁（Г.П.Калинин）河网汇流曲线[2]；若流域降雨均匀，并等于一个单位，就是加里宁河网单位线：

$$P(t)=\left[\omega_1+\omega_2\frac{t}{K}+\frac{\omega_3}{2!}\left(\frac{t}{K}\right)^2+\cdots+\frac{\omega_n}{(n-1)!}\times\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}\right]e^{-t/K}$$

库兰达斯维米（V.C.Knlandaiswamy）建议下列形式的瞬时单位线：

$$U(t)=\frac{1-b_0D-b_1D^2}{1+a_0D+a_1D^2+a_2D^3}\delta(t)$$

若算子系统有三个不等的实根，则

$$U(t)=\left[\frac{C_1}{1+K_1D}+\frac{C_2}{1+K_2D}+\frac{C_3}{1+K_3D}\right]\delta(t)$$

$$=\frac{C_1}{K_1}e^{-\frac{t}{K_1}}+\frac{C_2}{K_2}e^{-\frac{t}{K_2}}+\frac{C_3}{K_3}e^{-\frac{t}{K_3}}\qquad(20)$$

此即第（1）种之特例。若算子系统有三个相等实根，则

$$U(t)=\left[\frac{C_1}{1+KD}+\frac{C_2}{(1+KD)^2}+\frac{C_3}{(1+KD)^3}\right]\delta(t)$$

$$=\left[\frac{C_1}{K}+\frac{C_2}{K\Gamma(2)}\frac{t}{K}+\frac{C_3}{K\Gamma(3)}\left(\frac{t}{K}\right)^2\right]e^{-\frac{t}{K}}\qquad(21)$$

此即加里宁汇流模型的特例。若$C_n=1$，且$C_1=C_2=\cdots=C_{n-1}=0$，则$L[D]=1/(1+KD)^n$，相应的瞬时单位线为

$$U(t)=\frac{\delta(t)}{(1+KD)^n}=\frac{1}{K\Gamma(n)}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}e^{-\frac{t}{K}}\qquad(22)$$

此即纳希瞬时单位线。流域模型相当于n个串联水库，流域上任何一点的入流都必须经过n个串联水库的调节（图3）。若$C_1=1$，且$C_2=C_3=\cdots=C_n=0$，则$L[D]=1/(1+KD)$，相应的瞬时单位线为

$$U(t)=\frac{1}{K}e^{-\frac{t}{K}}\qquad(23)$$

此即克拉克(C.O.Clark)模型(图4)。

2.$P[D]/G[D]$为假分式

当$n=m$，则可将$L[D]$化为真分式与有理整数之和，例如，

$$L[D]=\left[\frac{A}{1+K_1D}-AX\right]^n=A^n\left[\frac{1}{(1+K_1D)^n}-\frac{nx}{(1+K_1D)^{n-1}}+\frac{\frac{n(n-1)}{2!}x^2}{(1+K_1D)^{n-2}}+\cdots+(-1)^nx^n\right]$$

若
$$A=\frac{1}{1-x},\quad K_1=K(1-x)$$

则相应的瞬时单位线为

$$U(t)=\frac{1}{(1-x)^n}\left\{\frac{1}{K^n(1-x)^n\Gamma(n)}t^{n-1}e^{-\frac{t}{K(1-x)}}+\sum_{j=1}^{n}(-1)^jC_n^jx^j\frac{t^{n-j-1}}{K^{n-j}(1-x)^{n-j}\Gamma(n-j)}e^{-\frac{t}{K(1-x)}}\right\}+(-1)^n\frac{x^n}{(1-x)^n}\delta(t)\qquad(24)$$

此乃马斯京根连续演算解析解●、●。显然，当$n=1$时，则

$$U(t)=\frac{1}{K(1-x)^2}e^{-\frac{t}{K(1-x)}}-\frac{x}{1-x}\delta(t)\qquad(25)$$

上式即马斯京根法的解析解。若$x=0$，则式(24)即与纳希瞬时单位线相当，式(25)与克拉克模型相当。

鉴于式(24)包含负脉冲，使出流有时出现负值。为便于应用，可令负值为零，然后将后续的峰型面积调整到1.0，即所谓“置零归一”●。经初步检验，效果是好的。

3.$L[D]=P[D]/G[D]$的展开式

若$P[D]$按泰勒(Taylor)级数展开，$G[D]$按二项式展开，则

$$L[D]=\left[\frac{1+\sum_{\lambda=1}^{\infty}(-1)^{\lambda-1}(\tau D)^\lambda/\lambda!}{(1+KD)^n}\right]^n\qquad(26)$$

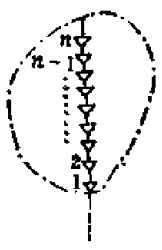


图 3

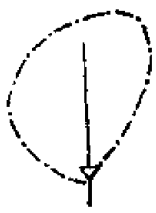


图 4

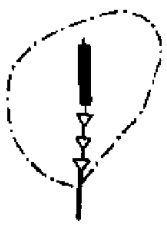


图 5

●钱学伟，马斯京根连续演算解析解，黑龙江省绥化地区水文分站，1976年。

●文 辰，建议的三参数瞬时单位线及时段汇流曲线，水电部第十一工程局勘测设计研究院，1967年。

●文 康、李 琪、陆卫鲜，马斯京根模型连续演算积分解及其应用，南京水文研究所，1983年2月。

相应的瞬时单位线为

$$U(t)=\frac{1}{K\Gamma(n)}\left(\frac{t-\tau}{K}\right)^{n-1}e^{-\left(\frac{t-\tau}{K}\right)} \tag{27}$$

此即滞时型瞬时单位线。流域模型相当于一个线性渠道串联n个线性水库（图5）。综上所述，只要对微分算子多项式作不同的选择，即可求得几种常见的瞬时单位线。

四、时段汇流曲线

瞬时单位线是净雨历时趋于零时假想的汇流曲线，实用中需转化为时段汇流曲线或时段单位线。传统的转化方法是S曲线法。文康● 曾先后导出纳希单位线在n为正整数和非正整数时的转化公式。现证明于下。

瞬时单位线的出流公式为

$$Q=\int_0^t U(t-\tau)i(\tau)d\tau$$

若净雨时段为Δt，则

$$Q=\int_0^t U(t-\tau)i(\tau)d\tau=\int_0^{\Delta t}U(t-\tau)i(\tau)d\tau+\int_{\Delta t}^t U(t-\tau)i(\tau)d\tau$$

若净雨时段为一个单位，则相应的出流$Q(t)$即时段汇流曲线$P(t)$。因为当$\tau<\Delta t$时，$i(\tau)=1$；故

$$P(t)=\int_0^t U(t-\tau)d\tau$$

而当$\tau\geqslant\Delta t$时，$i(\tau)=0$；故

$$\int_{\Delta t}^t U(t\tau-)i(\tau)d\tau=0$$

因而

$$P(t)=\int_0^{\Delta t}U(t-\tau)d\tau$$

1.纳希瞬时单位线的转换公式

令$\xi=\Delta t$，当$t\geqslant\Delta t$，$\xi=t$；当$t<\Delta t$，$m=t/K$，$m_K=\Delta t/K$，$M=m-m_K$。作变量替换$\tau'=\tau/K$，$\xi_K=\xi/K$，则

$$P(t)=\frac{1}{K^n\Gamma(n)}\int_0^t(t-\tau)^{n-1}e^{-\frac{(t-\tau)}{K}}d\tau$$

$$=\frac{1}{\Gamma(n)}\int_0^{\xi_K}(m-\tau')^{n-1}e^{-(m-\tau')}d\tau'=I(n,m,M)$$

令$U=m-\tau'$，则

● 文康，论流域汇流计算问题，水利水电科学研究院水文研究所，1964年。

$$I(\alpha,m,M)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{m-\xi_K}^{m}U^{\alpha-1}e^{-u}du=I(\alpha-1,m,M)$$

$$-\left[\frac{m^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}e^{-m}-\frac{1}{\Gamma(\alpha)}(m-\xi_K)^{\alpha-1}e^{-(m-\xi_K)}\right] \tag{28}$$

（1）当n为正整数，$\alpha=n$时；当$t<\Delta t$

$$I(\alpha,m,M)=I(\alpha,m)=I(n-1,m)-\frac{m^{n-1}}{(n-1)!}e^{-m}\cdots$$

$$=I(1,m)-\sum_{\lambda=1}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}e^{-m}=1-\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}e^{-m} \tag{29}$$

当$t\geqslant\Delta t$，

$$I(\alpha,m,M)=I(n-1,m,M)-\left[\frac{m^{n-1}}{(n-1)!}e^{-m}-\frac{M^{n-1}}{(n-1)!}e^{-M}\right]\cdots$$

$$=\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{M^{\lambda}}{\lambda!}e^{-M}-\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}e^{-m} \tag{30}$$

（2）当n为非正整数时，仍应用递推公式$I(\alpha,m,M)$，一直把α递推到（1，2）之间，因此，只需计算$I(\alpha,m,M)$在(1,2)间的数值。利用近似公式

$$e^{-u}=\sum_{l=0}^{N}\frac{(-u)^l}{l!}+R_N$$

式中 R_N为泰勒公式余项。

$$|R_N|=\left|\frac{e^{-\theta u}u^{N+1}}{(N+1)!}\right|\leqslant\frac{m^{N+1}}{(N+1)!},\quad(0<\theta<1,u=m-\tau')$$

所以

$$I(\alpha,m,M)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{m-\xi_K}^{m}U^{\alpha-1}\sum_{l=0}^{N}\frac{(-u)^l}{l!}du+r_N$$

$$=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\sum_{l=0}^{N}\frac{(-1)^l}{l!}\frac{1}{(l+\alpha)}[m^{l+\alpha}-(m-\xi_K)^{l+\alpha}]+r_N$$

式中
$$|r_N|\leqslant\frac{1}{\Gamma(\alpha)}m^{\alpha}R_N\leqslant\frac{m^{\alpha+N+1}}{(n+1)!\Gamma(\alpha)},\quad(1<\alpha>2) \tag{31}$$

计算时把余项r_N控制在允许误差范围内即可决定N。

现将转化公式整理于后：

n为正整数时

$$P(t)=\begin{cases}1-e^{-m}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}, & (m<m_K)\\ e^{-M}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{M^{\lambda}}{\lambda!}-e^{-m}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}, & (m\geqslant m_K)\end{cases} \tag{32}$$

n为非整数时

$$P(t)=\begin{cases}I(\alpha,m)-\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}e^{-m}, & (m<m_K)\\ I(\alpha,m,M)+\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{M^{\lambda}}{\lambda!}e^{-M}-\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}e^{-m}, & (m\geqslant m_K)\end{cases} \tag{33}$$

式中 $I(\alpha,m,M)$即式(31)。

2.马斯京根型连续演算瞬时单位线转化公式●

用相同的方法可以导得下式：

当$t\leqslant\Delta t$，

$$P(t)=\frac{1}{(1-x)^n}\left\{1-e^{-\frac{m}{(1-x)}}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{\left(\frac{m}{(1-x)}\right)^\lambda}{\lambda!}+\sum_{j=1}^{n}(-1)^jC_n^jx^j\left[1-e^{-\frac{m}{(1-x)}}\sum_{\lambda=0}^{n-j-1}\frac{\left(\frac{m}{(1-x)}\right)^\lambda}{\lambda!}\right]+(-1)^nx^n\right\} \tag{34}$$

当$t>\Delta t$，

$$P(t)=\frac{1}{(1-x)^n}\left\{e^{-\frac{M}{(1-x)}}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{\left(\frac{M}{1-x}\right)^\lambda}{\lambda!}-e^{-\frac{m}{(1-x)}}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{\left(\frac{m}{1-x}\right)^\lambda}{\lambda!}+\sum_{j=1}^{n}(-1)^jC_n^jx^j\left[e^{-\frac{M}{(1-x)}}\sum_{\lambda=0}^{n-j-1}\frac{\left(\frac{M}{1-x}\right)^\lambda}{\lambda!}-e^{-\frac{m}{(1-x)}}\sum_{\lambda=0}^{n-j-1}\frac{\left(\frac{m}{1-x}\right)^\lambda}{\lambda!}\right]\right\} \tag{35}$$

五、两参数瞬时单位线的特性分析

两参数瞬时单位线以纳希单位线应用较广，现将其某些特性讨论如下：

1.峰值滞时t_p

（1）瞬时单位线 对式(22)求导，令等于零

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{K\Gamma(n)}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}e^{-\frac{t}{K}}\right]=0$$

则
$$t_p=(n-1)K \tag{36}$$

（2）时段汇流曲线 对式(32)求导，令等于零

$$\frac{d}{dt}P(t)=\frac{d}{dm}P(t)\ \frac{dm}{dt}=\frac{1}{K}\frac{d}{dm}\left[e^{-M}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{M^\lambda}{\lambda!}-e^{-m}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^\lambda}{\lambda!}\right]=0,$$

则
$$t_p=\frac{\Delta t}{1-\exp\left[-\frac{\Delta t}{K(n-1)}\right]} \tag{37}$$

●文康，建议的三参数瞬时单位线及时段汇流曲线，水电部第十一工程局勘测设计研究院，1976年。

2.峰值

（1）瞬时单位线 将式(36)代入式(22)，则

$$U_m=\frac{1}{K\Gamma(n)}\left(\frac{n-1}{e}\right)^{n-1} \tag{38}$$

（2）时段汇流曲线 将式(37)代入式(32)，则

$$P_m=e^{-\left(\frac{t_p-\Delta t}{K}\right)}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{\left(\frac{t_p-\Delta t}{K}\right)^{\lambda}}{\lambda!}-e^{-\frac{t_p}{K}}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{\left(\frac{t_p}{K}\right)^{\lambda}}{\lambda!} \tag{39}$$

3.面积

（1）瞬时单位线

$$\omega=\int_0^{\infty}\frac{1}{\Gamma(n)}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}e^{-\frac{t}{K}}d\left(\frac{t}{K}\right)=1 \tag{40}$$

（2）时段汇流曲线

$$\omega=\int_0^{\infty}P(t)dm=\int_0^{m_K}\left[1-e^{-m}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}\right]dm+\int_{m_K}^{\infty}\left[e^{-m}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{M^{\lambda}}{\lambda!}-e^{-m}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}\right]dm=m_K \tag{41}$$

由上可知，时段汇流曲线的面积不等于1.0，而等于m_K，即$\Delta t/K$。

4.$K\to 0$条件下的线型

（1）瞬时单位线 由式(38)可知

$$\lim_{K\to 0}U_m=\lim_{K\to 0}\frac{1}{K\Gamma(n)}\left(\frac{n-1}{e}\right)^{n-1}=\infty$$

（2）时段汇流曲线 可以证明

$$\lim_{K\to 0}P(t)=\begin{cases}0 & t>\Delta t\\ 1, \text{当} & t=\Delta t\\ 0 & t<\Delta t\end{cases}$$

当$K\to 0$时，前者蜕变为∞，后者趋于1.0。这种特性在实用中是有意义的。以$n=2$为例，当$\Delta t=1$小时，两者算出的峰值在$K\geqslant 2$后十分接近；而当$K<0.5$以后，两者差异明显。国内外都有人主张用瞬时单位线代替汇流曲线使用，应当说这种代用是有条件的。

5.滞时

（1）瞬时单位线 纳希已证明滞时为nK。

（2）时段汇流曲线

$$m_KT_L(m)=\int_0^{\infty}mP(n)dm=\int_0^{m_K}m\left[1-e^{-m}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}\right]dm$$

$$+\int_{m_K}^{\infty}m\left[e^{-M}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{M^{\lambda}}{\lambda!}-e^{-m}\sum_{\lambda=0}^{n-1}\frac{m^{\lambda}}{\lambda!}\right]dm=\frac{m_K^2}{2}+nm_K$$

故
$$T_L(m)=n+\frac{m_K}{2},\quad T_L(t)=nK+\frac{\Delta t}{2} \tag{42}$$

上式表明时段汇流曲线的滞时(一阶原点矩)等于瞬时单位线滞时nK与净雨滞时$\Delta t/2$

之和。纳希[8]曾以推论方式给出这种关系，现予证明。

6.$n<1$时的瞬时单位线

洪水涨落迅猛的河流，有时希望$n<1$，这种瞬时单位线可用否？由式（22）可知，当$n<1$时，可写成：

$$U(t)=\frac{\frac{1}{K}\Gamma(n)}{\left(\frac{t}{K}\right)^{1-n}e^{\frac{t}{K}}} \tag{43}$$

与$n=1$的线型相似，区别在于$t=0$时，$n=1$的瞬时单位线纵坐标为$1/K$，而$n<1$的瞬时单位线纵坐标趋于∞。这种线型对n值十分敏感，与在$n>1$时对n值的敏感完全不同，这种线型有时可以采用（图6）。

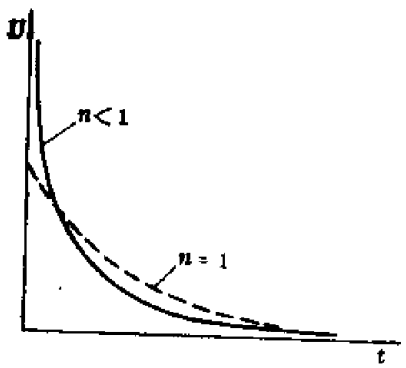


图 6

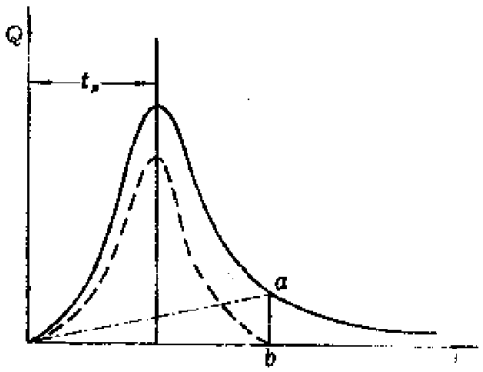


图 7

7.切割基流对于确定参数的影响

今以一个时段净雨形成的过程线为例，切割基流前的参数为m_1（nK）、n、K，切割后为$m_1'(n'K')$、n'、K'。由式(37)可知，基流切割后的t_s不变，因此，$(n-1)K=(n'-1)K'$，或$m_1-m_1'=K-K'$；因切割基流后底宽缩短，因此，$m'_1<m_1$，故$K'<K$；又因$(n-1)K$不变，故$n'>n$，如图7。切割基流后，瞬时单位线的一般变化为nK变小，K值变小，n值变大，峰变尖瘦。切割基流愈高，K值愈小，峰型愈瘦。因此，必须注意解决切割基流的问题，至少要采用一种统一的方法。

六、流域汇流的非线性问题

天然流域的下垫面十分复杂，坡面、沟渠交错相间，水流汇集杂乱无序，因此，流域汇流一般地表现出非线性。所谓线性与非线性，用数学语言表达就是：

设I、Q表示系统的输入与输出，若

$$Q=f(t)$$

是线性的，意指下述关系成立：

$$f(\alpha I_1+\beta I_2)=\alpha f(I_1)+\beta f(I_2) \tag{44}$$

反之为非线性。或如杜格（J.C.I.Dooge）●所说，若系统输入$\underline{I}(t)$为若干单元输入$I_i(t)$的线性组合

$$\underline{I}(t)=\sum_i c_i I_i(t)$$

且系统对于输入$I(t)$的响应$Q(\underline{t})$，是各个单元输入$I_i(t)$相应响应$Q_i(t)$的相同线性组合

$$Q(t)=\sum_i C_i Q_i(t)$$

则称系统是线性的，反之是非线性的。

水文计算中常说的流域非线性主要有两个内容：其一，由雨强不同的降雨所形成的流域出口的单位线的峰和形状都不同；其二，由单位线复合洪水时不遵循线性迭加原则。早在五十年代，我国在水文作业预报时，华士乾●，[4, 5]就已发现雨强不同、单位线不同的非线性现象，提出用考虑雨强与暴雨中心位置作参数的改正办法；在河槽汇流方面，发现马斯京根法中的演进系数x与K不是常数，显示出洪水演进的非线性，从而提出用分别涨落水和不同流量级选用不同x和K值的非线性改正方法。

1960年，明歇尔（N.E.Minshall）[6]根据27英亩试区5次雨强（平均雨强变化在0.91～4.75in/h)不同的洪水求得峰值相差3倍的单位线；1961年，阿莫若乔和奥罗伯(J.Amorocho & G.T.Orlob)[7]根据精心试验的一个极小实验室流域的实验成果，求得了明显的非线性过程线。但是，线性与非线性并非一成不变的。一般来说，中小洪水的非线性程度高，大洪水的非线性程度低。对于大洪水，往往用线性单位线以及固定K和x的马斯京根法也就可以了。此外，小流域的非线性程度高于大流域。1975年，河南发生特大洪水，华士乾[8]曾用次大的8月5日洪水求得之单位线，线性地用于8月7日特大洪水，效果是满意的。同时，用水文学方法论证了大洪水何以趋于线性的原因。近几年，国内不少水文工作者发现在雨强大时，瞬时单位线的滞时nK趋于恒定。1979年，杜格来华讲学时也强调了这一点。这对于正确处理特大洪水计算问题是有实际意义的。

造成汇流非线性的原因是多方面的，但根据实际资料和理论分析，大致可以看出，主要矛盾是流域的蓄泄关系。以坡面流为例，水文学里常用指数型的蓄泄关系代替圣维南方程组中的动力方程，它与连续方程构成了所谓的运动波水流，即

连续方程
$$\frac{\partial q}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial t}=h_t \tag{45}$$

动力方程
$$q=Cy^{1+n} \tag{46}$$

式中 q、y为单宽出流与水深；h_t为雨强；C、n为参数。

令L_0代表坡面长度，则求得坡面流上涨段为

$$q=L_0 C h^{1+n} t^{1+n} \tag{47}$$

上式除以h，则得单位线$U=L_0 C h^n t^{1+n}$。显然，由于动力方程系非线性的，因而单位线U（上涨段）是非线性的，它随雨强（h）之不同而异；反之，若上述动力方程(即蓄泄关系)是线性的，即非线性指数n为零，$q=Cy$，则

$$q=L_0 C h t \tag{48}$$

$$U=L_0 C t \tag{49}$$

●Dooge, J.C.I., Deterministic Methods in Systems Hydrology.1979.10.

●水利部水文局，洪水预报方法，1955年。

式（49）表明，由于蓄泄关系是线性的，单位线就是恒定不变的。

当然，可能还有其它因素造成流域汇流的非线性。例如，水源不同，地表与地下（壤中流与地下水流）水在各次洪水中所占的比例随着降雨及土壤前期湿润状况的不同而异，因而同量级的降雨，单位线也可能不同。又如河槽底水有高有低，降雨空间分布迥然不同，这些也都可能引起单位线的非线性。此外，部分汇流也是造成汇流非线性的原因之一●，不过，这类因素的动态变化在目前尚难定量估计，因此，从实用出发，着眼于流域的蓄泄关系是恰当的。

解决非线性问题的方法很多，但从基本思路来讲，大致可分为两类：一类是把线性模型中的参数非线性化或把非线性模型线性化。例如，把纳希瞬时单位线的滞时nK与雨强建立关系或如杜格建议的把圣维南动力方程线性化求得脉冲响应以计算河槽洪水波的展开。另一类是求解非线性模型。例如，把流域设想成非线性水库的组合或把卷积作多维拓展。本文侧重从水文学途径讨论非线性问题，至于求解圣维南方程的特性线法、数值解法等，暂不涉及。

七、求解非线性数学模型

出发点是把流域设想成一个或多个非线性水库。1938年，霍顿（R.E.Horton）[9]首次假定坡面的蓄泄关系为

$$q(L,\ t)=q_L=a(S)^c \tag{50}$$

式中 $q(L,\ t)$ 为坡脚L在t时刻的出流；S为t时刻的坡面蓄量。经与水量平衡方程联解，求得坡面出流公式为

$$t=\frac{S_*}{q_*}\int\frac{d(S/S_*)}{1-(S/S_*)^c} \tag{51}$$

式中 S_*，q_*分别为平衡条件下的坡面蓄量和出流。由于霍顿对于$c=2$和依扎特（C. F. Izzard）[10]对于$c=3$求得式（51）的解，故称之为霍顿-依扎特模型。斯坦福Ⅳ号（Standford Ⅳ）模型[11]中采用的就是这种模型。

若设想坡面上有无限多个相同的非线性水库，即式（50）所表示的蓄泄关系对于水流的每一点都成立，那么，这就是另一种极端情况，亦即熟知的运动波模型。此时，

$$q(x,\ t)=b[y(x,\ t)]^c \tag{52}$$

与连续方程求解，得到出流的上涨过程

$$\frac{q}{q_*}=\left(\frac{t}{t_K}\right)^c \tag{53}$$

式中 $$t_K=\frac{y_e}{r}=\frac{1}{r}\left(\frac{q_*}{b}\right)^{1/c},\ r\text{为雨强。} \tag{54}$$

退水过程为 $$\frac{1-\frac{q}{q_*}}{\left(\frac{q}{q_*}\right)^{\frac{c-1}{c}}}=C\left(\frac{t}{t_K}\right) \tag{55}$$

根据利盖脱-伍尔赫胥（J.A.Liggett & D.A.Woolhiser）[12]的研究，证明当运动水流数$K=\frac{S_0L}{F_*^2y_0}>10$时，运动波的解具有良好的近似性（式中$S_0$、$L$、$y_0$分别代表坡度、

●文 康、李 琪，汇流非线性问题分析，1983年12月。

坡长和坡脚处正常水深）。在天然情况下，$K>10$是容易满足的，因此，在流域模型中采用运动波模型计算非线性的坡面流是适宜的。

事实上，多年来已有不少水文学者利用这种分散的（n个）或集总的（1个）非线性模型计算汇流。但是，由于在坡面汇流阶段，微地形错综复杂，水流流态交替变化，故常用实验资料求得之经验流速方程以代替动力方程求解，但在实用中仍有一定困难。为此，1959年，华士乾[13]提出先划分产流区，再用雨量及总入流两端控制反推非线性蓄泄方程以代替动力方程的水文学方法来求解坡面流。该法与霍顿模型的思路类似，但有本质上的区别：

第一，具有产流区的概念。霍顿用一条入渗曲线去分割净雨，由于f_0难定，很难定准产流时间。

第二，不是用出口断面流量而是用河网总入流与坡面水深建立关系，这样就可以不考虑大河网调蓄作用的影响。坡面流的单宽水量q'可以认为与河网总入流成正比，即$q=bq'$，这里的b为水流平均宽度，应为随降雨强变化的系数。用水力学方法可以推出下述关系

$$S=K'q^{\frac{1}{m}} \tag{56}$$

式中 S为坡面蓄量；$1/m$为与流态有关的指数，一般可取0.5，K'可按经验公式确定。此外，也可用下述方法定出$S\sim q$关系。

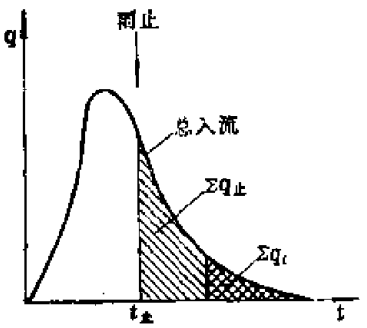


图 8

一般来说，雨止后的总入流是由坡地调蓄水量供给的，这部分水量中的一部分变为总入流，一部分下渗（图8），即

$$S_{止}=\Sigma q_{止}+\Sigma f_{止} \tag{57}$$

式中 $S_{止}$为雨止时坡面蓄量；$\Sigma q_{止}$为雨止后的累积总入流；$\Sigma f_{止}$为雨止后坡面汇流阶段的入渗量。在雨止时，取不太长的时段δt，S的变化率$\partial S/\partial t$可以认为等于零，该时刻的入渗值$f_{止}$为$P_{止}-q_{止}=f_{止}$。雨止时，S值最大，以后逐渐消耗，随着坡面水深的减小，坡面水流宽也逐渐减小。由于入渗面积的变化，可以认为f与q成正比，因此

$$S_{止}=\Sigma q_{止}\left(1+\frac{\Sigma f_{止}}{\Sigma q_{止}}\right)=\Sigma q_{止}\left(1+\frac{f_{止}}{q_{止}}\right)=(1+K)\,\Sigma q_{止} \tag{58}$$

由于$q_{止}$、$f_{止}$为已知，故K值已知，从而求得$S_{止}$。同理可用上式求出任一时刻t_i的Σq_i及相应的S_i，绘出$S\sim q$关系。然后与水量平衡方程联解，即得入渗过程$f\sim t$。我们认为，$S\sim q$与$f\sim t$反映了坡面非线性汇流阶段水流的水平与垂直运动特征的关系，是本方法的重要工具。据此即可推出一次暴雨的总入流过程。

1962年，劳云松（E.M.Laurenson）[14]建立了分散式的非线性汇流模型。用等流时线法将流域划分成n个单元，每个单元视作一个非线性水库，即：$S=KQ$，$K=kQ^{x}$。各单元上的净雨当作本水库的当地径流，上一水库的出流当作下一水库的入流。水库出流用参数非线性化的马斯京根法演算：

水量平衡方程 $$(I_1+I_2)\frac{\Delta t}{2}-(q_1+q_2)\frac{\Delta t}{2}=\Delta S \tag{59}$$

运动方程 $$S=K(q)[xI+(1-x)q] \tag{60}$$

联解后求得 $$q_2=C_0I_2+C_1I_1+C_2q_1 \tag{61}$$

式中 $$C_0=\frac{\Delta t-2K_1x}{2K_2(1-x)+\Delta t},\quad C_1=\frac{\Delta t+2K_1x}{2K_2(1-x)+\Delta t},\quad C_2=\frac{2K_1(1-x)-\Delta t}{2K_2(1-x)+\Delta t} \tag{62}$$

且 $$C_0+C_1+C_2=\frac{2K_1(1-x)+\Delta t}{2K_2(1-x)+\Delta t} \tag{63}$$

由于上述系数决定于K_2，而K_2又决定于q_2，因此，要用试错法求解式(61)。

1974年，劳云松和茹塞尔(G.M.Russell)[16]对上述模型作了修改，即按天然支沟分单元，每单元的非线性蓄泄关系为$S=KQ^m$，将之与水量平衡方程联解时，由于蓄泄关系的非线性，故用牛顿-腊夫松(Newton-Raphson)迭代公式求解：

$$Q'_{t+1}=Q_{t+1}-\frac{\Delta t(Q_{t+1}+Q_t-I_{t+1}-I_t)+2K(Q^m_{t+1}-Q^m_t)}{\Delta t+2Km\overline{Q}^{m-1}_{t+1}} \tag{64}$$

当$|Q'_{t+1}-Q_{t+1}|$大于预定的允许误差时，则用Q'_{t+1}代替Q_{t+1}，重复利用式(64)。

1974年丁(Ding)[18]联解非线性动力方程$S=KQ^n$与水量平衡方程$dS/dt=I-Q$，求得包括雨强I在内的变动瞬时单位线。鉴于未能找到类似纳希法中矩和参数的关系，因而假定丁法与纳希法中的一阶矩相等，求得 $$U(t)=\frac{n}{n_nK}V^{n-1}(1-V^n) \tag{65}$$

式中 V为参量；n_n为纳希法参数。显然，这就失去了丁法原来公式中包含雨强这一非线性因子的特点。

八、卷积中核函数的非线性化

卷积 $Q(t)=\int_0^t U(t-\tau)I(\tau)d\tau$中的$U(t)$称为核函数，水文上称为瞬时单位线。为把非线性引入卷积，可以采取令核函数非线性化和将卷积作多维拓展等两种方法。本节介绍第一种方法，下节介绍第二种方法。

核函数的非线性化通常有两种处理方法，一是令核函数的参数与流量建立关系，一是令参数与雨强建立关系。

1.参数与流量建立关系

1957年，加里宁[17]提出用三角级数模拟瞬时单位线：

$$U(t)=b_1\sin\frac{\pi}{\tau_m}t+b_2\sin\frac{2\pi}{\tau_m}t+\cdots \tag{66}$$

加里宁只取级数的前两项，并令b_1、b_2与出口断面的流量建立关系。这种线型的缺陷在于陡涨陡落，对于我国南方河流往往试配不好。为此，1957年，华士乾[19]用一个任意次方的抛物线与一个正弦曲线的乘积作为瞬时单位线的数学模型：

$$U(t)=K(\tau_m-t)^n\sin\left(\frac{\pi}{\tau_m}t\right) \tag{67}$$

事实上，纳希模型 $U(t)=\frac{1}{K\Gamma(n)}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}e^{-\frac{t}{K}}$，也只是$t$的$(n-1)$次方的抛物线与$e$指数曲线的乘积。根据南方近二十条河流资料分析，指数n一般在1～2之间。级数展开取前三项已足够，即

$$U(t)=K\tau_m^n\left[1-n\frac{t}{\tau_m}+\frac{n(n-1)}{2}\left(\frac{t}{\tau_m}\right)^2\right]\sin\frac{\pi}{\tau_m}t \qquad (68)$$

式中 τ_m为流域最大汇流历时，假定不变；K、n为待定系数，系出口断面流量Q的函数，反映了河网水力条件变化对瞬时单位线非线性的影响。华士乾具体地建议了一套图解分析法以定参数n、K，即将式（68）代入卷积的离散形式，得到

$$Q(t)=K\tau_m^n\sum_1^{\tau_m}q\sin\left(\frac{\pi}{\tau_m}t\right)-Kn\tau_m^{n-1}\sum_1^{\tau_m}q\sin\left(\frac{\pi}{\tau_m}t\right)i$$

$$+\frac{n(n-1)}{2}K\tau_m^{n-2}\sum_1^{\tau_m}\sin\left(\frac{\pi}{\tau_m}t\right)i^2 \qquad (69)$$

鉴于上式可以考虑流量的变化，因此，这是一种可供实时预报的模型。

2.参数与雨强建立关系

1961年，阿莫若乔[19]利用明歇尔的试验资料，用皮尔逊III型频率曲线公式作为数学模型，并用实际资料优选参数n、K与雨强i的关系：

$$n=2\pi\delta^2\delta_1^2i^{2(1-\lambda_1)}+1.17 \qquad (70)$$

$$K=\frac{1}{2\pi\delta^2\delta_1 i^{2\lambda-\lambda_1}+\frac{0.17}{\delta_1}i^{\lambda_1}} \qquad (71)$$

阿莫若乔是在分析单位线资料时得到上述关系式的。但是，由于他采用的是与纳希瞬时单位线相同的数学模型，故可仿此用于瞬时单位线。近年来，我国大部分省（区）●在编制暴雨洪水查算图表工作中采用了用纳希瞬时单位线参数（nK）与雨强（i）建立关系的方法，取得了一定效果。尽管这种关系是经验性的，但是，经研究，可从系统分析理论证明这种指数型关系是存在的。

1964年，辛格（K.P.Singh）[20]根据线性汇流理论，分别考虑坡面与河槽汇流，得到下述瞬时单位线

$$U(t)=\frac{1}{K_2-K_1}\int_0^t\left(e^{-\frac{(t-\tau)}{K_2}}-e^{-\frac{(t-\tau)}{K_1}}\right)\omega(\tau)d\tau \qquad (72)$$

式（72）乃线性的，但作者建议了一套使参数K_2非线性化的方法（该模型的另一参数$n=1$）。作者定义$R_e=Q_m/U_m$为当量瞬时净雨，Q_m为计算的洪峰流量，U_m为瞬时单位线峰值。应用时，假定$K_1=0.15$，优选$K_2\sim R_e$关系及面积流时曲线$\omega(\tau)$的底宽$t_0\sim R_e$关系。

1972年，狄斯金（M.H.Diskin）[21]提出无因次化的拟线性瞬时单位线，即用滞时T_L使纳希单位线无因次化（$T_L=nK$）。

●暴雨洪水分析计算工作协调小组办公室，编制全国《暴雨径流查算图表》技术报告及各省（市、区）主要成果，1984年9月。

$$T_L U(t)=\frac{n^n}{\Gamma(n)}\left(\frac{t}{T_L}\right)^{n-1} e^{-\frac{nt}{T_L}}=f(n) \tag{73}$$

这样，无因次瞬时单位线仅仅是n的函数，如果一个流域能够得到一条比较稳定的曲线，就等于该流域的参数n确定了，只要建立nK与雨强的关系，就可以按照雨强反求nK，进而求得参数K。

九、卷积的多维拓展

1963年，阿莫若乔[22]建议用多维函数项级数来模拟非线性汇流，实质上是把卷积作多维拓展：

令
$$Q(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\cdots\int_{-\infty}^{\infty}U_n(t,\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_n)i(\tau_1),\cdots,i(\tau_n)d\tau_1,\cdots,d\tau_n \tag{74}$$

显然，当$n=1$，则

$$Q(t)=\int_{-\infty}^{\infty}U(t,\tau)i(\tau)d\tau \tag{75}$$

此即习见的卷积，可作为汇流的线性项，而$n\geqslant 2$以后的多维项即可作为非线性项。鉴于一维线性卷积已能大体反映汇流现象，再增加一项，考虑一些非线性，可望有所改进。因此，1972年奔奇（A.Bonch）和狄斯金[23]建议取前两项，即二维卷积

$$Q(t)=\int_0^t h(\tau)i(t-\tau)d\tau+\int_0^t\int_0^t g(\tau,\sigma)i(t-\tau)i(t-\sigma)d\tau d\sigma \tag{76}$$

式中 $h(\tau)$，$g(\tau,\sigma)$代表一维、二维核函数，用单位脉冲函数求解。

$$h(t)=\frac{\frac{U_1(t)}{A_1}-\frac{U_2(t)}{A_2}}{\frac{1}{A_1}-\frac{1}{A_2}} \tag{77}$$

$$g(t)=\frac{U_1(t)-U_2(t)}{A_1-A_2} \tag{78}$$

式中 $U_1(t)$，$U_2(t)$为两次孤立洪水相应的瞬时单位线，A_1、A_2为两次洪水相应的净雨深。

十、单位线、等流时线和马斯京根法的非线性改正

1.单位线的非线性改正

在五十年代，我国就建立了单位线要素q_p、t_p与净雨深R_t的经验关系[24]。

$$q_p=q_{p20}\left(\frac{R_t}{20}\right)^{0.32} \tag{79}$$

$$t_p=t_{p20}\left(\frac{R_t}{20}\right)^{-0.33} \tag{80}$$

式中 q_{p20}，t_{p20}分别代表雨强为20毫米/小时，净雨深$R_t=10$毫米相应的单位线峰值和洪

峰滞时。1963年，张庭英曾用水动力学法分析了单位线的非线性指数，认为指数与河道断面形状有关。宽浅河道，指数约为2/3；三角形断面，指数为1/3。同年，冯焱● 根据浙江省部分小流域资料，认为指数与流域面积大小有关，面积增大，指数趋小，表明非线性渐弱。1972年，格依乌勒（C.A.Givler）[24]求得运动波方程的解析解，得到单位线上涨段公式

$$U(t)=\frac{C\sqrt{S}}{L}t^{\frac{3}{2}}i^{\frac{1}{2}} \tag{81}$$

式中 i为雨强，表明对于薄层水流，非线性指数为1/2，但为了实用，作者建议采用0.4。

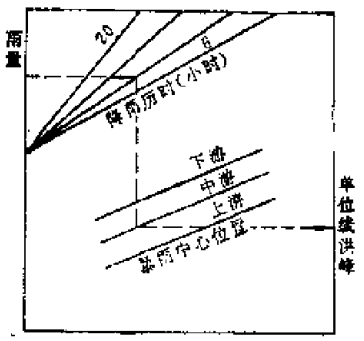


图 9

除雨量大小外，降雨空间分布的不均匀性也对单位线产生影响。早在五十年代，华士乾就指出，暴雨中心位置不同，分析出来的单位线形状也很有出入。在同样量级的降雨条件下，暴雨中心在上游比在下游产生的单位线具有峰低、滞时长的特点。一般采用合轴相关图对单位线要素加以改正，如图 9。对于不同的暴雨分布，选用不同暴雨中心位置的单位线。

2.等流时线的非线性改正

1955年，华士乾●指出："应以大、小洪水的洪水期总历时分别求得几种等流时线图及面积分配曲线，预报时视径流深的大小参酌应用"。这是一种根据不同径流深采用不同的τ_m及$\Delta\tau$（时段），从而处理非线性影响的方法。这种利用线性系统使参数非线性化的处理方法，至今在生产实践中应用还是比较方便的。

1973年，冯焱●导出变动等流时线公式

$$\overline{\omega}=K_1\lambda M_1 k_m^a R^{am} \tag{82}$$

式中 $\overline{\omega}$为洪水波平均流速；K_1为流程平均波速与出口断面波速之比，中小流域可取0.6～0.7；λ为洪水波速与断面平均流速之比，与河槽断面形状有关；R为净雨深；M_1，k_m，a，m皆为系数或指数。根据式（82），即可求得等流时块的平均河长及相应流量，从而使等流时线因净雨深的不同而变。

3.马斯京根法的非线性改正

1955年，华士乾●指出，涨洪落洪段应分别采用不同的K值，大小洪水也宜采用不同的K值。这实际上就是在不同条件下改变在线性系统中起主导作用的参数K。这是一种处理非线性汇流计算的简易方法，在实际预报作业中证明是有效的。众所周知，马斯京根演算系数K是反映河段汇流时间的参数，涨水时K值小，落水时K值大，这种差别在中、下游特别是下游泄量偏小的河段是相当明显的。若不加区分地使用一个平均K值，成果有时就不理想。有的河段，往往发现涨水、落水对应的槽蓄曲线也并非一条直线，其斜率随着流量的大小而

●冯焱，变动等流时线，水利电力部第四工程局石泉分局，1973年。

●水利部水文局，洪水预报方法，1955年。

●冯焱，变动等流时线，1973年。

●水利部水文局，洪水预报方法，1955年。

变，因而反映了即使在同一位相条件下高、低水的K值也有变化。这时，除了考虑涨落水外，还应分别大小洪水选用不同的K值，以处理汇流中的非线性影响。α值相对来说比较稳定，影响比较小，可以令之随变，亦可不变。

十一、讨　　论

1.如何看待雨强的非线性作用

雨强是引起汇流非线性现象的重要因子，但它是外因，要通过内因（流域的蓄泄关系）而起作用。实践证明，雨强增大到一定程度后，雨强即使再增大，单位线也不再变化。例如河南省提出淮河单位线时，规定时段净雨达到80～100mm后，可不再考虑非线性影响。全国编制暴雨径流查算图表工作中，不少省（区）都规定了不再考虑非线性影响的临界雨强。这种现象反映了汇流速度的变化，或者流域蓄泄关系的变化。华士乾[8]从水力学角度解释了这种现象：设$W=KQ^n$，$dW=Ld\omega=Kn Q^{n-1}dQ$，则$dQ/d\omega=U=L/KnQ^{n-1}$。当高水时，断面平均流速V趋于常数，且与波速相同，式中n必等于1，是为线性汇流。再从实际资料来看，河南省板桥水库上游在1975年8月5日与7日发生两次特大洪水，用次大的5日洪水分析的单位线，推算更大的7日洪水过程与库水位反推之入库洪水十分接近（表1）。这表明只是在中小洪水时，才需要处理非线性影响，而在大水时，一般用线性汇流系统也就可以了。相反，在大洪水时若用中小水分析出来的$W=KQ^n$中的非线性指数n进行外延，反将招致过大的设计洪水而造成浪费。

表 1　　1975年8月7日板桥水库入库洪水　　单位：m^3/s

时：分	17:30	18:30	19:30	20:30	21:30	22:30
单位线推算流量	3660	5710	8390	9990	11540	12780
库水位反推流量	3570	5390	8370	10480	11000	12400

2.如何看待流域面积增大非线性程度减弱的问题

经验证明，在全面积产流、汇流条件下，随着流域面积的增大，非线性程度要减弱，线性程度要增加。这种现象亦可从水力学角度得到部分解释。1959年，石原藤次郎●在论证单位线的水力学基础时求得反映降雨非线性影响的因子$\alpha_t=\left[\int_0^t r(t)dt\right]^{\frac{1}{p}-1}$，其随时间的变化$\partial\alpha_t/\partial t$就是非线性的一种数学表达式：

$$\frac{\partial\alpha_t}{\partial t}=\left(\frac{1}{p}-1\right)\left[\int_0^t r(t)dt\right]^{\frac{1}{p}-1}\left[r(t)-\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t r(t)dt\right] \tag{83}$$

●石原藤次郎，高棹琢马，单位线法及其应用的基本研究，日本土木学会论文集，第60号，别册（3-3），1959.3。

因为净雨$r(t)\geqslant 0$，所以，降雨的变化项$-\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t r(t)dt$与降雨量大小$r(t)$的比较就决定了$\partial\alpha_t/\partial t$的正负（或零）。显然，$\partial\alpha_t/\partial t\geqslant 0$的状态就是水体在流动中非线性与线性（$\partial\alpha_t/\partial t=0$）交替发生的指标。

在分析汇流时，应当把发生场与传播场分开。令I_r表示降雨发生场的距离，L_n表示不参予汇流的距离，L_p表示雨水传播的距离，如图10。

试验与理论分析指出，在L_p不等于零的情况下，由于雨水流动的前方发生冲击波，因而随着传播场L_p的增加，下游端的$\frac{\partial\alpha_t}{\partial t}>0$的成分将减少，$\frac{\partial\alpha_t}{\partial t}=0$的成分将增加。这表明，流域增大，传播场相对延伸，汇流趋于线性。随着流域面积的增大，非线性程度减弱，从而给水文计算提出这样的问题：当把大流域划分成若干单元流域后，是否可以直接把小面积上的非线性单位线用于单元汇流计算？如果单元的非线性单位线业经整个流域洪水演算校验后才定的，即考虑了河网调蓄作用，这样的单元单位线是可用的，否则就难以保证精度。大流域的汇流绝非单元非线性汇流的线性迭加结果，因此，在进行单元汇流计算时，应当审慎处理单元单位线的非线性问题。

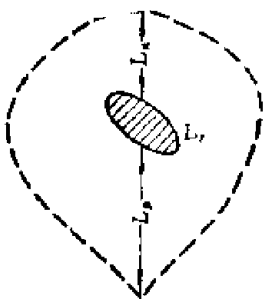


图 10

参 考 文 献

[1] Chow Ven-te., Handbook of Applied Hydrology.1964.

[2] 陈赞廷译，不稳定流近似计算，1958年。（原文载Труды ЦИП, Вып.66, 1958.）

[3] J.E.Nash, A unit hydrograph study with particular reference to British catchments.Inst.civ.Engin.Proc.17.

[4] 华士乾，单位线之研究，中国水利，1957年第10期。

[5] 华士乾，等流时线单位线方法概论，水利水电技术（水文副刊），1963年第11期。

[6] Minshall, N.E., Predicting Storm Runoff from Small Experimental Watersheds, ASCE, Jour.Hydraulics.Div., 86(Hy-8).1960.

[7] Amorocho, J., Orlob, G.T., Water Resources Center Contribution, 40, Univ.Calif.Berkeley.

[8] 华士乾，在可能最大降水条件下的流域产流、汇流计算问题，本论文集。

[9] Horton, R.E., The Interpretation and Application of Runoff Plot Experiments with Reference to Soil Erosion Problems, Soil Sci. Soci.Amer.Proc.3, 1938.

[10] Izzard, C.F., The Surface Profile of Overland Flow, A.G.U., Trans., 25(6).1944.

[11] Crawford, N.H., Digital Simulation in Hydrology, Stanford Watershed Model IV, 1966.

[12] Liggett, J.A., Woolhiser, D.A., Unsteady One Dimensional Flow over a Plane-The Rising Hydrograph, Water Resources.Res.3, №3, 1967.

[13] 华士乾，群众性水利和水土保持工程对洪水径流影响计算的新方法，水利学报，1959年第5期。

[14] Laurenson, E.M., Hydrograph Synthesis by Runoff Routing, The University of New South Wales Water Research Laboratory, Report, No.66, 1962.

[15] Laurenson,E.M., Rusell, G.M., Simple Nonlinear Model for Flood Estimation, Proc.ASCE Jour.Hydraulic Div., Vol.100, No.Hyll, Nov., 1974.

[16] Ding, J.Y.,Variable Unit Hydrograph, Jour.Hydrology, Vol.22, No.1/2, June, 1974.

[17] 赵人俊译，短期水文预报方法，水利出版社，1957。

[18] 华士乾，论总入流与汇流曲线及对新汇流曲线的建议，水利学报，1957年第4期。

[19] Amorocho, J., Discussion on "Predicting Storm Runoff on Small Experimental Watershed", Proc.ASCE, Vol.87.Hy2.March.1961.

[20] Singh, K.P., Nonlinear Instantaneous Unit Hydrograph Theory, Proc.ASCE, Vol.90, No.Hy.2, March, Part.I, 1964.

[21] Diskin, M.H., The Role of Lag in a Quasi-linear Analysis of the Surface Runoff System, Flood & Drought, 1972.

[22] Amorocho, J., Measures of the Linearity of Hydrologic Systems, Jour.Geo.Res., Vol.68, No.8, Apr., 1963.

[23] Bonch, A., Diskin, M.H., Demonstration of Nonlincar Effeets of a Socond Ordor Surface Runoff Model by Field Data, Flood & Drought, 1972.

[24] 郭振鹏、伏安，综合单位线应用总结，水文计算经验汇编，第三集，中国工业出版社，1965。

[25] 冯镒，单位线和综合单位线的初步研究，水文计算经验汇编，第三集，中国工业出版社，1965。

[26] Givler, C.A., Analysis of Unitgraph Method of Flood Synthesis by Shallow Water Equation, Flood & Drought, 1972.

在可能最大降水条件下的流域产流、汇流计算问题

华士乾

一、导　　言

在可能最大降水条件下，笼罩设计流域的暴雨，其雨率及总雨量比之常遇的暴雨大而集中，这对下垫面的产流与河网汇流特性将发生什么变化？是从事水文计算的同志关心的问题。实质问题是研究如何扣除实测资料范围以外的降雨损失及如何对待汇流计算中的非线性影响。在一般流域都找不到与可能最大暴雨相近量级的实测的暴雨洪水资料，所以本文将借助理论上的推导，结合用河南省“75.8”特大暴雨（约比可能最大暴雨小30%）的产、汇流规律，来论证在可能最大降水条件下的产、汇流计算方法。

二、流域产流计算

1.在可能最大降水条件下的扣损计算

产流计算的重要性，在设计洪水计算中比之在水文预报中小得多。因为设计暴雨值都超过流域最大初损值（I_{max}）很多，故扣损计算误差比之设计暴雨值所占百分数是很小的，即使用较简单的方法扣除损失，其计算误差对设计洪水的影响也很小；在可能最大暴雨条件下，这种影响就更小。即使目前我们对流域下渗的机制还不甚了解，但对各个流域的最大初损值及稳渗值也可以分析出来；在可能最大降水条件下，最大初损值的变化不会很大；稳渗f_c的下限是渗透系数，如果在实测资料范围内f_c随雨率i的变化不大，一般可视作常量；根据设计的P_a值去扣除初损(I_0)及稳渗，其误差比之计算可能最大降水的误差是微不足道的。

2.从“75.8”河南特大暴雨的产流情况看在可能降水条件下产流计算误差的影响

汝河板桥水库以上流域，控制面积为762km²；1975年8月4日8时至8日8时，流域平均总降雨量为1028.5mm，相应产流量为6.67亿m³。折合净雨为915mm，一次总雨量的径流系数为0.89。而最大也是最后一场降雨在7日16时至8日8时，流域平均雨量为492.7mm，相应产流量为3.68亿m³，折合净雨为484mm，这场暴雨的径流系数高达0.98。每小时稳渗不足1mm。

洪河石漫滩水库以上流域，控制面积为233km²，1975年8月4日8时至8月8日流域平均雨量为1074.4mm，相应产流量为21亿m³，折合净雨为914mm，一次总降雨径流系数为0.85。而最大也是最后一场降雨在7日20时到8日8时，流域平均雨量360.7mm，相应产流量为0.822亿m³，折合净雨量为358mm，这场暴雨径流系数为0.99，入渗量极微。

由于计算流域平均雨量及水库水位反推入流都存在误差，这个水库以上流域，后一场暴雨无论用扣稳渗（大致在1mm/h以下）或用降雨径流关系作45°外延，其误差较之求可能最大降水误差肯定小很多，资料证明在最大可能降水条件下计算产流，其误差易于控制。

在与洪、汝河流域下垫面条件出入很大的流域，或是流域内没有实测的大暴雨洪水资料，产流计算的误差可能要大些，但占可能最大降水量的百分数仍然是不大的。

3.从实验流域资料分析在可能最大降水条件下的产流计算误差

一个天然流域往往既有山丘区又有平原；既有不同植被的自然荒坡又有种作物的农田，它们的产流机制是各不相同的。实践证明，具有团粒结构耕作层的农田，如果畦埂良好，除非下很大的暴雨使田间积水漫过畦埂外，一般不产流，其产流条件受控于田间蓄水能力（畦埂高度），而与雨率及入渗率关系都不密切，这是一种特殊的产流形式；在荒山坡地，当满足植物截留及洼地积水后，雨率大于入渗率是产流条件，但不同的下垫面特性，其入渗条件有显著差异。兹举两个实验流域为例，看不同下垫面对可能最大降水条件下的产流计算有什么影响。

（1）浙江姜湾实验区，基岩为风化极强的流纹岩，节理发育有断层，风化土层约0.3～0.6m，颗粒松散，空隙率达60%，地面坡度在30°以上。这流域不仅入渗率很大，裂隙渗水也很大，一般雨率不易产流，故当雨水使表层土层达到田间持水量后，入渗雨水除部分继续由裂隙流走外，大部变成壤中流；在坡脚溢出时为小沟所截，又可转化为地面径流；如溢出处仍为荒坡，当该地该时雨率小于入渗率时，则又可渗入地面以下，再次变为壤中流。汛期中前期土壤含水量常接近田间持水量，因而初损很小，稳渗的变动范围也很小；这样的流域可以认为在可能最大降水条件下的产流计算误差是极有把握控制在很小的百分数之内的。

（2）陕北黄龙实验站，属于黄土高原沟壑区，在接近水平的基岩上覆以深厚的第四纪黄土，实验小区内森林覆盖率达67%，土质松散，根孔密布，土壤透水性很强，但地下水埋深较深。采用电测土壤水分仪测定表层土壤含水量及入渗锋面，在河槽段加了壤中流观测。发现7、8月份土壤含水量较低时，壤中流不明显。而当9月霪雨期，壤中流较为明显，不可忽视。通过天然及人工降雨的观测资料分析，发现各次降雨产流时的土壤入渗峰面的深度仅限于极薄的土壤表层。河谷草地不过5～10cm，在透水性很强的森林土壤，也不过20～30cm，可以推想开始产流时刻的入渗锋面尚可小于此值。初损（产流前）历时与初损量随雨率而变，较之土壤前期含水量大小更为明显。雨率愈大，产流前所需满足的饱和差愈小，入渗锋面到达的深度愈小，所以在可能最大降雨条件下的损失可根据雨率进行估算，一般不会大于长历时低强度降水的损失。

以上举的两个实验流域分别位于湿润和干旱区，说明在可能最大降水条件下的产流计算都可以用简单的扣损办法而不致有大的误差。

三、流域汇流计算

1.对非线性汇流的看法

实测的流域出口断面的水位～流速关系曲线在最高水位部分常为常量，而在中、低水位时则随水位而变化（图1）。

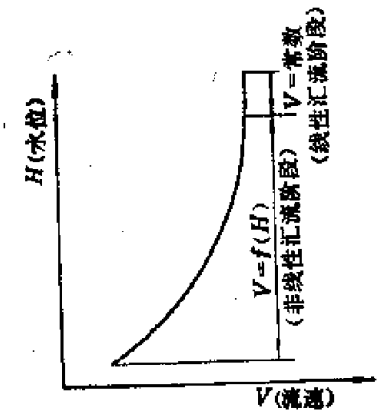


图 1 出口断面的水位～流速关系曲线

这是个十分重要的信息，有助于我们对在可能最大降水条件下汇流的非线性问题作出判断。现从理论上作论证如下：

设 $$W=KQ^n \qquad (1)$$

式中 W为河槽蓄量；Q为断面流量；K为时间因子系数；n为指数（非线性指标）。

又 $$Q=VA \qquad (2)$$

式中 A为断面面积；V为断面平均流速。

则 $$\frac{dQ}{dA}=u=V+A\frac{dV}{dA} \qquad (3)$$

式中 u为波速。

对式（1）微分：

$$dw=Ldl.A=KnQ^{n-1}dQ \qquad (4)$$

$$\frac{dw}{dQ}=\tau=KnQ^{n-1} \qquad (5)$$

式中 L为河段长；τ为河段洪水波汇流历时。

故 $$\tau=L/u \qquad (6)$$

当高水位时，断面平均流速V趋于常数，即$V=$常数，故$\frac{dV}{dA}=0$，$u=V=$常数。

因$\tau=L/V=$常数，故为线性汇流，$n=1$，$\tau=K$。

当中、低水位时，流速V随水深H而变，故$dV/dA\neq 0$，反而是非线性汇流。

在该条件下，设$W=\tau_Q Q$，则

$$\tau_Q=\frac{W}{Q}=\frac{KQ^n}{Q}=\frac{nKQ^{n-1}}{n}=\frac{1}{n}\tau \qquad (7)$$

$n\neq 1$，在实际计算中采用变化的τ_Q，就是处理非线性影响。

2.从“75.8”两场特大洪水看可能最大降水条件下的非线性影响

表 1 时 段 单 位 线

时段数 (t=1小时)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
单位线纵高 (m^3/s)	960	520	280	140	80	50	40	30	20	11	5	3	1

板桥水库以上流域从8月5日18时至6日3时降雨产生的第一场洪水分析出来的单位线为表1，用之推算8月7日17时至8日5时净雨产生的第二次洪峰，经用实测库水位反推的流量对照，涨洪段基本符合，其成果如表2。由此可见，第二场洪水汇流计算未作非线性处理，但成果相当满意。

对此两场洪水的1、2小时的降雨及净雨列如表3。

表 2

时　　间	7日17:30	7日18:30	7日19:30	7日20:30	7日21:30	7日22:30
由5日单位线推算入库流量 (m^3/s)	3660	5710	8390	9990	11540	12780
由库水位反推入库流量 (m^3/s)	3570	5390	8370	10480	11000	12400

表 3

降雨或净雨量 (mm)	最大1小时降雨 (mm)	最大2小时降雨 (mm)	最大1小时净雨 (mm)	最大2小时净雨 (mm)	二场洪水最大1小时降雨比	二场洪水最大2小时降雨比
第一场洪水 (5日18时～6日3时)	56.8	102.4	49.3	90.2	1	1
第二场洪水 (7日17时～8日5时)	70.5	135.1	56.8	102.4	1.24	1.32

从表3可见两场洪水净雨量相差约30%左右，用线性汇流计算的洪水过程相当满意。而可能最大降水比“75.8”实际降水还要大30%，可以推论同样可以用线性汇流来进行计算。

四、结　　论

因为没有实测的相当于可能最大降水量级的暴雨洪水资料，只能用理论推导和实测的特大暴雨洪水资料来加以论证。

从以上分析，可以认为在可能最大降水条件下的产流计算无论是在湿润区还是干旱区都可以用较简单的扣损方法，其误差比之可能最大降水本身的误差要小得多。如果流域内有两次大洪水，并证明其已达到线性汇流的高水段，就可以用这种线性单位线去计算可能最大洪水过程，其成果比用中、低洪水阶段分析出来的非线性汇流指标一直外延到计算可能最大洪水过程更有把握。

流域汇流计算的分散模式*

陈诚坤 崔信民

一、引 言

在研究暴雨径流的流域，通常大部分地区属山区或半山区，主干河道坡降较大。经验表明，在这样的地区，洪水进入主干河道之后，主要是洪水波的位移，而蜂形变化相对较小。因此，可以认为由净雨转化为洪水的过程，主要的调蓄作用发生在流域的坡面上，进入主干河道之后可视为运动波。从这一概念出发，如果我们把一个流域看作线性系统，并根据其汇流特性划分为m个等流时块，则每个等流时块上的流域坡面被视为n_i个串联的线性水库，而等流时块间的主干河道被当作m个相串联的线性渠道。实际上，主干河道的线性渠道可以同时存在调蓄与位移两个作用，目前只是为了计算方便，才略而不计主干河道的调蓄作用，而只考虑位移作用而已。下面我们将按上述概念来建立计算模式。

二、流域汇流计算的基本公式

设第i块等流时面积为F_i，该面上的净雨深过程为$X_i(t)$。因此，第i块的输入过程为$F_iX_i(t)$。假设这个输入量从每个等流时块的流域坡面的顶端输入，经过n_i个线性水库调蓄之后，作为区间入流由相应的主干河段的上端注入，如图1所示。

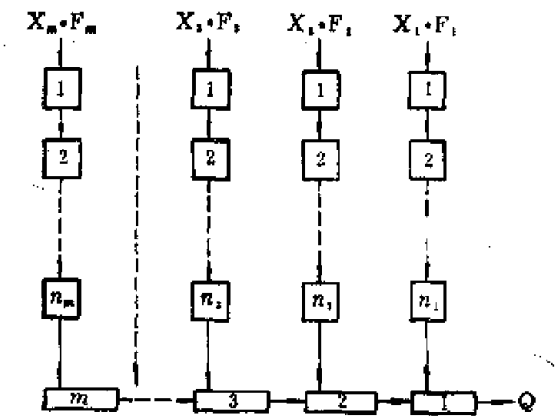


图 1 分散输入模式

今设第i块等流时面上第j个线性水库的滞时为$K_{i,j}$，每个主干河段的传播时间均为τ。根据上面提出的概念，$F_iX_i(t)$在流域面上调蓄之后，在主干河道尚需位移$i\tau$时段到达流域出口断面。这相当于$F_iX_i(t)$对出口断面的作用时间延迟了$i\tau$时段。于是输入$F_iX_i(t)$与出口断面的输出响应$Q_i(t)$满足如下微分方程：

$$\prod_{j=1}^{n_i}(1+K_{i,j}D)Q_i(t)=F_iX_i(t-i\tau) \qquad i=1,2,3,\cdots,m;\quad j=1,2,3,\cdots,n_i \quad (1)$$

设在初始时刻$Q_i(0)=Q_{i,0}$，$Q_i'(0)=Q_i''(0)=\cdots=Q_i^{(n_i-1)}(0)=0$，由卷积定理得

*本文写于1983年3月，修改于1986年5月。

$$Q_i(t)=\int_0^t g_i(\xi-i\tau)\cdot F_i\cdot X_i(t-\xi)\,d\xi+Q_{i0}\left[1-\int_0^t g_i(\xi)d\xi\right]$$

按照线性叠加原则，出口断面的总流量$Q(t)$为各等流时块的输入量在出口断面的输出响应之和，即

$$Q(t)=Q_1(t)+Q_2(t)+\cdots+Q_m(t)$$

$$Q_0=Q_{1,0}+Q_{2,0}+\cdots+Q_{m,0}$$

所以
$$Q(t)=\sum_{i=1}^{m}\int_0^t g_i(\xi-i\tau)\cdot F_i X_i(t-\xi)\,d\xi+\left[Q_0-\sum_{i=1}^{m}Q_{0,i}\int_0^t g_i(\xi)\,d\xi\right] \qquad (2)$$

式中 $g_i(\xi-i\tau)$为核函数，它取决于各等流时块面上的调蓄特性n_i、K_i以及距出口断面的远近$i\tau$。此式即流域汇流计算的一般卷积公式。右边第一项为净雨形成的地面径流过程，第二项为前期底水形成的退水过程。鉴于前期底水通常用退水分割另作处理，因此，下面我们将只讨论净雨形成的部分。仍以$Q(t)$表示之，于是：

$$Q(t)=\sum_{i=1}^{m}\int_0^t g_i(\xi-i\tau)F_i\cdot X_i(t-\xi)d\xi$$

鉴于零初始条件下的脉冲响应函数$u(t)$在数值上等于核函数[1]，因此，上式又可写为

$$Q(t)=\sum_{i=1}^{m}\int_0^t u_i(\xi-i\tau)F_i\cdot X_i(t-\xi)d\xi$$

令流域平均净雨深为$X(t)$，全流域面积为F，则$X(t)=\sum_{i=1}^{m}F_i\cdot X_i(t)/F$。

又设
$$\omega_i(t)=F_i\cdot X_i(t)/[X(t)\cdot F]$$

于是上式可写为：

$$Q(t)=\int_0^t\sum_{i=1}^{m}\omega_i(t-\xi)u_i(\xi-i\tau)\cdot F\cdot X(t-\xi)d\xi$$

若令：
$$u(t,\ \xi)=\sum_{i=1}^{m}\omega_i(t-\xi)\cdot u_i(\xi-i\tau) \qquad (3)$$

则
$$Q(t)=\int_0^t u(t,\ \xi)\cdot F\cdot X(t-\xi)d\xi \qquad (4)$$

上式与常用的汇流计算公式形式相仿，但式中流域瞬时单位线$u(t,\ \xi)$系按式(3)由各等流时块的瞬时单位线$u_i(\xi-i\tau)$加权叠加而成。$\omega_i(t-\xi)$称为各等流时块的水量权。前面已述，各等流时块上的瞬时单位线的数值等于反映等流时块调蓄特性的核函数，因此，对于某一等流时块，它的瞬时单位线$u_i(\xi-i\tau)$将只有固定一条，是时不变的。但由于$X_i(t)$、$\omega_i(t-\xi)$随时间t而变，各$u_i(\xi_i-i\tau)$按雨量加权叠加所得的流域瞬时单位线$u(t,\ \xi)$将是时变的。也即在汇流过程中流域瞬时单位线不是固定一条，它随降水的时空变化呈无数条。在实际计算中，净雨过程常采用离散形式，并被划分为P个时段，则流域瞬时单位线也将相应地为P条。

在图1所示条件下可以证得：

$$u(t,\xi)=\sum_{i=1}^{m}\omega_i(t-\xi)\sum_{j=1}^{n_i}K_{ij}^{(n_i-1)}\Big/\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n_i}(K_{ij}-K_{ik})(1/K_{ij})e^{-(\xi-(\tau)/K_{ij}}$$

此式为图 1 所示分散输入情况下流域汇流瞬时单位线的一般表达式。原则上只要K_{ij}、n_i、τ已知，即可求出$u(t,\xi)$。但在实际应用中，确定参数n_i，K_{ij}是十分困难的，为此需进行一定简化。今设各等流时块上的n_i个线性水库的调蓄能力相等，即令

$$K_{i,1}=K_{i,2}=\cdots=K_{i,n_i}=K_i$$

此时流域瞬时单位线简化为

$$u(t,\xi)=\sum_{i=1}^{m}\frac{\omega_i(t-\xi)}{K_i\Gamma(n_i)}\left(\frac{\xi-i\tau}{K_i}\right)^{n_i-1}e^{-\frac{(\xi-i\tau)}{K_i}} \qquad (5)$$

上式表明每个等流时块的调蓄能力（n_i，K_i）各不相同，当然是比较理想的计算模式，但在目前要确定 2 m个参数，仍是比较困难的。这里再作一次简化，即设各等流时块的调蓄能力彼此相等，也即令

$$K_1=K_2=\cdots=K_i=\cdots K_m=K$$

$$n_1=n_2=\cdots=n_i=\cdots=n_m=n$$

于是式（ 5 ）简化为

$$u(t,\ \xi)=\sum_{i=1}^{m}\frac{\omega_i(t-\xi)}{K\Gamma(n)}\left(\frac{\xi-i\tau}{K}\right)^{n-1}\times e^{-\left(\frac{\xi-i\tau}{K}\right)} \qquad (6)$$

上式即为我们用于汇流计算的流域瞬时单位线的具体表达式。经过上述二次简化，使得各等流时块的调蓄特性均以相同的纳希瞬时单位线表达，式（ 6 ）求得的流域瞬时单位线实质上是由m条相同的纳希瞬时单位线，按雨量加权并推移到流域出口处叠加而成。但由于降水的时空变化，故对应于每一时段，叠加所得的流域瞬时单位线仍将是各不相同。

十分明显，当等流时块数$m=1$，上式即为移滞纳希瞬时单位线[2]。

三、水量权及汇流参数计算

前面我们曾定义水量权为

$$\omega_i(t)=F_iX_i(t)/[FX(t)] \qquad (7)$$

式中 F、$X(t)$为全流域面积及其平均雨深；F_i、$X_i(t)$为第i块等流时面积及其平均雨深。因此

$$F\cdot X(t)=\sum_{i=1}^{m}F_i\cdot X_i(t) \qquad (8)$$

众所周知，计算每个等流时块上的平均雨深$X_i(t)$是很费事的，特别是用绘制等雨深线法求各等流时块上的平均雨深。为便于编制电算程序，这次我们采用泰森多边形与等流时线相结合的方法来计算$F_i\cdot X_i(t)$。设某流域的等流时线及泰森多边形如图 2 所示。

图中虚线为泰森多边形，弧线为等流时线。设全流域划分为m个等流时块，计有a，b，c，d，e，f等雨量站。于是：

$$
\begin{aligned}
F_1X_1(t)&=F_{11}X_c+F_{12}X_a+F_{13}X_b\\
F_2X_2(t)&=F_{21}X_c+F_{22}X_b\\
F_3X_3(t)&=F_{31}X_c+F_{32}X_b+F_{33}X_d\\
&\cdots\cdots\\
F_mX_m(t)&=F_{m1}X_e+F_{m2}X_f
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

上列诸式中X_a、X_b、X_c…为各雨量站的时段净雨过程，若无分站净雨时，也可用各站时段毛雨近似地代替，从而求出$\omega_i(t)$的近似值。式(9)仅是作为例子，说明$F_iX_i(t)$的计算方法。对于其他流域，由于雨量站及等流时块数量不同，$F_i\cdot X_i(t)$算式右侧的项数会有所增减，但只要给出类似于式(9)的计算式，即可按我们编制的电算程序，由计算机完成全部计算。

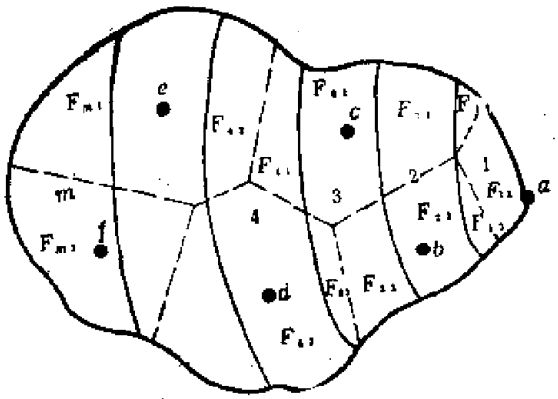


图 2 等流时块平均雨深计算示意图

关于等流时线的绘制，本文建议采用考虑沿程波速可变的方法。按水力学方法或水文学方法先求出流域汇流时间τ_{max}，则各等流时块内主干河道的传播时间

$$\tau=\tau_{max}/m$$

通常一个流域内，上游的坡降大于下游的坡降，因此，洪水传播速度沿程逐渐减小。为简单起见，设沿程各点的波速c与该点到出口断面距离L成线性关系，即

$$c=\overline{c}+K(l-L/2) \qquad (10)$$

式中 $\overline{c}$为流域平均波速；$\overline{c}=L/\tau_{max}$；$L$为流域长。当$l=L/2$，则$c=\overline{c}$；当$l>L/2$，则$c>\overline{c}$；反之$l<L/2$，则$c<\overline{c}$。又因

$$\tau=\frac{l_1-l_0}{c_1}=\frac{l_2-l_1}{c_2}=\cdots=\frac{l_m-l_{m-1}}{c_m}=\frac{L}{m\overline{c}}$$

式中 c_1，c_2，…，c_m为各等流时块的波速；l_0、l_1、…、l_m为各等流时线到出口断面的距离，其中$l_0=0$，$l_m=L$。将式(10)代入上式得：

$$l_i=\frac{\tau(\overline{c}-KL/2)+l_{i-1}}{1-\tau K} \qquad (11)$$

若根据水力因素或水文资料可求得沿程若干地点的波速，从而按式(10)定出K值，即可由式(11)分别求出l_1、l_2……、l_{m-1}，绘出不等间距的等流时线。若无足够资料求出沿程若干地点的波速，则可按下述方法求K。反复应用式(11)由l_0逐段推出：

$$l_m=\alpha\sum_{i=0}^{m-1}\beta^i \qquad (12)$$

式中 $\alpha=\frac{\tau(\overline{c}-KL/2)}{1-\tau K}$，$\beta=\frac{1}{1-\tau K}$，$l_m=L$

只要L，τ_{max}已知，给定等流时块数m，即可由式(12)试算解得K值。

在量出各雨量站在某一等流时块中所占的面积F_{ij}之后，即可推求汇流参数m、K。由前

述，本文采用式（6）所示的流域瞬时单位线进行汇流计算，当净雨过程划分为P个时段，则相应有P条流域瞬时单位线。显然将式（6）用于求n、K的值比较困难，为了便于用矩法计算，这时水量权$\omega_i(t)$用各站次净雨（或次毛雨）总量计算，即取$\omega_i(t)=\omega_i$，这样流域瞬时单位线对应于一次降水将只有一条。于是式（6）化为

$$u(\xi)=\sum_{i=1}^{m}\frac{\omega_i}{K\Gamma(n)}\left(\frac{\xi-i\tau}{K}\right)^{n-1}\times e^{-\left(\frac{\xi-i\tau}{K}\right)} \qquad (13)$$

上式仍粗略地考虑了降雨的空间分布不均性对流域瞬时单位线的影响。由此式用矩法可求得n、K。当参数τ未知时，还可求出τ值，但计算结果往往出现一些不合理的现象，故未采用。

四、计算程序及算例分析

根据上述讨论，我们应用式（4）、（6）进行汇流计算，式（7）、（8）、（9）计算水量权，用矩法计算汇流参数，并用FORTRAN语言编制了电算程序，程序中含有用逐步搜索法优选n、K的过程体。所谓逐步搜索法即参照矩法求出的n、K值，给定n、K优选范围及计算步长，计算优选范围内每个网格点上的出流过程，找出最优区。之后，给定更小的计算步长，进一步找出更小的最优区。直至计算步长达到允许的计算精度。

用该程序对宋庄、芦庄、栾川三个小流域（其中宋庄为特小流域）13次洪水进行了验算，计算成果详见表1～3。表中主要对洪峰流量及峰现时间作了误差评定。径流过程的配

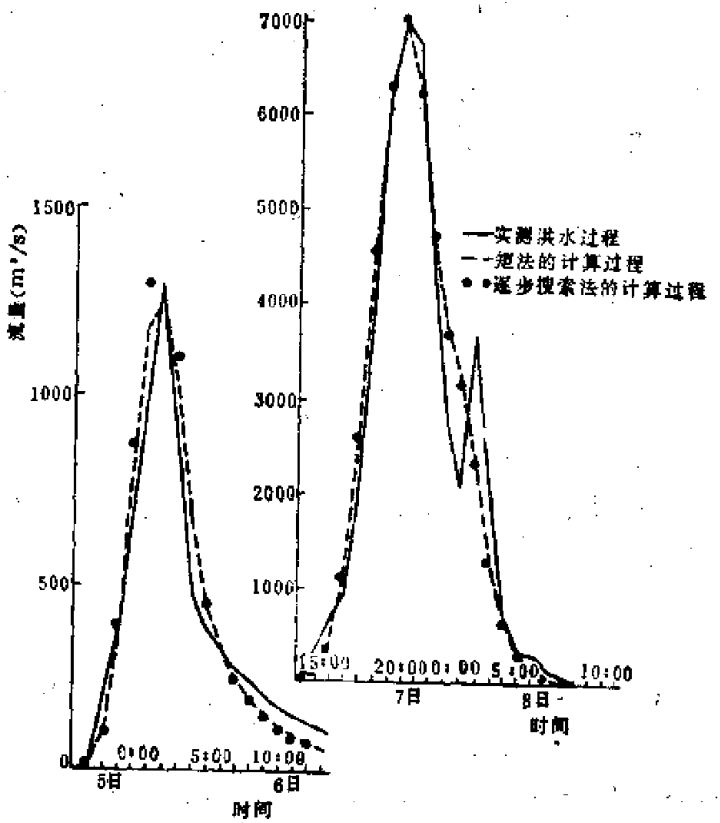


图3 芦庄75805、75807洪水计算与实测过程线对照图

合情况尚好，为节省篇幅仅列出芦庄实测过程与计算过程的对照情况，见图 3 。

由于在我们建议的 n、K 计算公式中考虑了各等流时块的降雨权重，因此，可以认为在用流域降水径流资料推求 n、K 的计算过程中已经消除了降水空间分布不均性的干扰，从而可以期望表 1 ～ 3 中所列 n、K 的值能够反映出等流时块的地理特性。

表 1　　清水河　宋庄站

$F=43.94\text{km}^2$，　$L=19.3\text{km}$，　$m=4$，　$\tau=0.5\text{h}$，　$\bar{c}=2.68\text{m/s}$

实测					计算				时差	峰差	n	K	nK
年	月	日	时	Q_M	月	日	时	Q_M	(h)	(%)			
1965	7	2	24:00	132	7	3	0:30	135	+0.5	+2.0	0.272	5.089	1.384
	7	8	13:00	238	7	8	13:30	238	+0.5	0	0.169	5.661	0.957
	7	9	15:30	124	7	9	16:30	147	+1.0	+18.5	0.280	3.585	1.004
	7	10	2:30	963	7	10	2:30	717	0	−25.5	0.120	4.427	0.531
	7	14	2:00	339	7	14	2:00	352	0	+3.8	0.230	5.730	1.318

表 2　　滹头河　芦庄站

$F=399\text{km}^2$，　$L=36.5\text{km}$，　$m=5$，　$\tau=1.0\text{h}$，　$\bar{c}=2.03\text{m/s}$

实测					参数求法	计算	时差	峰差	n	K	nK
年	月	日	时	Q_M		Q_M	(h)	(%)			
1975	3	6	1:00	1300	矩　法	1257	0	−3.3	0.483	6.259	3.023
					逐步搜索法	1384	0	+6.5	0.453	6.259	2.835
		7	20:00	7000	矩　法	6905	0	−0.5	0.050	5.740	0.287
					逐步搜索法	7061	0	+0.9	0.031	5.790	0.179

表 3　　伊河　栾川站

$F=340\text{km}^2$，　$L=36.5\text{km}$，　$\bar{c}=1.39\text{m/s}$

洪水	实测	计算峰差(%)			n			K			nK		
编号	Q_M	$m=1$	$m=3$	$m=4$	$m=1$	$m=3$	$m=4$	$m=1$	$m=3$	$m=4$	$m=1$	$m=3$	$m=4$
63831	125	+76.9	+27.6	+20.0	0.455	0.398	0.270	17.65	18.72	22.59	8.03	7.45	6.10
64104	161	−13.8	−12.8	−6.3	1.270	1.204	1.013	12.20	12.46	13.52	15.50	15.00	13.69
66722	477	+67.7	+13.4	+7.3	0.453	0.369	0.212	13.87	15.18	19.89	6.28	5.60	4.22
67712	237	+70.9	+33.3	+26.2	0.419	0.366	0.219	14.08	14.85	19.01	5.90	5.43	4.16
75726	62.5	−0.4	−3.2	+16.1	0.763	0.676	0.527	17.19	18.20	20.57	13.12	12.30	10.84
75808	493	−20.6	−25.5	−22.7	0.679	0.624	0.488	17.13	17.77	20.02	11.63	11.09	9.77

由分析表列数据可见，在等流时块数 m 一定的情况下，各流域的等流时块的调蓄滞时 K 的变差相对值，远小于坡面的线性水库数 n 的变差相对值。大体上，各流域的 K 值稳定在某一

均值附近。比较表 1 与表 3 中$m=4$的计算结果，可以看出在等流时块面积相近的情况下，$\bar{c}$值大的流域，平均的K值小，这显然是合理的。考虑到我们求出的K值在各流域大体稳定，我们参照文献[3]分析方法，用表 1 资料点绘了宋庄流域主雨峰净雨强I与n值相关图（图 4）。初步表明n值的变化与主雨峰净雨强有关，即主峰雨强越大，n值越小。

为了进一步分析我们所建议的模式能否改善汇流计算，求得的n、K值能否反映出等流时块的地理特性，我们曾把伊河栾川以上流域的等流时块数m从四块改成三块、一块，分别计算相应的n、K及其洪水过程，成果对照列于表 3。由表可见，随着m的增加，计算过程的精度将随之提高，这说明采用分块汇流计算模式，适当增加等流时线数，是可以提高精度的。从表 3 还可看出，n、K的乘积随m减小而增大。通常认为，nK反映了瞬时单位线的滞时，因此，在一定流域，当m减小则等流时块的面积将随之加大，相应地瞬时单位线的滞时nK也增大，显然是合理的。进一步分析表明，nK与m成反变关系主要是由于n值随m减小而增大造成的。n与m成反变关系，说明等流时块的面积越小，n值越小，相应的瞬时单位线也越陡峻，这也是合理的。

需要指出，上述分析均依据由矩法求出的n、K而算得的出流过程。表 2 列出了用逐步搜索法优选n、K的计算成果，洪水过程对照列于图 3。结果表明，用矩法和逐步搜索法求出的洪水过程，两者精度大体相近。

最后还要指出，由于我们将一个流域划分为m个等流时块，因此，求出的值一般都小于 1.0。这表明坡面线性水库数通常不是一个，各等流时块上的单位线都十分陡峻。但经过m条单位线错时段叠加后得到的流域单位线，就变得平坦多了。对比实例见图 5。

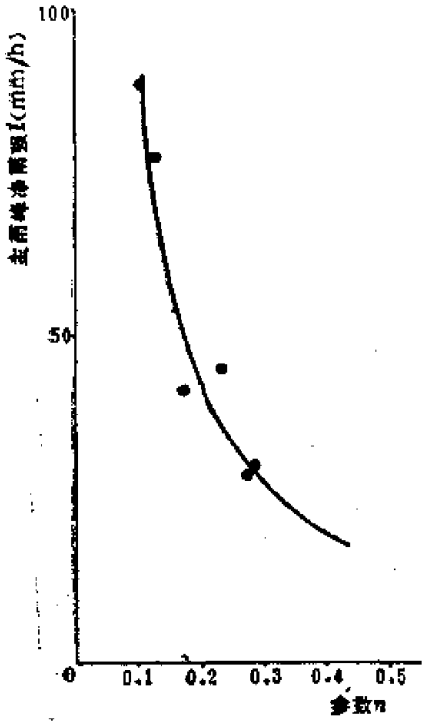


图 4 宋庄n-I关系线

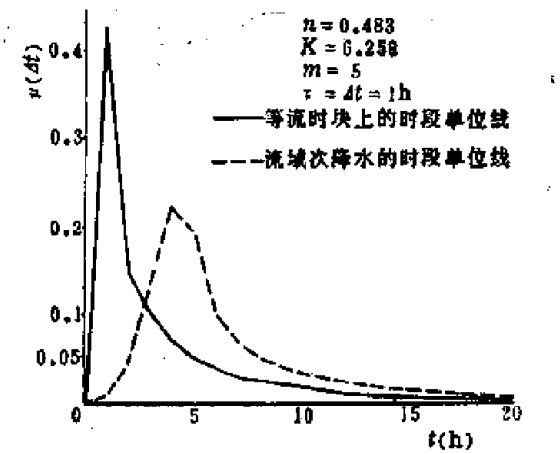


图 5 芦庄75805洪水时段单位线

总的说来，从上列计算成果初步看出了我们所采用的分散汇流模式的优点及n、K变化的一些趋势。当然，这些变化趋势的定量化及地区综合，尚需用更多的流域资料作进一步分析验算。

参 考 文 献

[1] 南京工学院，积分变换，人民教育出版社，1978。
[2] 华士乾、文康，论流域汇流的数学模型，本论文集。
[3] 张恭肃、黄守信等，小流域单位线的非线性分析，水利学报，1981，6。

关于确定性水文数学模型的几个问题*

文 康

自从1851年莫汶尼（Mulvany）提出合理化公式$Q=c_iA$之后，确定性水文数学模型有了很大的发展。有代表性的如舒曼（Sheraman 1932）单位线，霍顿（Horton 1935）下渗公式，林斯雷（Linsley 1949）等暴雨径流五变数相关图（API模型）。五十年代后期，随着电子计算机的发展及其在水文领域内的应用，多参数、复杂的概念性模型大量涌现，如SSARR, Stanford Ⅳ, Tank, Sacramento, ……等模型。

确定性水文数学模型（以下简称水文模型）在水文计算与水文预报等领域内发挥了很好的作用，目前仍在发展中。但是，随着水文模型的广泛应用，也产生了一些问题，国内外对水文模型的看法不尽相同。七十年代初，世界气象组织(WMO)对流域模型进行了一次世界性的对比，1980年在英国牛津召开的国际水文预报学术讨论会以及1981年在美国密西西比大学召开的国际降雨径流模型学术讨论会上，不少水文学者都对水文模型发表了各自的看法。笔者拟结合国内外部分观点谈谈对水文模型的特性、功能和局限性等方面的认识。

一、世界气象组织（WMO）关于世界性水文模型对比检验的概况[1]

据不完全统计，到六十年代末，全世界已大约建立了二百多个流域模型。模型参数多寡不等，模型结构繁简不一。模型的作者们一般都认为自己的模型可以模拟降雨径流过程，但是，新模型仍旧不断地出现，这种局面引起了全世界水文学者的关注。1967年，在澳大利亚举行的国际水文预报学术讨论会上，水文专家们提议就降雨径流模型在世界范围内作一次检验对比。WMO采纳了这个建议，并决定从7个国家选出10个模型，从6个国家挑出6个流域。10个模型是：

CBM模型（澳大利亚气象局）——模型的输入是降雨，用修正的前期雨量指数(API)决定初损，用损失率计算净雨，用单位线求洪水。

Tank I模型（日本水箱I号模型）——亦称串联水箱模型。模型设想流域为串联的水箱，箱底有一排水孔，箱的一侧，高于箱底的某处有一个或n个排水孔。降雨进入最上面一个水箱，经底孔排入下一个水箱，并从侧孔排入河道。串联水箱代表不同的土壤蓄水层。

Tank II模型（日本水箱II号模型）——这是一种混合型Tank模型，适用于干旱与半干旱地区。模型包括两个以上的Tank I模型，并排成列。每列水箱的出流流入邻近一列水箱，最后一列水箱的出流注入河道。每一列水箱代表流域一个分区，最下面的一列水箱代表

*本文于1982年完成，1985年5月修改，本文承蒙华士乾同志提出重要修改意见，谨致谢意。

最靠近河道的一区。

IMH模型（罗马尼亚洪水预报模型）——设想流域由两个水库构成，代表土壤上下两层，按水量平衡计算后得到净雨，并用两参数Γ函数单位线推求洪水过程。

HMC模型（苏联水文气象研究中心）——输入包括降水和一些别的气象要素，用模拟蒸发和下渗的数学公式求得地表与地下基流，并分别用Γ函数推求出流过程。

Girard模型（法国）——是一种分散参数模型，数学公式是线性的，包括由模型参数确定排水槛和排水率。

CLS模型（意大利约束性线性系统）——是一种具有约束的、用二次规划估算约束性参数的模型，用一组核函数计算出流过程。

NWSH模型(美国天气局)——是修正过的Stanford模型，输入是降水和蒸发。模型设想把降水蓄存在叶截和土壤等4个蓄水区中，用一种分配曲线模拟流域特征和水文条件在流域上的变化。输出径流有4种水源，合并后经过可变的调蓄水库，演算成出流过程。

SRFCH模型（美国萨克曼托河流预报中心）——亦称Sacramento模型，模型把土壤设想成具有张力水与自由水两部分，并划分成上下两层。用一个渗透函数把自由水从上层转化到下层，并用以控制水在土壤各部分的流动以及在地面的流动。流域的输入是蒸散发和降水，模型参数是集中式的，输出有5种径流。

SSARR模型（美国流量综合与水库调节模型）——用水量平衡方法计算三种径流，输入是降水和蒸发。

6个流域是：美国的乌溪（2344km²），地面起伏，气候湿润，河水涨落迅猛。苏联的比金河（12100km²），山区性，有95%的森林，气候湿润，仅6～9月有观测记录。澳大利亚的乌隆比河（1580km²），有森林和草原，河流经常干涸，属半干旱地区。日本的克如河（1445km²），山区性，气候湿润，雨量丰富，河水涨落迅猛。喀麦隆的萨拉加河（131500km²），有森林和草地，气候湿润，具有热带和赤道的特点，虽然降雨有季节性，但径流的季节变化却很小，流域槽蓄量大，流域响应迟缓。泰国的兰姆河（104000km²），气候湿润，有季风影响。

从以上简介可以大致看出，10个模型的结构有很大差异，模拟降雨径流过程的途径很不相同，6个流域代表了广泛的水文气象条件。因此，WMO认为，用这些模型和流域资料进行模型对比检验，得出的结论可能具有普遍的实用性。

每个流域提供8年资料，其中6年供给模型作者调试模型参数，余2年保留在WMO，供检验模型用。模型作者将调试好的模型参数和模拟成果统统送交WMO。1974年初，WMO在接到全部模拟成果后，委托瑞士苏黎世联合技术研究所统一进行检验对比。负责此项工作的是雷叶夫（F.Neaf）博士。1974年7月，WMO研究了对比结果，为便于说明，将参予比较的模型分成三类：第一类为显式计算土壤含水量的模型，如NWS、SSARR、SRFCH、HMC、Girard等；第二类为隐式计算土壤含水量的模型，如Tank I、II；第三类为系统途径模型，如CLS、IMH、CBM.检验对比的主要结论如下：

（1）如果流域处于湿润地区，就不必过于挑选模型，因为，对于这样的流域，简单模型与复杂模型可以取得同样好的效果。但是，对于干旱与半干旱地区的流域，就需仔细选择模型了。

（2）一般来说，在久旱之中与久旱之后，计算土壤含水量的模型能较好地模拟河川径流。

（3）象Tank那种不直接计算土壤含水量的模型，对于流域大小和自然地理特征、气候条件等都具有更好的适应能力与弹性。

（4）在建立模型时，如果资料条件不好，则隐式计算土壤含水量的模型，特别是系统途径模型，有可能具有更好的处理这种缺陷的能力，因而较之计算土壤含水量的模型可能给出更好的预报结果。

1980年，雷叶夫博士出席了在英国牛津召开的国际水文预报学术讨论会，并发表了题为《我们今天能够模拟降雨径流过程吗？》[1]的论文，作者根据WMO关于模型检验对比分析成果以及他本人的研究，对模型发表了令人注目的见解。

雷叶夫开门见山地指出："在过去的20年里，已经发表了许多降雨径流模型，正如模型作者们所说，模型都得到满意的结果；但是，既然成果都这样好，为什么新模型仍然层出不穷呢？为什么单位线仍得到广泛应用并已快度过其五十'寿辰'呢？"他明确地提出以下观点：

（1）很简单的模型也能描述大部分流量的变化，任何模型都有几次洪水模拟得不好。他以一个很小的流域资料所做的分析作为例子来说明：把降水直接当作流量，模拟误差当然最大，计算值与实测值误差的变差变数C_v为3.6；适当考虑一下径流系数，C_v减至1.6；用一个仅有两个参数的简单模型，C_v从1.6减至0.74；这时，若再多考虑一些因素，收效并不大，即使采用复杂的Sacramento模型，C_v仍有0.62，而且有几次洪水还不如简单模型模拟得好。

（2）无论采用什么模型，总能找到若干次模拟误差很大的洪水。

（3）在描述径流过程方面，很难证明概念性流域模型一定优于简单模型。雷叶夫利用WMO检验资料来阐明这一观点（表1）。

表1 三个流域模拟成果表

模型	对比项目 / 对比流域 / 计算期	日平均流量			日平均流量的月最大值		
		乌隆比	克如	萨拉加	乌隆比	克如	萨拉加
Sacramento (SRFCH)	调试期	1.9	0.54	0.14	9.1	2.3	0.21
	验证期	4.3	0.56	0.22	24.0	2.1	0.36
CLS	调试期	2.8	0.47	0.17	11.0	1.3	0.26
	验证期	3.5	0.87	0.23	12.0	3.1	0.40

由表1可知，在最大的萨拉加流域，两个模型模拟的结果相仿。值得注意的是，由于计算机的限制，CLS模型采用的是两天的平均流量。两个模型的结构差异很大，SRFCH有20个参数，主要用以计算下渗、滞蓄、蒸散发损失；而CLS在计算净雨时只需确定一个"门槛"值和两个径流系数（分别用于干旱与湿润土壤）。在克如流域，SRFCH模型的模拟成果较好。但是必须指出，由于资料条件的限制，两个模型采用的调试期不同，SRFCH用了

6年，CLS只用了2.5年。在乌隆比流域，SRFCH在调试期内的模拟成果优于CLS；但在验证期，SRFCH的模拟成果就差了，特别在模拟日平均流量中的月最大值时。显然，SRFCH在调试期不仅模拟了径流过程线，而且调试了资料误差，即所谓的“过适”（Overfitting）。“过适”是很危险的，如果要模拟极值，模型的参数多了，就容易造成“过适”。

同流量的测验误差比较，两个模型的模拟误差都不算大，因此，就以上三个流域来讲，很难判定是哪个模型就好或就坏。

（4）在小流域，绝对误差与相对误差并不一定小于大流域。

雷叶夫的最后结论是：“很简单的模型也可以得到满意的结果，但是，没有一个模型真实地反映了降雨径流过程。此外，不能证明复杂的模型就一定优于简单模型。因此，可以说当前流行的降雨径流模型不能正确地模拟降雨径流过程”。在国外，水文学者认为水文模拟最重要的事件就是WMO关于世界性的模型检验对比。

二、如何看待水文模型

作为地学分支的水文学，其水文现象深受气候、气象以及自然地理因子的影响。在当前的观测条件下，人们既不能很准确地取得水文资料，也不可能获得流域内水循环要素（降水、蒸发、截留、下渗、土壤水、地表及地下径流、槽流等）可靠的时空变化值。因此，水文模型的概化就给水文模型带来了许多不确定因素。华士乾在《水文科学定量计算的发展与问题》[3]一文中，详尽地剖析了关于资料信息、模型结构以及参数调试等方面的不确定因素；英国奥唐奈（O′Donnell）[4]等也发表了类似看法。

建立一个良好的水文模型的困难，不仅仅在于具有以上所述的不确定因素，而且还在于几乎所有的实际流域，只有输入（降水、蒸发）与输出（流域出口流量）这两头的观测资料；而要模拟的却是包括截留、填洼、下渗、土壤含水量、地面径流、壤中流等很难观测的中间项目。在调试参数时，目标函数只能以出口断面的流量为标准，因面在模拟上述那些中间项目时，其可信度也只能以出口断面的总径流过程为佐证，这的确是一大难题。

1980年，奥唐奈在牛津国际水文预报学术讨论会上发表了题为《概念性模型调试参数的可靠性》[4]的论文。作者采用模型结构完全不同的两个流域模型，即Stanford Ⅳ模型与Dawdy-O′Donnell模型，前者34个参数，模拟4种水源，后者13个参数，仅模拟2种水源。奥唐奈把17个气候相似的雨量站资料并接成328年降雨和蒸发系列，并将之输入Stanford Ⅳ模型，生成328年日平均流量系列，作为实测值。然后用Dawdy-O′Donnell模型调试参数。调试期分别选为1、2、3、5、7年，即从328年的输入、输出系列中，分别挑选出包含1、2、3、5、7年的30个样本（即1年30个，2年30个，…），这样，每种调试期都有30组参数。然后，用这30组参数，根据328年的降水、蒸发资料，用Dawdy-O′Donnell模型模拟出30个328年流量系列（每个调试期都是30个328年流量系列）。为了便于比较，采用年老大选样法，从Stanford Ⅳ模型的“实测”328年流量系列中，挑出328个年最大值，用耿贝尔（Gumbel）频率分布曲线，绘成频率曲线，作为标准。同理，把用Dawdy-O′Donnell模型模拟的各种328年流量系列，用同法做成频率曲线，并将各30条线的外包线绘于其旁侧（图

1）。由图1可知，用1年资料调试参数，模拟的成果与“实测”值差异较大；用3年以上资料模拟，结果有所改善；用7年资料调试，模拟成果很满意。这项工作的重要意义在于：两种很不相同的模型，模拟同一个流域，可以得到精度相若的成果。在这种情况下，能够判定

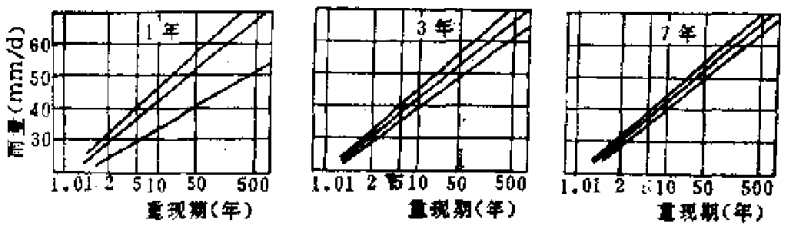


图 1 年最大频率曲线

哪个模型真实地反映了流域的降雨径流过程呢？哪个模型划分的水源符合实际呢？（一个是四种水源，一个是二种水源）。

能否用确定性流域模型分割各层径流？华士乾[4]认为，由于模型结构和参数调试中存在的问题，“以及在调试参数时的唯一检验是总径流过程线，没有分层资料可以提供检验等具体条件，可以认为，现有的概念性模型是不具备这种能力的。”“用模型来分割各层径流，是按各个模型结构的特定条件标出来的，因为没有实测资料，很难说哪个模型计算出来的更接近实际过程。”华士乾1981年访美时，曾同美国专家们讨论过SSARR模型，他们的看法是：“由于水文资料数量和质量的限制以及水文规律内在联系的复杂变化和难以用最理想的数学公式确切表达等原因，要想用一个模型来达到既有坚实的理论基础又能用于各种目的计算是难以做到的。所以目前只能有一个有一定概念基础而又不很复杂，因而不需要十分详细的短时段资料的模型也许反而是合适的。”“计算机上的概念模型总不过是一种工具而已。必须承认，水文学家的理论知识与实践相结合的科学判断是必要的组成部分。”

当然，对于模型也有另一种看法。Stanford模型的设计者之一，著名的水文学家林斯雷（R.K.Linsley）[5]对模型的看法就是充分肯定的。在1981年举行的国际降雨径流模型学术讨论会上，他发表了题为《对降雨径流模型总的看法》的论文，论文对WMO关于模型检验对比的结论以及雷叶夫的观点持保留态度。林斯雷认为，模型最重要的特征是精度，选择模型最好的基础是精度。如果资料条件好，参数调试很仔细，则采用Stanford模型来生成历史流量资料，其误差决不比用水尺和流速仪所估计的流量带来的误差大。如果资料条件不好，复杂模型不适用，简单模型也同样不适用，从简单模型中是找不出足以代替资料精度的东西的。

林斯雷的观点从原则上讲是对的，问题在于我们面临的水文实际。我们的困难在于没有一个模型经受了中间（如土壤水、壤中流、地下水）观测资料的检验，而是凭借概化和设想。加之模型参数多，参数优选又是在目标函数的约束下进行的，这些都使得水文模型很难如实地模拟降雨径流过程。因此，对待流域模型，不能不持审慎态度，既不能否定它的作用，也不能过分地要求它的功能。笔者认为，用模型来模拟流域出口断面总的径流过程，在一般条件下，特别在参数调试期那种水文条件下，可望获得满意结果；若利用模型来预估极值或用以划分水源作为水资源评价的依据，则必须多方论证其真实性。

三、如何看待模型参数

模型是对复杂的水文现象的概化模拟，因此，参数集中地反映了这种概化。概化程度离开真实性愈远，参数的实际物理意义也就愈少。一般来说，参数代表的是定义范围内的指标。例如：土壤最大含水量I_M，就流域内一个单点来说，随土层厚度的不同，以毫米计的I_M值是不同的；若就全流域而言，I_M的含义就不十分清楚了，我们只能视其为反映流域土壤蓄水能力的相对指标。这类参数的定量既无满意的客观标准，也因模型不同而异。再如初损I_0，罗伯昆、曹家声与陈诚坤[6]利用唐白河宋庄流域（43.9km²）资料对Sacramento模型进行了验算，从优选的参数来看，大体上相当于流域初损的模型的两个蓄水容量参数UZTWM（上层张力水容量）与UZFWM（上层自由水容量）之和为45mm。根据长江流域规划办公室多年对宋庄流域的研究，确定该流域的植物截留最大容量为10mm，填洼最大容量为20mm，合计为30mm，与上述两参数值45mm相差15mm。这相当于宋庄流域5cm上层的最大土壤含水量。换言之，Sacramento模型中的壤中流仅仅来自薄薄的5cm厚的表土层。这种模拟究竟有多少真实性是值得商榷的，然而，用这个参数去计算实测径流却有一定精度。

参数间的补偿作用也是明显的，金管生利用“一般性产流计算模型”[7]计算一些流域的产流量时，几组优选的参数都能满足计算精度的要求。在这种情况下，要赋予模型参数很明确的物理意义是有困难的。

1981年，在国际降雨径流模型学术讨论会上，被誉为模型参数优选分析研究的开拓者之一的道迪（D.R.Dawdy）[8]在会上专门就模型参数问题发表了颇有见地的观点。他认为，参数是模型的一个部分，离开模型谈参数是毫无意义的。“在水文学里，近似是相当粗略的，人们切切不可忽视水文学里有不少模棱两可的东西，都是由于企图对那些缺乏严格数学基础的经验性的东西硬要作出物理上的解释而造成的”。所谓水库滞时就是一例。通常所谓的线性水库是用$W=KQ$表示的。这种关系存在特定条件下，即宽顶堰或矩形断面控制的河段。这里的水位流量关系为

$$Q=K_1H^{3/2}$$

对于棱柱形渠道的抛物线断面，水位与蓄量W的关系为

$$W=K_2H^{3/2}$$

故

$$W=\frac{K_2}{K_1}Q=KQ$$

因此，线性水库$W=KQ$的关系是成立的。道迪认为，参数K就是K_2/K_1，具有时间因次，但是硬要把K称为汇流时间、滞时以及其它术语就把人搞糊涂了。又如纳希瞬时单位线模型中，上述诸式的逻辑推理就不能直接搬用了。纳希（J.E.Nash）线性水库概念考虑了过程线的全部坦化作用，因此，参数K必须考虑变动的蓄量以及不连续地分布在全流域上的蓄量。K同流域大小、河道长度以及流域坡度发生了关系，已不再具有什么物理意义了。

四、结　　论

（1）确定性水文模型是一种模拟降雨径流关系的重要手段，20多年来，国内外都对模型进行了大量研究，积累了丰富经验，也提出了一些疑点，这些都将对今后发展和完善水文模型大有裨益。

（2）利用模型模拟流域出口断面流量在一般情况下是有实用意义的，但用以估算极值或用以划分水源作为水资源评价的依据，则应持审慎态度。

（3）模型参数是模型的一个部分，离开模型谈论参数是没有意义的，应当给模型参数以应有的地位，过分强调它的物理意义是不适当的。

参 考 文 献

[1] WMO, Intercomparison of Conceptual Models Used in Operational Hydrological Forecasting, WMO Oporational Hydrology Report No.7, 1975.

[2] F.Neaf, Can we Model the Rainfall Runoff Process Today? The Paper of International Symposium of Hydrological Forecasting, April, 1980, (Oxford).

[3] 华士乾，水文科学定量计算的发展与问题，水文，1982年第6期。

[4] T.O'Donnell &P.Canedo.,The Reliability of Conceptual Basin Model Calibration, Proceedings of the International Symposium of Hydrological Forecasting, April, 1980, (Oxford).

[5] R.K.Linsley, Rainfall-Runoff Models —— An Overview, Proceedings of the International Symposium on Rainfall Runoff Modeling, Mississippi State University, 1981.

[6] 罗伯昆、曹家声、陈诚坤，萨克模型在宋庄的应用，水文，1983年第6期。

[7] 文康、李蝶娟、金管生、李琪，流域产流计算的数学模型，本论文集。

[8] D.R.Dawdy, A Review of Deterministic Surface Water Routing in Rainfall Runoff Models, Proceedings of the International Symposium on Rainfall Runoff Modeling,Mississippi State University, 1981.

全国《暴雨径流查算图表》中若干技术问题的讨论

文 康 李 琪 陆卫鲜 刘舒舒

在《查算图表》验收和全国暴雨洪水产汇流计算成果的技术汇总过程中，发现若干带有普遍性的问题，现讨论于后。

一、地下水分割问题

通常所谓的地下水分割包含两个内容：一是割除非本次雨洪径流的基流，二是区分地面径流和壤中流。由于基流比较稳定，且所占的比重较小（北方干旱、半干旱地区有时甚至没有基流），处理比较容易；但地面径流和壤中流的区分则比较困难。因此，仅讨论后者。

从概念上讲，流量过程退水段的第二个拐点代表地表径流终止点。然而实践中，这样的拐点很难找到。不仅如此，有时为了适应推求瞬时单位线参数的需要而采取高割地下水的方法，又增加了分割地下水的任意性。一般来说，只要方法固定，被分割的地下水能在设计条件下合理地回加，地表径流又能满足汇流计算的要求，同时尽量兼顾低割的原则，这样的方法就是可行的。目前有以下几种做法：

第一，确定流域相对稳定的峰拐历时N_t[即洪峰至退水线第二拐点的时距，如（$2t_p+t'$）]

林斯雷（R.K.Linsley）根据实际资料建立了历时N_t与流域面积F之间的关系：

$$N_t=19.2F^{0.2} \qquad (1)$$

式中N_t以h计，流域面积F以km^2计。

贵州省得到相类似的关系式：

$$N_t=kF^{0.25} \qquad (2)$$

式中 N_t为峰拐历时，h；F为流域面积，km^2；k为系数，岩溶发育的山丘地区取15.7，其他地区取12.0。

第二，建立拐点与洪水特征值的关系

主要是建立拐点或拐点流量（代表壤中流等地下水开始时刻的流量$Q_{地}$）与洪峰流量Q_m、洪峰滞时t_p或汇流时间等洪水特征值间的关系，以反映流域面积及洪水量级不同时，峰拐历时也随之不同的特点。例如，安徽省确定N_t约在$2t_p$左右，t_p为净雨中心到洪峰的滞时（图1）。该图中t'代表最大雨强时段末至本次降雨结束的时距。浙江省规定N_t约为$2t_p$。

但t_p代表洪峰起涨历时（图2）。

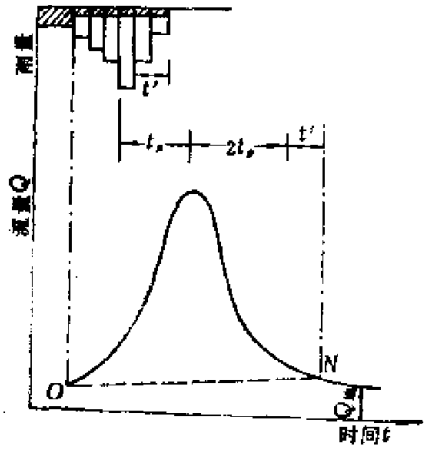


图 1 安徽省确定地下水拐点示意图

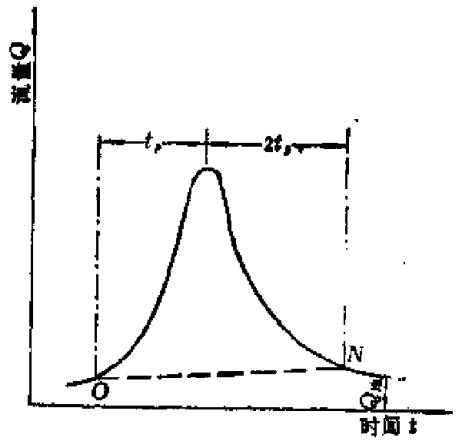


图 2 浙江省确定地下水拐点示意图

河北省用$Q_{地}$与Q_m建立关系，例如

燕山迎风区：

$$Q_{地}=(0.1\sim0.2)Q_m \qquad (3)$$

太行山迎风区：

$$Q_{地}=(0.05\sim0.1)Q_m \qquad (4)$$

山东省则规定净峰过程底宽约为汇流时间的4～5倍。

第三，确定斜割地下径流的稳定涨率

当规定了确定地下水拐点的准则后，即可求得斜割地下水直线ON的斜率（图2），亦即所谓地下径流稳定涨率Δq（以每小时上涨的m^3/s计）。例如广东省大陆部分：

$$\Delta q=0.0205F^{0.49} \qquad (5)$$

国内外的经验表明，目前要从理论上找到一种通用的分割地下水的方法是有困难的。但是，从实用观点出发，在一个地区选用一种固定的方法，则可减少任意性并能满足计算要求。

二、设计条件下的产流计算

全国湿润地区的设计P_a值的统计分析结果大致为$\frac{2}{3}I_m$，其产流计算方法可以简单些。例如江西、广西、福建等省(区)采用"蓄满产流"模型（为了简化，福建省在设计24h产流计算时采用毛雨等于净雨的做法），广东、浙江等省采用初损后损法。浙江省规定初损为25mm，产流期平均后损率最大一天为1 mm/h，其余时间为0.5mm/h，湖南省、安徽省则根据不同的地区扣除一个规定的损失值。

在相对干旱的西北地区和东北部分地区，降雨径流关系比较复杂，雨强（或产流历时）对产流的影响比较大，主要表现在以下两个方面：

第一、雨强大，初损小[1]

降雨后，土壤表面薄薄的一层逐渐饱和，这部分下渗水量以F_s表示，如图3所示。这就是水文上常说的"门槛"（当然，"门槛"还包括截留、洼蓄等损失）。若表层缺水量以M_d（即$\theta_1-\theta_0$，表示饱和及初始土壤含水量之差）表示，则

$$F_s=M_dL_s \tag{6}$$

根据达西（Darcy）定律

$$V=-K(\theta)\frac{(\phi_2-\phi_1)}{(Z_2-Z_1)} \tag{7}$$

式中 V为水流速度，代表下渗率；$K(\theta)$为毛管传导率；ϕ为总势能。

由图3可知，$L_s=Z_2-Z_1$，若地表的势$\phi_1=0$，则$\phi_2=-(L_s+S_{af})$，其中S_{af}表示锋前平均毛管吸力。在表层饱和的条件下，下渗率与雨强相等，因此，$V=i$，此时的毛管传导率取为饱和传导率K_s，则式（7）变为

$$i=K_s(S_{af}+L_s)/L_s \tag{8}$$

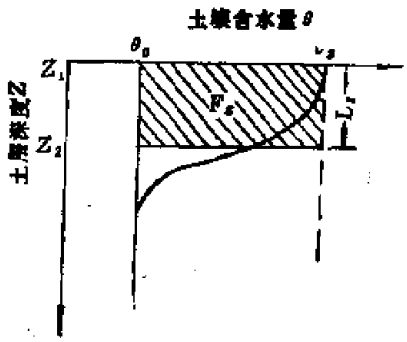


图 3 表层饱和情况下概化的土壤含水量剖面[格林-恩卜特(Green-Ampt)下渗锋面模型]

合并式（6）和式（8），得到

$$F_s=\frac{S_{af}M_d}{[(i/K_s)-1]}\qquad(i>K_s) \tag{9}$$

上式即初损表达式，F_s就是初损I_0，该式的物理意义是明确的：若缺水量$M_d=0$，表示表层土壤业已饱和，初损F_s（或I_0）为零；若$i\to K_s$，则$F_s\to\infty$，换言之，这种低强度的降雨，下多少，就下渗多少，公式的一般含义就是雨强愈大，初损愈小。它表明，在相同土壤缺水量的条件下，雨强小的，下渗多，产流时刻晚；反之，雨强大的，下渗少，产流时刻早。

第二、随着雨强的增大，下渗率也随之增大

从实验和水文分析中发现，下渗率有随雨强的增大而增大的现象，为什么会有这种情况，国内外的说法不一。

纳西符（S.H.Nassif）[2]在一块6.15×4.10（m²）的场地上进行了不同降雨强度对下渗影响的试验。试验土层厚度为0.22m，选择三种土壤：标准土壤（耕作）、粘砂壤土、泥炭。前两种土壤各增加一种覆盖草皮。雨强选择四种：78、156、234、312mm/h；场地坡度为16%。共得五簇下渗曲线。这五簇下渗曲线说明了下述两方面的重要事实：

（1）雨强愈大，下渗率愈大；

（2）雨强的作用只对透水性强的土壤表现突出。例如，对于标准的农作土壤，尤其是加上草皮，渗透性强，雨强的影响很明显；而对于象粘土、泥炭这类透水性差的土壤，雨强的影响就小了。

中国科学院地理研究所[3]曾在我国西北地区进行过大量人工降雨下渗试验，求得产流期内平均下渗率与雨强的经验关系如下：

$$\overline{f}=ai^{\beta} \tag{10}$$

式中 $\overline{f}$为流域产流期内平均下渗率，mm/h；i为产流期内平均雨强，mm/h。

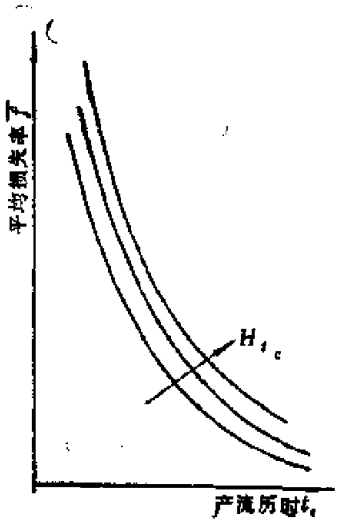


图 4 $\overline{f}\sim t_c$关系图

因此，在相对干旱的地区，在产流计算时考虑雨强的影响具有重要的意义。西北诸省(区)及水利电力部西北勘测设计院[4]建立了产流期内雨量H_{t_c}、产流历时t_c与产流期平均损失率$\overline{f}$的关系（图4），取得了较为切合实际的成果。

吉林省和辽宁省西部地区采用了下渗曲线与下渗率流域分配曲线相结合的产流模型。这种模型的思路是：雨强大于下渗率则产流。由于下垫面的复杂性，流域上的下渗率变化很大，其空间分布具有随机性，因此，在进行流域产流计算时，应当考虑下渗率在空间的变化。这种产流模型把下渗率的时空变化统一考虑在内，并能反映雨强对产流的作用，推理概念比较明确，有一定弹性。我所的研究[5]表明，这类产流模型在干旱或湿润地区都具有适应性。

三、单位线的非线性外延

从单位线的概念上讲，所谓非线性指的是随着雨强的不同，单位线的峰及形状都随之变化的事实。

早在五十年代，我国就已发现当雨强不同时单位线亦不同的现象，并提出用考虑雨强与暴雨中心位置作参数的改正办法，淮河单位线的非线性改正是具有代表性的实例：

$$q_p=q_{p_{20}}\left(\frac{R}{20}\right)^{0.3} \tag{11}$$

$$t_p=t_{p_{20}}\left(\frac{R}{20}\right)^{-0.3} \tag{12}$$

式中 $q_{p_{20}}$，$t_{p_{20}}$分别代表净雨深R为20mm的单位线峰值和洪峰滞时。

1960年，明歇尔（N.E.Minshall）[6]根据27英亩试区上雨强为0.95～4.75in/h的5次洪水，求得峰值相差近3倍的单位线。1961年阿莫若乔（J.Amorocho）[7]据此分析出单位线随雨强非线性变化的数学表达式。

在这次编制的图表中，有17个省份均据实际资料分析出单位线参数m_1与雨强i间的非线性关系，其形式为：

$$m_1=ai^{-b}$$

以上事实表明雨强和单位线的非线性变化有着密切的关系。

1.关于单位线非线性成因的几种解释

（1）流域的非线性蓄泄关系引起单位线的非线性变化。今以坡面流理论为例：

连续方程 $$\frac{\partial q}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t}=i \tag{13}$$

动力方程 $$q=ah^{1+n} \tag{14}$$

式中 q、h分别代表坡面单宽出流与水深；i为雨强；a、n为系数。令L_0代表坡面长度，求解上述方程组后即得

$$q=L_0 a i^{1+n} i^{1+n} \tag{15}$$

以q除以i代表单位线纵标，则单位线上涨段公式为

$$U=L_0 a i^n t^{1+n} \tag{16}$$

此即非线性单位线，n即所谓的非线性指数。上式表明，由于动力方程（代表流域的蓄泄关系）是非线性的，因此，单位线是非线性的，它随雨强而变。反之，若动力方程是线性的，或蓄泄关系是线性的，即$n=0$，则

$$U=L_0 a t \tag{17}$$

单位线与雨强无关。

（2）由于雨强不同造成一次洪水水源的组成比例不同，从而引起单位线的非线性变化。

一般而言，地表水流速快，壤中流流速慢，两种水源的组成比例因不同的雨强而有差异，致使单位线发生变化。水源组成则和雨强关系密切，雨强大时，往往地表水的比重大；

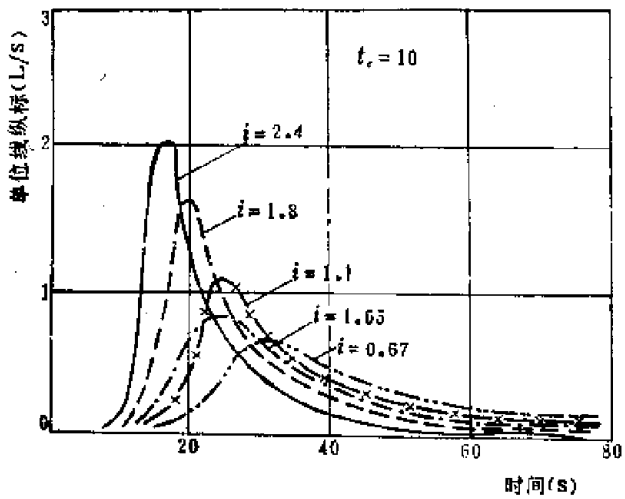


图 5 部分汇流条件下的单位线（t_c的单位为s，i的单位为mm/min）

雨强小时，壤中流的比重大。雨强通过水源组成比例对汇流起作用。

（3）由部分汇流造成单位线的非线性变化。

原水利水电科学研究院水文研究所的模型试验资料表明，在净雨历时小于汇流时间的部分汇流条件下，单位线的峰随雨强的增大而增大，洪峰滞时随雨强的增大而减小。但是，这种非线性现象随着净雨历时的增长而相对减弱。即当净雨历时接近和超过汇流时间时，单位线的峰不再随雨强的变化而变化（是为线性），仅仅洪峰滞时稍有不同（图6）。

何以部分汇流会引起单位线的非线性变化呢？根据汇流理论分析●，可以证明在部分汇

● 文康、李琪，汇流非线性问题分析，1983年5月。

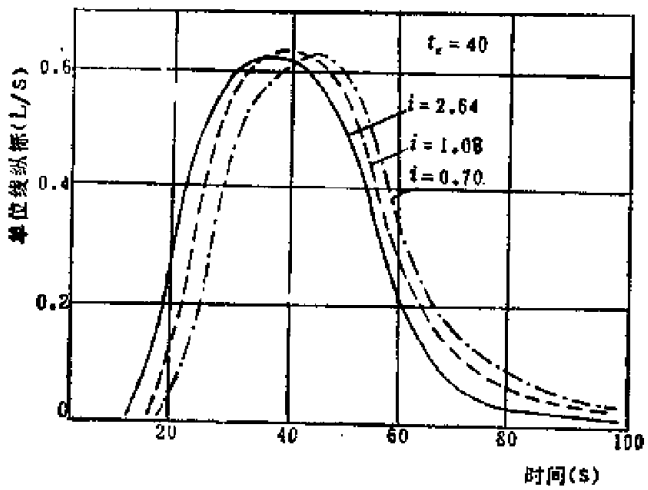


图 6 全面汇流条件下的单位线（t_c的单位为s，i的单位为mm/min）

流条件下，形成洪峰的径流来自部分造峰面积，而不是全流域。雨强不同，汇流速度不同，因而造峰面积不同，单位线的峰值不同。在全面汇流条件下，无论雨强大小，都是全流域造峰，供水面积恒定，单位雨量形成的洪峰（或单位线峰）自然不再变化。与此同时，由于雨强增大，汇流速度亦相应增大，因而涨峰历时缩短，即洪峰滞时变小。对照图5与图6可知，对于同一流域，由于部分汇流所导致单位线峰值和形状的差异是相当显著的，而一旦变为全面积汇流时，则洪峰值不变，形状亦相似，仅滞时稍有改变，可见部分面积汇流对单位线非线性产生的作用之大。因此，在分析实际资料时，注意区分部分面积汇流与全面积汇流是很重要的。

天然流域的自然地理条件十分复杂，造成单位线非线性的原因一般不可能是单一的。很可能在某些地区，这种因素占主导地位，而换一个地区，又是另一种因素起主要作用。例如，在植被覆盖良好的湿润地区，壤中流的成分较重，因此，不同水源比例所引起的非线性可能不容忽视。而在北方干旱与半干旱地区，则因形成洪水的径流成分比较单一，因而水源因素将不再是主要的。造成实际流域单位线非线性变化的因素是多方面的，必须仔细分析流域特性和雨洪特性，并从理论上对汇流非线性现象作进一步研究，以使单位线非线性问题得到更好的解决。

目前，从实用出发，利用资料建立经验性的m_1～i关系以确定设计暴雨条件下的汇流参数m_1是可行的。事实上，m_1～i关系的合理性还可以从系统理论分析得到证实。设流域为一具有形如

$$W = kQ^n \tag{18}$$

这类非线性蓄泄关系的系统，相应的水量平衡方程为

$$I(t) - Q(t) = \frac{dw}{dt} \tag{19}$$

在瞬时脉冲输入$I\delta(t)$的作用下，量级为I的输入所相应的系统为

$$W = k\overline{U}^n(t) \tag{20}$$

$$I\delta(t)=\overline{U}(t)=\frac{dw}{dt} \tag{21}$$

式中 $\overline{U}(t)$ 为系统的瞬时脉冲响应。

上述方程组等价于

$$-\overline{U}(t)=\frac{d}{dt}k\overline{U}^{n}(t) \tag{22}$$

$$\overline{U}(+0)=\left[\frac{W(+0)}{k}\right]^{1/n}=\left(\frac{I}{k}\right)^{1/n} \tag{23}$$

（限制在$t>0$范围内考虑）解得

$$\overline{U}(t)=\left[\frac{1-n}{nk}t+\left(\frac{I}{k}\right)^{(n-1)/n}\right]^{1/(n-1)} \tag{24}$$

上式除以雨强I，即得非线性瞬时单位线：

$$U(t)=\left[\frac{1-n}{nkI^{1-n}}t+\frac{1}{k^{(n-1)/n}I^{2(n-1)/n}}\right]^{1/(n-1)} \tag{25}$$

按照求矩的法则，上述非线性瞬时单位线$U(t)$的一阶原点矩（即滞时m_1）为

$$m_1=\frac{\int_0^\infty tU(t)dt}{\int_0^\infty U(t)dt}=\frac{nk^{1/n}}{(2n-1)}I^{(n-1)/n}=aI^{-b} \qquad \left(\frac{2}{3}<n<1\right) \tag{26}$$

上式表明非线性的$m_1\sim I$关系确实存在，而且非线性指数$b=\frac{1}{n}-1$，和蓄泄关系的非线性指数密切有关。当$n=1$时，$b=0$，蓄泄关系是线性的，因而瞬时单位线的滞时也就与雨强i无关。

采用$m_1\sim i$关系有两个关键问题必须处理得当，一是如何确定系数a和b；另一个是关系线的外延幅度是否需要加以控制。

2.关于系数a和b的确定

无论经验确定的$m_1\sim i$关系或按系统分析求得的$m_1\sim i$关系，都只能说明m_1和i之间存在关系，而不能给出系数a和b应当如何确定的准则，目前的做法是用资料计算。

从水文计算的实践看来，单纯靠一种方法都有一定的局限性。若能有多种途径，相互比较，或者说“比比靠靠”，对于提高雨洪计算可信度是会有帮助的。

实践中碰到的另一个困难是如何确定雨强I。从全国各地的做法来看，雨强的选择很不一致。例如，有的用2小时雨强（如广西），有的用产流期平均雨强（如四川），有的用大于0.5mm的全部降雨历时内的雨强（如福建），有的按流域面积大小采用历时长短不同的雨强（如浙江）。一般说来，采用随流域面积大小而改变的雨强时段比较适宜。这是因为洪峰流量及洪水过程线的形状都同主峰雨或造峰雨有密切关系。时段太短，不足以反映其对造峰的作用；时段太长，又使雨强大大均化，显示不出雨强的作用。造峰雨的历时与流域汇流时间有关，汇流时间则随流域面积大小而异，浙江省采用主雨峰时段与流域面积建立关系的做法值得参考。

据分析统计，全国有7个省（区）建立了b与流域面积F等地理因子的关系，从中可以

看出两个趋势：

第一，b值随流域面积的增大而减小，表明小流域的非线性程度高于大流域。

第二，当流域面积相同时，下垫面调蓄作用强的（如森林植被区）流域，非线性指数b大。这是由于植被对于中小洪水的调蓄作用相对较大，而对于大洪水的调蓄作用相对较弱，因此，增大了这类地区m_1值的变幅。此外，在植被好的地区，中小洪水壤中流的比重较大，而大洪水地表径流的比重相对增大，壤中流比重减小，致使m_1值减小得较快，m_1变幅加大，从而造成b值增大。

3.关于非线性外延是否控制的问题

河道水力学条件一般不会允许单位线无限制地非线性外延下去，若不加以控制，在某些情况下，可能导致设计洪水计算成果偏大。

华士乾[8]从理论上推导：

设
$$W=kQ^n \tag{27}$$

微分后
$$dW=Ld\omega=knQ^{n-1}dQ \tag{28}$$

$$\frac{dW}{dQ}=knQ^{n-1}=\tau \tag{29}$$

又
$$Q=V\omega \tag{30}$$

$$\frac{dQ}{d\omega}=u=V+\omega\frac{dV}{d\omega} \tag{31}$$

式中 L为河段长；ω为断面面积；W为河段槽蓄量；u为波速；V为断面平均流速。

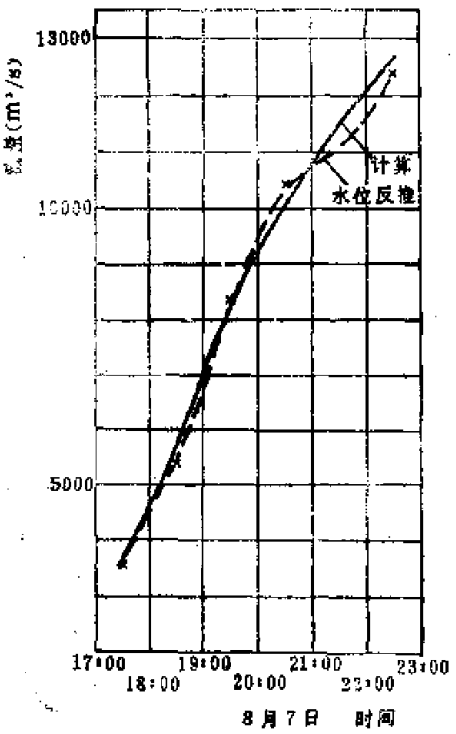


图 7 板桥水库"75.8"特大洪水上涨过程

当高水位时，断面平均流速V趋于常数，即与波速相同，故τ为常数，指数n也必等于1，即线性汇流。这说明河道水力特性有可能导致在高水位时使汇流趋于线性，因此，单位线的非线性外延应当加以控制。据华士乾的分析，位于"75.8"特大暴雨中心区的河南省板桥水库，用8月5日第一次洪峰（次大洪峰）求得之单位线去推算8月7日发生的第二次洪峰（最大洪峰）经用实测库水位反推的流量对照，涨洪段基本吻合（图7）。

这次编制查算图表的不少省份也认为，单位线的非线性外延是应当受到控制的。所谓控制就是确定一个临界雨强$i_{临}$，雨强超过$i_{临}$，滞时m_1不变，单位线不变。关于$i_{临}$的确定，各地的做法也不相同。不少省（区）给定一个$i_{临}$值，参见《查算图表》附表（2）●。是否考虑非线性外延以及外延后是否加以控制，主要

● 暴测洪水分析计算工作协调小组办公室，编制全国《暴雨径流查算图表》技术报告及各省（市、区）主要成果（产流汇流计算部分），简称查算图表，1984.9。

是由当地水文特性及资料条件决定的。只要经过对比分析，论证设计流量比较合理就可以了。

四、推理公式参数 m 的确定

推理公式参数m的确定有两个内容，即单站取值与地区综合。目前的做法大都采用六十年代陈家琦等人建议的用暴雨洪水资料反求参数的途径。单站取值，或建立m与h_τ（汇流时间内洪量）的关系，或建立m与Q_m（洪峰流量）的关系。然后，按照$m\sim h_\tau$或$m\sim Q_m$的点据分布趋势，确定相对稳定的$m_{稳}$值。

根据雨洪资料反求推理公式的参数m值时，m值具有下述形式：

$$m=\frac{L}{J^{\frac{1}{3}\lambda}J^{\frac{1}{3}}}\cdot\frac{Q_m^{1-\lambda}}{h_\tau}=\theta\xi \tag{32}$$

上式表明，m值是由流域因子θ与水文因子ξ(峰量关系或峰量比)合成的。因此，m值受到雨洪资料误差、流量指数λ以及峰量比的变化的影响。

（1）实测与计算的峰、量值误差影响m值的确定。洪水流量的测验误差是很难避免的，因此，直接影响峰量的正确取值。在全面汇流时，由于要从一次洪量中将汇流时间τ内的造峰洪量h_τ“离析”出来，因而会带来一定的误差。当流域降雨不均，而雨量站又不多时，降雨输入计算的任意性就带来了确定h_τ的不定性，从而直接影响m值的定量。正如文献[9]所说：“用这种经验方法所得出的τ或m值，在某些情况下由于资料代表性不足，或实际情况中的特殊条件不能为一般概化条件所容纳，有时跳动范围较大”。

(2)一个流域的峰量比不一定具有确定性的变化规律，因而各次洪水相应的m值就会有较大的跳动。

除非均匀的人工降雨试验，天然条件下的峰量关系是很复杂的。雨强的大小、降雨历时的长短、雨量时空分布的不均匀性、暴雨中心的上下移动、下垫面的干湿状况等等都会改变一次洪水的峰量关系。有时峰高量小，有时峰低量大。由m值公式

$$m=\theta\frac{Q_m^{3/4}}{h_\tau} \tag{33}$$

可知，对于单站而言，θ是常数，m同$Q_m^{3/4}/h_\tau$必然呈线性关系（图8）。但是，该站的峰量

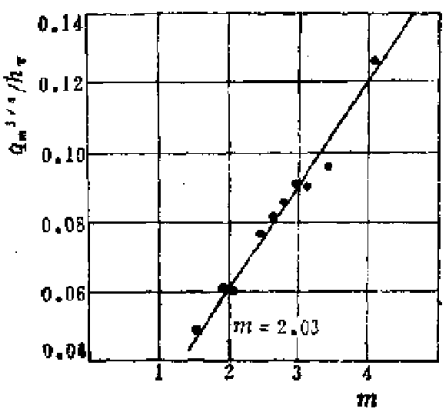


图 8 祖师庙$q_m^{3/4}/h_\tau\sim m$关系

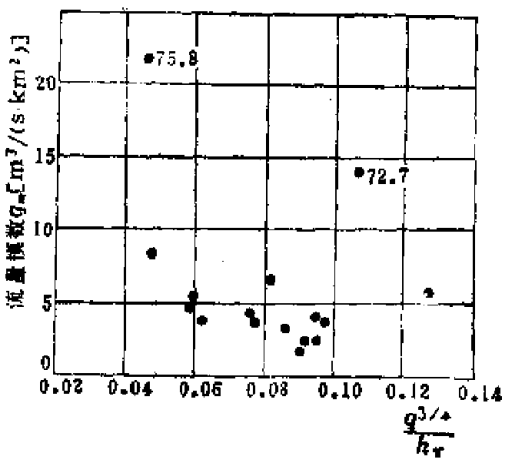


图 9 祖师庙$q_m^{3/4}/h_\tau\sim q_m$关系

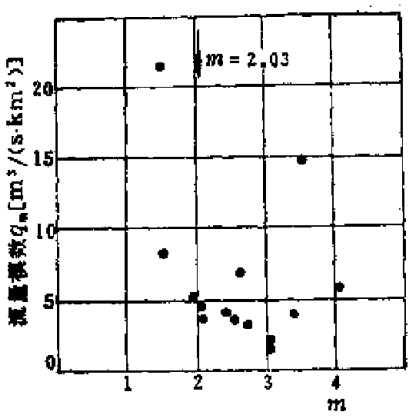


图 10 祖师庙q_m～m关系

比$q_m^{1/4}/h_\tau$与峰的关系却很散乱（图9）。由于同一峰值对应的峰量比有较大的变幅，若把峰量比拆开，只用峰（q_m）或量（h_τ）同m建立关系，自然点据散乱（图10）。

（3）由于降雨强度的大小和下垫面相互关系的不同造成Q_m～m（或h_τ～m）关系呈现不同的变化规律。

陈家琦、张恭肃[10]认为："在干旱或半干旱地区，如果地表土层较厚，愈是中小洪水，过程线愈尖瘦，分析出来的τ值很大，m值很大。随雨量的加大，m值则有减少的趋势，直至最后达到稳定值"。在南方的某些测站，对有些雨洪也有类似现象。"这主要是由于在下垫面比较干旱的情况下，降雨较小时所形成的洪水过程，只有地面流汇集而成的洪峰，而壤中流大部分为土壤所吸收，不能及时回归到河槽中来，因而洪水峰形尖瘦，洪量较小，m值较大；当雨量随之增大，所形成的大洪水且又往往是历时长，雨强大的那种暴雨，土壤含水渐趋饱和，壤中流大部回归河槽，形成的洪水过程底部比较丰满，改变了峰量关系，因而m值也就随Q_m或h_τ增大而渐变小并趋稳定。"

在南方湿润地区，"降雨历时一般较长，再者由于气候潮湿，森林植被条件良好，覆盖层厚，当降雨较小时，中小洪水中从草被树根、枯枝落叶层或砂砾间隙中流动较慢的那部分径流所占比重较大，真正的地面流有时几乎不能形成或形成很少。因此，所形成的中小洪水峰形矮胖，分析所得τ值很大，m值较小。而随着洪水的加大，出现了汇流较快的地面流，因而在洪水过程上也出现了较为突出的洪峰，峰量关系有了变化，因而τ值渐小，m值又逐渐加大而渐趋稳定"。

但根据南方湿润地区大量实际资料的分析，发现许多流域的θ_m～m（或h_τ～m）关系是反变的，看来这个问题比较复杂，有待进一步探讨。

（4）由于流量指数λ选择不同，致使Q_m～m（或h_τ～m）关系呈现不同的变化规律。

伏安●认为，造成m值随Q_m（或h_τ）时而正变，时而反变的原因乃流速公式中流量的指数λ选择不当所致。流速公式为

$$V = mJ^{1/3}Q_m^{\lambda} \tag{34}$$

汇流参数为

$$m = \frac{L}{F^{\lambda}J^{1/3}}\frac{q_m^{1-\lambda}}{h_\tau} \tag{35}$$

上式实质上也是峰量关系：

$$Q_m = M_0\, h_\tau^{\frac{1}{1-\lambda}} \tag{36}$$

假若某个流域的峰量关系确实满足指数关系，则能在双对数纸上点绘成直线，坡度即$1/(1-\lambda)$，从而求出满足本流域指数型峰量关系的洪峰流量指数λ。换言之，若流速公式中的流量指数λ确实是按实际资料求得的，而且流域的峰量关系也确实呈指数关系，即式

●伏安，推理公式汇流参数的外延问题，1983.5。

（35）。由于M_0是常数，从中解出的汇流参数m值也必然是常数。因此，单站的m值不随q_m（或$\bar{h}_\tau$）变化。当然这里要具备一个先决条件，即资料有较高的精度且流域具有指数型峰量关系。但是，若λ值选择不当，则m值不再为常数，而会出现m值随q_m（或$\bar{h}_\tau$）时而正变，时而反变的现象。

关于m值的地区综合，目前都是建立$m\sim\theta$关系，这种关系的实质是什么？

从m的结构可知

$$m=\theta\frac{q_m^{3/4}}{\bar{h}_\tau} \tag{37}$$

在一个地区，若大小流域的代表性“峰量比”$q_m^{3/4}/\bar{h}_\tau$（即每个流域稳定值对应的“峰量比”）为一常数，则在双对数纸上，$m\sim\theta$关系呈45°线，其截距为$q_m^{3/4}/\bar{h}_\tau$，如图11中直线I所示。但是，实际资料表明，$m\sim\theta$点据往往成为一条坡度小于45°的带状，如图11直线II所示直线II一般可表示为

$$m=\alpha\theta^\beta \qquad (\beta<1) \tag{38}$$

将上式改写为

$$m=\alpha\theta^{\beta-1}\theta \tag{39}$$

同式（37）比较，则有

$$\frac{q_m^{3/4}}{\bar{h}_\tau}=\alpha\theta^{\beta-1} \tag{40}$$

由式（40）可知，若一个地区的$m\sim\theta$成为指数关系即$m=\alpha\theta^\beta$，则该地区大小流域的代表性“峰量比”$q_m^{3/4}/\bar{h}_\tau$必与相应的θ具有形如式（40）的指数递减关系。亦即小流域（θ小）的“峰量比”大，大流域（θ大）的“峰量比”小，才有可能使实际的$m\sim\theta$关系具有指数小于1的关系。实际资料大体上反映了这种规律。

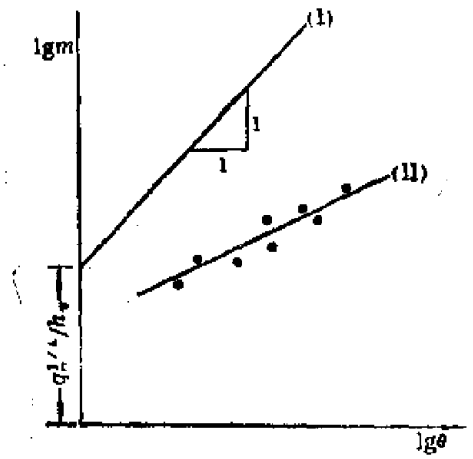


图 11 $m\sim\theta$示意图

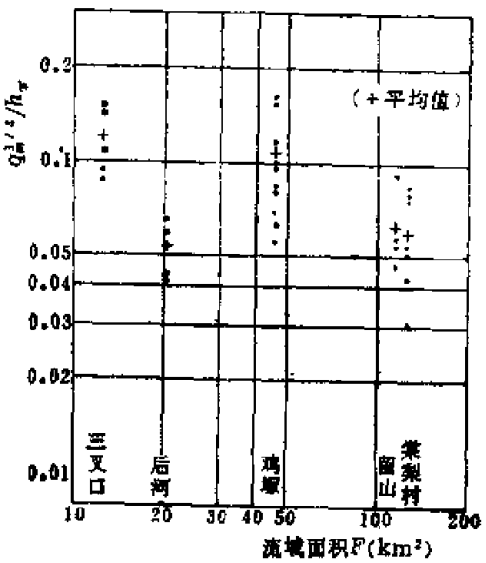


图 12 河南省伏牛山深山区$q_m^{3/4}/\bar{h}_\tau\sim F$关系

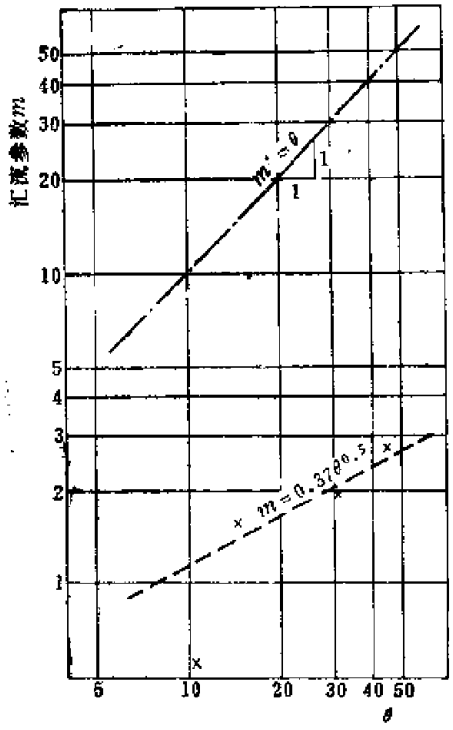


图 13 河南省伏牛山深山区$m\sim\theta$关系

今以河南省沙颍河地区$m\sim\theta$地区综合关系为例。该区有5个流域，"峰量比" $q_m^{1/4}/h_r$ 与面积 F 的关系如图12所示，表明确有一定的递减关系（后河站除外）。将各站代表性"峰量比"（用+号标志者）乘以对应的θ值，即得该区综合的 $m\sim\theta$ 关系，如图13中虚线所示。与此同时，在虚线上方绘出不包含峰量比的m值和θ的关系（$m'\sim\theta$）。可以看出，具有随面积增大而减小的"峰量比"确实把$m'\sim\theta$关系改变为坡度小于1的$m\sim\theta$关系。

由此可见，$m\sim\theta$的坡度反映了当地大小流域峰量比的差异。一个地区各流域的峰量比愈接近一致，$m\sim\theta$关系的坡度愈接近1；反之，峰量比的差异愈大，$m\sim\theta$关系的坡度就愈小。一般说来，小流域峰量比总要大于大流域的峰量比，因此，$m\sim\theta$关系线的坡度恒小于1。

五、如何解决小流域资料少的问题

这次编图总共约采用1500个流域，其中面积小于100km²的约304个，占20%。小流域最多的省是江西省，共50个，有的省（市、区）仅1～2个，甚至没有。由于小流域的资料少，因而不得不利用多数较大面积的流域资料分析产流汇流规律，确定计算参数。这种由较大面积的流域资料确定的计算参数，对小流域的适用程度如何是一个令人关心的问题。

下面列举一些值得参考的做法。

（1）收集大范围地区内的小面积流域资料进行综合分析。根据河南、湖北、湖南、四川、贵州、广西等省（区）计算的推理公式汇流参数m与θ的地区综合点据，点绘在一起，点据十分散乱。经分析，将各地有较密森林的小流域点据归并在一起，$m\sim\theta$的变化趋势就比较明显了（参见《查算图表》附图5）。这说明按下垫面条件分别确定关系线是很必要的。

近年来，水利水电科学研究院水资源所、浙江省水利水电勘测设计院和山东省水利学校协作●，搜集全国105个小流域资料，分析推理公式汇流参数m值，并把下垫面状况划分为四类，按地类进行$m\sim\theta$综合（参见《查算图表》附图6）。四类下垫面状况的描述及不同θ值相应的值m参见《查算图表》表（4-3）。

（2）统一点绘大小面积的历史洪水$Q_m\sim F$关系，并利用系列代表性强，观测系列较长，又有调查洪水的单站流量频率计算成果，确定上述外包线的重现期，以确定小面积范

●山东省水利学校、浙江省水利水电勘测设计院、水利水电科学研究院水资源所，特小流域($F<50km^2$)洪水参数分析，1983.6。

围内$Q_m \sim F$外包线的重现期。并据以同雨洪间接法成果进行对比，作为修订间接法成果的参证。这种做法的优点在于可以充分利用小面积调查洪水资料的信息。贵州、陕西省做过这种分析，认为效果是好的。

（3）对特定地区进行小河洪水调查，并进行综合分析，提供确定该地区设计洪水的数据。

1975年8月，河南省西部地区发生了特大暴雨洪水，当地雨量站和水文站记录到极其宝贵的雨洪资料。但是，由于水文站的流域面积多数较大，无法弄清暴雨中心地区小流域的洪水状况。为了掌握特大暴雨条件下小流域相应洪水模数的变化规律，并为小流域设计洪水提供重要信息，河南省水利勘测设计院组织力量对“75.8”暴雨中心地区的小河流域进行了广泛深入的洪水调查和分析计算，获得了重要成果。根据数十个断面的洪水调查及几个水文站的观测，绘制了$Q_m \sim F$关系线（参见《查算图表》附图8）。这对于确定该地区以及设计暴雨及下垫面条件类似地区的设计洪水是很有参考价值的。

湖北省十堰市地区也曾做过小河洪水调查，该省水利勘测设计院采用频率计算中的三点法，确定各调查站点的流量均值，并建立均值同流域面积的关系(参见《查算图表》附图9)。同时，根据统计参数C_v的地区分析，确定该地区的C_v值，从而可以计算各级流域面积和不同频率的设计洪水。

参 考 文 献

[1] R.G. Mein & C.L. Larson,Modelling Infiltration During a Steady Rain,Wat.Resour.Res.9,No.2.1973.

[2] S.H.Nassif,The Influence of Slope and Rain Intensity on Runoff and Infiltration,Hydrological Sciences-Bulletin.XX,412/1975.

[3] 中国科学院地理研究所，小流域暴雨洪峰流量计算，科学出版社，1978。

[4] 王维第、许翼正，西北干旱、半干旱地区设计净雨模型探讨，水文，1986年第1期。

[5] 文康、李蝶娟、金管生、李琪，流域产流计算的数学模型，本论文集。

[6] N.E.Minshall,Predicting Storm Runoff on Small Experimental Watersheds,J.Hydr.Div.ASCE Engr.86, Hy 8,17—38 1960.

[7] J.Amorocho,Discussion on “Predicting Storm Runoff on Small Experimental Watershed” ,J.Hydr.Div.ASCE Engr.87.Hy2.March.1961.

[8] 华士乾，在可能最大降水条件下的流域产流、汇流计算问题，本论文集。

[9] 陈家琦等，小流域暴雨洪水计算问题，中国工业出版社，1966。

[10] 陈家琦、张恭肃，推理公式的应用与改进，水文，1983年第1期。

用模拟方法计算灌区灌水和排水过程*

郑梧森 顾 颖

一、问题的提出

目前国内在水利工程的规划设计中，灌区灌溉用水计算，一般是分别计算各种作物在各个生长阶段的净灌溉定额，用净灌溉定额乘作物面积得净灌溉用水量，而在计算作物的净灌溉定额时，通常对作物各生长阶段的需水量（即蒸散发量）取固定数值[1]，用作物各生长阶段的需水量减有效降水量得净灌溉定额。

对作物各生长阶段的需水量取固定的数值，这与作物各年的实际蒸散发量是有很大差别的。作物各生长阶段的需水量是作物散发量和棵间蒸发量的总和（即蒸散发量），而蒸散发量又与作物的供水条件（旱作地可用土壤含水量来代表）及蒸散发能力（受气象条件制约）有密切关系，这两种因素在不同的年份差别很大。根据山东省冶源、石马等灌区的试验资料，冬小麦需水量与灌水量的关系见图1，说明灌水量愈多，土壤含水量愈大，则作物需水量（蒸散发量）愈大。而作物的高产，则要求土壤保持适宜于作物生长的含水量，并非灌水量愈多，土壤含水量愈大，产量愈高。另据叶柏寿水文实验站测得表土30cm土层含水量与土壤蒸发量的关系见图2[2]，图中横坐标为表层土壤蓄水量W_0与最大蓄水量W_m的比值，纵坐标为实际土壤蒸发量E与蒸发能力E_m的比值，E/E_m与W_0/W_m呈正相关，说明土壤蒸发量E不仅与土壤蓄水量W_0成正变，而且与蒸发能力E_m成正变。

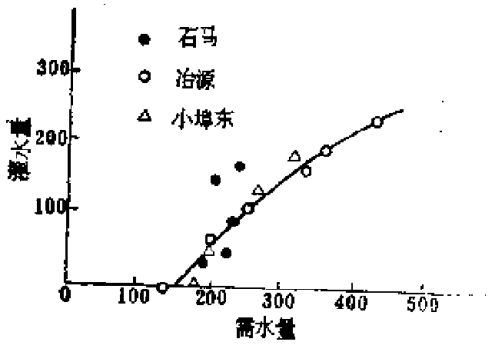


图 1 冬小麦需水量(m^3/亩)与灌水量(m^3/亩)关系

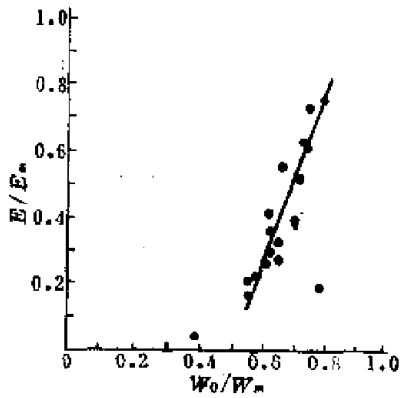


图 2 叶柏寿水文实验站实测土壤蒸发与土壤含水量关系

以上实验资料足以说明，作物各生长阶段的需水量不宜取固定数值，而应根据耕作层土壤

*本文于1984年10月完成。

含水量和蒸发能力的变化过程来计算不同年份各种作物各个生长阶段的需水量，而耕作层土壤含水量的变化过程，又与灌区的土地利用情况、灌水制度和各年具体的降水过程、灌水过程等因素有关。为了正确计算灌区的灌水和排水过程，应对全灌区各种地块上各类作物各生长阶段及休闲期的灌水、产流和土壤含水量变化的全过程进行模拟计算。

二、灌区灌溉用水与排水过程模拟计算

1.基本思路

灌区的灌排水过程与灌区的降水和蒸发过程有密切关系，降水总量小和降水时程分配与作物需水不相适应的地区灌水量大，蒸发量大的地区灌水量大，反之则灌水量小。如果灌区甚大，同一年份灌区内不同地区之间的降水总量和降水的时程分配差异颇大，一个测站的降水资料常常不能代表整个灌区的降水情况，如采用若干个测站降水量的平均值，其影响是使降水的时空分配均化，亦不能反映整个灌区降水时空分配的实际情况。正确的方法是根据地理位置，将一个大的灌区划分为若干个子灌区，在每个子灌区内分别选用有代表性的降水和蒸发资料。

一个大的灌区，划分为若干子灌区后，每一个子灌区的灌排水过程，是在子灌区内的各种轮作地块上发生的，应根据子灌区内各种作物的种植面积和土地轮作情况，将全年作物种植情况完全相同的地块划分为一种轮作地块。例如，种植小麦后接着种植中稻的地块即划分为小麦～中稻轮作地块。一个子灌区划分为若干个轮作地块后，在每一种轮作地块上，应根据所种植的作物各生长阶段对田间水层深度或者对土壤含水量的要求，制定灌溉排水规则，在灌排水规则的约束下，采用模拟方法进行灌排水过程连续计算，以逐日降水和水面蒸发量为输入，通过计算得到逐日灌水量、排水量、作物需水量（蒸散发量）过程。同一子灌区内的各种轮作地块的逐日灌水量和排水量相加，得该子灌区的逐日灌水量和排水量，各个子灌区的逐日灌水量与排水量相加，即得整个灌区的逐日灌水量和排水量。

2.稻田灌水及排水过程模拟计算

本文提出的稻田灌排水过程模拟计算方法，是根据各种水稻在每个生长阶段对田间水层的不同要求，制定灌排水规则，在灌排水规则确定之后，输入逐日降水蒸发等实测资料，根据水量平衡原理，对各种稻田的灌水及排水过程进行模拟计算。稻田水量平衡方程可用下式表示：

$$S_{t_1}=S_{t_0}+P_t+I_t-E_t-F_t-R_t \qquad (1)$$

式中 S_{t_0} 与 S_{t_1} 为t时段始、末的稻田水层深度；P_t、I_t、E_t、F_t、R_t分别为t时段稻田的降水量、灌水量、蒸散发量、渗透量与排水量。

下面对稻田（包括秧田）田间水层深度及灌排水规则的确定，稻田蒸散发量及渗透量的计算，泡田和秧田用水计算，稻田灌水及产流过程计算等问题分别加以论述。

（1）稻田田间水层适宜深度及灌排水规则的确定 为满足水稻生长要求，稻田内应经常保持适宜的田间水层深度，适宜水层深度范围随水稻生长阶段而变。从有利于高产并考虑多利用雨水以节约用水为出发点，根据试验资料确定水稻每个生长阶段的上，中、下三个田间水层适宜深度界限，并制定相应的灌排水规则。S_h是田间水层适宜深度上限，即稻田允许

拦蓄雨水的最大深度，超过此深度的雨水应全部排泄；S_L是田间水层适宜深度下限，当田间水层低于此深度即应灌水，而S_u是田间水层适宜深度中限，我们制定的灌水规则是只灌水到田间水层适宜深度中限，这样既有利于水稻生长，又预留了从S_u至S_b之间的一部分容积以便拦蓄与利用雨水。

（2）稻田蒸散发量　稻田蒸散发量E是水稻植株散发量与棵间蒸发量的总和，稻田有充足的水分来供给水稻的植株散发与棵间蒸发，因此，气温t、日照B、水面蒸发量E_0等反映能量条件的气象因子是影响稻田蒸发量E的主要因子，可以利用这些因子与稻田蒸散发量建立$E\sim t$、$E\sim B$、$E\sim E_0$等相关关系。常用的是$E\sim E_0$相关关系，由于水面蒸发量E_0本身就综合反映了气温、日照等多种气象因子对稻田蒸散发量E的影响，因此，E_0与E关系较好，其一般数学表达式为

$$E=\alpha E_0^n \tag{2}$$

或

$$E=\alpha E_0 \tag{3}$$

式中　E为稻田蒸散发量，E_0一般采用E_{601}型蒸发器的水面蒸发量观测值；α为稻田蒸散发系数，根据水稻田各生长阶段的试验资料建立$E\sim E_0$相关关系求得式（3）中的α值后，即可利用水面蒸发量E_0乘α值来求得稻田各生长阶段的蒸散发量E。

（3）稻田渗漏量　稻田渗漏量受稻田土质、地下水位、稻田水层深度及田间工程措施等因素的影响，为简化渗漏量计算，在规划设计中，常根据稻田渗漏观测资料参考土壤类别、水文地质条件，分区计算全生育期的加权平均渗漏强度f，用f乘时段长度t，即得到时段渗漏量F。

（4）泡田期与秧田期用水计算　插秧前为旱地的稻田均需泡田，泡田期平均约为10天。泡田设计水层深度S_p一般为10～30mm，但泡田前为旱地，耕作层土壤首先要通过灌水由泡田开始时的土壤含水量达到饱和含水量，然后才能蓄泡田水，耕作层由泡田开始时的土壤含水量到饱和含水量之间的蓄水容量，称土壤饱和用水M_b，一般可按下式计算：

$$M_b=H(\beta_b-\beta_0) \tag{4}$$

式中　H为耕作层厚度，一般为30～50mm；β_b为土壤饱和含水量，粘土或粘壤土一般为42～50%（体积比）；β_0为泡田开始时刻的土壤含水量，泡田前可实际测定。

如果泡田前经过长期干旱，土壤含水量仅保持最低含水量即凋萎含水量β_d（凋萎含水量是在一般条件下不能蒸散发，不能为植物所利用的那部分土壤含水量），则土壤饱和用水达最大值$M_{b,m}$，$M_{b,m}$可用下式求得：

$$M_{b,m}=H(\beta_b-\beta_d) \tag{5}$$

式（5）中的稻田耕作层深度H，土壤饱和含水量β_b，凋萎含水量β_d都是可以实际测定的。

为了便于通过计算求得土壤饱和用水M_b可将式（4）转换为式（6）

$$\begin{aligned}M_b&=H(\beta_b-\beta_0)\\&=H(\beta_b-\beta_d)-H(\beta_0-\beta_d)\\&=M_{b,m}-W_0\end{aligned} \tag{6}$$

式中　W_0为泡田前耕作层土壤含水量与土壤凋萎含水量间的蓄水容量之差，即土壤有效蓄水量，W_0可以根据前期土壤含水量与蒸发资料通过旱地水量平衡方程连续演算而得，具体

方法见后。

泡田用水M_p等于土壤饱和用水M_b与泡田设计水层深度S_p之和。

$$M_p=M_b+S_p$$
$$=M_{bm}-W_0+S_p \quad (7)$$

式中 M_{bm}与W_0如前所述，可以求得，S_p是已知的，因此，泡田用水M_p可由式（7）求得。

泡田期的总用水量等于泡田用水M_p与泡田期的蒸发量E与渗漏量F之和。泡田期蒸发量E可采用同期水面蒸发量E_0的数值。

秧田面积一般约占稻田面积的7～10%，育秧期一般40天，秧田适宜水层深度范围一般为10～30mm。秧田期的蒸散发量E仍可用$E=\alpha E_0$的公式计算，一般秧田期的α值小于或等于1。秧田期渗漏量F的计算方法与稻田其它生长期相同。

(5)稻田灌排水过程计算 在确定了稻田各生长阶段的田间水层适宜深度和灌排水规则、蒸散发系数与渗漏强度之后，即可以逐日降水量、蒸发量为输入，以田间水层适宜深度上下限区间为调蓄容积，用水量平衡方程进行逐日调蓄演算，从而求出其逐日灌水与排水过程。

稻田水量平衡方程如前面式（1）所示，以日为计算时段，当第t日开始时的稻田水层深度S_{t_0}小于该日的稻田水层适宜深度下限S_L时就应当灌水，灌到第t日末稻田水层深度为适宜深度中限S_m，灌水量I_t为

$$I_t=S_m-S_{t_0}-P_t+E_t+F_t \quad (8)$$

当第t日的降水量P_t超过了当天稻田的调蓄容积与蒸散发量及渗漏量之和时，稻田就要排水，排水量为

$$R_t=P_t-(S_h-S_{t_0})-E_t-F_t \quad (9)$$

在排水时段末，稻田水层深度等于适宜水层深度上限S_h。

当t日开始时的稻田水层深度S_{t_0}大于适宜深度下限S_L，而当天的降水量P_t又不超过稻田的调蓄容积时，稻田既不灌水，也不排水，则第t日末的稻田水层深度为

$$S_{t_1}=S_{t_0}+P_t-E_t-F_t \quad (10)$$

3.旱地灌水及排水过程模拟计算

本文所提出的旱地灌排水过程模拟计算方法，是按照各种旱作物在各个生长阶段对适宜含水量的要求来进行灌溉，采用蒸散发及排水计算模型来计算旱地蒸散发量及排水量，这种模型能够反映土壤含水量和蒸发能力对于旱作地蒸散发量的影响。

各地均有各种旱作物的适宜土壤含水量试验资料，以安徽省淮北地区为例，夏玉米各生长阶段适宜土壤含水量上、下限见表1。灌溉规则为：土壤含水量低于作物适宜土壤含水量下限即进行灌溉，灌到适宜土壤含水量上限，如达不到这种灌水要求，可放宽到灌水后土壤含水量达到田间持水量。

旱作地水量平衡方程为

$$W_{t_1}=W_{t_0}+P_t+I_t+C_t-E_t-R_t \quad (11)$$

式中 W_{t_0}与W_{t_1}为第t时段始、末的耕作层土壤有效蓄水量；P_t、I_t、C_t、E_t、R_t分

表 1 夏玉米各生长阶段适宜土壤含水量

生长阶段	起迄日期	天数	适宜土壤含水量上、下限(占田间持水量的%)
幼苗期	6.11~7.6	26	55~60
拔节期	7.7~7.26	20	60~65
抽穗开花期	7.27~8.7	12	70~75
成熟期	8.8~9.6	32	60~65

别为t时段的降水量、灌水量、地下水补给量、蒸散发量与排水量。

式(11)中的旱作地蒸散发量E_t是植物蒸腾量与棵间土壤蒸发量的总和，通常称为作物需水量。在旱作地蒸散发量E_t的计算中，需要用到蒸散发能力E_M。E_M是在一定气象条件下旱作地充分供水(即表层土壤含水量达到田间持水量)时的蒸散发量。E_M值可以通过观测试验得到。E_M值与相同气象条件下的水面蒸发E_0值一般为线性关系，即$E_M=\beta E_0$，有了各种作物不同生长阶段的E_M观测值和E_0值，即可通过建立$E_M\sim E_0$关系求出比值β。也有的研究结果认为E_{601}蒸发器实测的数值E_0基本上可以作为蒸散发能力E_M的初始值[2]，则β值为1。有了旱作地不同生长阶段的蒸散发能力E_M值以后，即可用蒸散发模型来计算旱作地蒸散发量E，一般可采用水文计算中常用的一层模型，计算简便，精度能满足设计要求，其表达式为

$$E_t=E_{M_t}\frac{W_{t_0}}{W_m}=\beta E_{0_t}\frac{W_{t_0}}{W_m} \tag{12}$$

如 $\beta=1$，则

$$E_t=E_{0_t}\frac{W_{t_0}}{W_m} \tag{13}$$

式中 E_{0_t}为计算时段E_{601}蒸发皿观测值；W_{t_0}为计算时段初耕作层土壤有效蓄水量；W_m为耕作层土壤最大有效蓄水量。

通过式(12)或式(13)，即可求得旱地各个计算时段的蒸散发量E_t。

地下水补给量C_t与地下水埋深及土壤质地有关，应根据灌区观测试验资料加以估算，当地下水埋深大于3 m时，地下水补给量可以忽略不计。

当计算时段初的耕作层土壤有效蓄水量W_{t_0}小于适宜土壤含水量下限时的土壤有效蓄水量W_L时，根据灌水规则，该时段应灌水量为：

$$I_t=W_H-W_{t_0}-P_t-C_t+E_t+R_t \tag{14}$$

式中 W_H是耕作层为适宜土壤含水量上限时的土壤有效蓄水量。

式(11)和(14)中的旱地产流量R_t，一般可根据本区或邻近地区的旱地降雨径流观测资料，建立以耕作层土壤有效蓄水量W为参数的降雨~径流相关曲线(即$P-E\sim W\sim R$相关曲线)，然后用时段初的W_{t_0}和计算时段的P_t与E_t通过相关曲线来推求产流量R_t。也可用排水模型来推求排水量R_t，最简便的排水模型是假定土壤有效蓄水量W与最大有效

蓄水量W_m在空间上均匀分布的蓄满产流模型，这种模型只有当耕作层土壤有效蓄水量达到W_m以后，即$W_{t_0}+P_t+C_t-E_t>W_m$时才产流，其时段产流量为

$$R_t=W_{t_0}+P_t+C_t-E_t-W_m \qquad (15)$$

有了旱作地的蒸散发模型和产流模型，与旱作地的水量平衡方程联合运用，只要输入逐日降水量与水面蒸发量资料和有关计算参数，即可计算出各种旱作地的逐日灌水量、产流量、蒸散发量和耕作层的土壤有效蓄水量。

4.休闲期耕作层水量变化及排水过程模拟计算

为了完整地反映各种轮作地块上的水量平衡过程，还必须对土地休闲期的耕作层水量变化及排水过程进行模拟计算。稻田休闲期不灌水也不排水（利用田埂拦蓄雨水），其田面蒸发等于水面蒸发，其田间水层深度变化过程可通过水量平衡方程进行计算。旱地休闲期不灌水，其耕作层土壤蓄水量变化和排水过程模拟计算方法与旱作物生长期相似，不赘。

三、计算方法的应用

我们采用了上述方法，对南水北调东线第一期工程灌区灌排水过程进行了模拟计算。首先将整个灌区从南至北划分为15个子灌区；在每个子灌区分别选用有代表性的降水与蒸发观测资料，按照作物组成和土地轮作情况的差别划分轮作地块。例如，江都～淮安子灌区，计有玉米、小麦、绿肥、早稻、中稻与晚稻等六种作物组成，种植水稻的地块中又分秧田和非秧田两种情况，将该子灌区进一步划分为玉米～小麦，早稻～绿肥，早稻（秧田）～休闲，中稻～小麦，中稻～绿肥，中稻～休闲，中稻（秧田）～休闲，晚稻～绿肥，晚稻（秧田）～休闲等九种轮作地块。根据试验资料确定水稻各生长阶段田间水层适宜深度及蒸散发系数，以江都～淮安子灌区为例见表2。

表 2

水稻生长阶段		秧苗	返青	分蘖初期	分蘖盛期	分蘖末期	拔节	孕穗	抽穗	乳熟	成熟前期	成熟后期	全生长期
水层适宜深度(mm)	上限		50	50	120	120	120	120	120	90	90	逐步落干	
	中限	30	35	35	50	50	50	50	50	45	45		
	下限	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10		
蒸散发系数α		1.0	0.94	1.08	1.08	1.08	1.15	1.24	1.26	1.23	1.19	1.19	1.18

根据试验资料确定各种旱作物各生长阶段的适宜土壤含水量。

根据土壤资料及降雨径流观测资料分析结果，本区耕作层土壤达到田间持水量时的最大有效蓄水量W_m为90mm，已知W_m后即可计算出旱作物各生长阶段土壤为适宜含水量上、下限时的耕作层有效蓄水量。

有了水稻各生长阶段田间水层适宜深度及旱作适宜土壤含水量上、下限后，即可制定灌、排规则。

根据稻田的渗漏观测资料参考土壤类别，分别确定各个子灌区的平均渗漏强度。

旱地插秧前泡田用水计算公式如下：

$$M_p = M_{s_m} - W_0 + S_p$$

$$M_{s_m} = H(\beta_b - \beta_d)$$

本区耕作层厚度H为50mm，土壤饱和含水量β_b为0.46，土壤凋萎含水量β_d为0.14，则土壤耕作层饱和用水量最大值M_{s_m}为

$$M_{s_m} = 500 \times (0.46 - 0.14) = 160, \text{ mm}$$

泡田设计水层深度S_p取30mm，则泡田用水M_p为

$$M_p = 160 - W_0 + 30 = (190 - W_0), \text{ mm}$$

式中 W_0为泡田前耕作层土壤有效蓄水量，根据各子灌区前期土壤含水量与蒸发资料通过水量平衡方程（11）演算而得。

有了稻田和旱作地灌排水规则，稻田蒸散发系数α，稻田平均渗漏强度f，耕作层土壤最大有效蓄水量W_m等有关参数后，在每一个子灌区的每一种轮作地块上，以1956年10月～1981年9月24日的逐日降水量和蒸发量为输入，采用如前所述的模拟计算方法进行连续演算，求得每一个子灌区的每一种轮作地块上的逐日灌水量、排水量、蒸散发过程。计算结果在不同年份不仅年灌水量相差很大，如江都～淮安子灌区1965年的净灌水量为473mm，而1978年的净灌水量为975mm，而且各种作物的需水量（蒸散发量）也相差颇大，如江都～淮安子灌区1965年玉米需水量为211mm，而1978年玉米需水量为430mm，最大年需水量为最小年需水量的1.48倍，由此可知，在计算灌溉定额和灌溉用水的时候，如对不同年份各种作物各生长阶段的需水量均采取同一数值，与作物的实际蒸散发量差别甚大。

四、结　　语

（1）常规的灌溉用水计算方法是对每种作物各生长阶段的需水量取固定数值，只计算灌水量而不计算排水量，未考虑灌区土壤含水量与蒸发能力对作物需水量（蒸散发量）的影响。本文提出的模拟方法是在灌区各个子灌区的每种轮作地块上，根据各种旱作物在各个生长阶段对适宜土壤含水量或水稻对田间水层适宜深度的要求，制定一定的灌排水规则，以逐日降水、蒸发资料为输入，用模拟方法同时计算出逐日的灌水量、排水量及各种轮作地块的土壤含水量（或田间水层深度）与蒸散发量。这种方法，可以比较客观地反映灌区内不同年份降水量与蒸发量的大小及其在时空分配上的差异以及灌区土壤含水量的变化过程对灌水过程和排水过程的影响，因而比常规方法合理，精度较高。我们已经编制了计算机程序，并用于计算南水北调灌区的灌、排水过程，获得了较好成果。

（2）本文的方法也可用于计算一个地区由于发展灌溉或由于灌区作物组成，灌排水规则的变化及与之相应的灌水过程的变化对于该地区产流过程的影响，并提供了一种用模拟方法研究人类活动对径流的影响的途径。

（3）采用模拟方法计算灌区灌排水过程属初步尝试，模型的基本结构和有关参数的确定，可结合各地区的实际资料进一步加以研究。

参 考 文 献

[1] 武汉水利电力学院“农田水利”编写组编著，农田水利，人民教育出版社，1978。
[2] 华东水利学院，中国湿润地区洪水预报方法，水利电力出版社，1978。
[3] 王铁生编著，长藤结瓜灌溉系统的水利计算，水利电力出版社，1984。

水文统计与历史洪水

4

梯级水库下游洪水情势的概率描述*

宋德敦 雷时忠 胡四一 王锐琛**

一、引 言

经一个或多个水库调蓄下泄的洪水较之天然情况有很大的改变，无论是确定水库下游城市的防洪风险，还是规划下游工程，都需要正确描述水库下游的洪水情势。

梯级水库下游某断面的洪水情势不仅取决于上游水库的天然来水及水库的调度规则，还与上、下水库之间及下水库至研究断面间的区间洪水特性有关。对只有一个水库组成的防洪系统（图 1），水利水电工程设计洪水计算规范要求考虑典型年及同频率地区组成来拟定设计断面指定频率洪水的组成[1]，并认为按此设计的水库，其下游设计断面的防洪风险即为指定的洪水频率；而对于两个或更多个水库组成的防洪系统（图 2），现行规范没有详细规定[1]，工程实际中多采用典型年法来拟定洪水的地区组成。但由于洪水地区组成的随机性，现行方法往往难以给出满意的结果。

本文试图用概率组合的方法来确定单库及两库调洪影响后下游某断面的洪水概率分布。

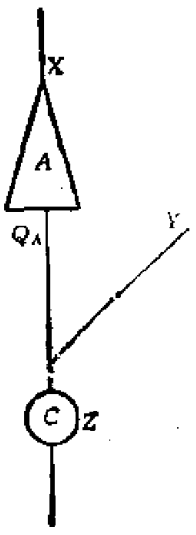


图 1 单一水库组成的防洪概型

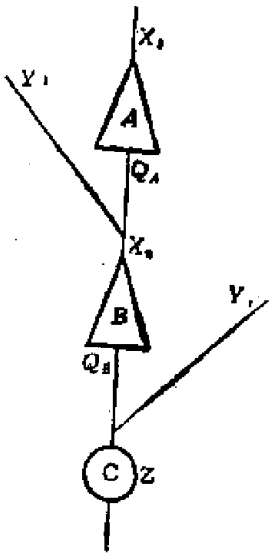


图 2 两库组成防洪系统概型

* 1984年12月完成。

** 水利电力部西北勘测设计院。

二、水库下游断面洪水概率的数学描述

1.单库防洪系统

如图1所示，对于由单一水库A组成的防洪系统，我们用X、Y及Q_A分别表示其上游来水、区间来水及水库的下泄洪水。显然它们均可视为随机变量，其概率分布函数分别用$F_X(x)$、$F_Y(y)$及$F_{Q_A}(q_A)$表示。Q_A由水库来水X及水库的调度函数$g_A(\cdot)$所确定，即

$$Q_A=g_A(X) \tag{1}$$

显而易见，断面C处的洪水Z也是一随机变量，并且等于水库的下泄洪水Q_A与区间来水Y之和，即

$$Z=Q_A+Y \tag{2}$$

Z的概率分布$F_Z(z)$可由Q_A及Y的联合分布$F_{Q_AY}(q_A,y)$通过以下积分来确定：

$$\begin{aligned}F_Z(z)&=P\{Z=Q_A+Y\leqslant z\}\\&=\int_{y_0}^{z-q_{A_0}}\int_{q_{A_0}}^{z-y}f_{Q_AY}(q_A,y)\,dq_A dy\\&=\int_{y_0}^{z-q_{A_0}}f_Y(y)F_{Q_A/Y}(z-y)dy\end{aligned} \tag{3}$$

式中 q_{A_0}及y_0分别为Q_A及Y的样本空间的下界；$F_{Q_A/Y}(q_A)$为Q_A对于固定Y的条件分布函数。

$$\begin{aligned}F_{Q_A/Y}(q_A)&=P\{Q_A\leqslant q_A\mid Y=y\}\\&=P\{X\in\omega_X\mid Y=y\}\end{aligned} \tag{4}$$

式中 ω_X为使得$g_A(x)\leqslant q_A$成立的一切x所构成的集合。

式(4)可由X的概率分布及水库的调度函数来确定。若$q_A=g_A(x)$为单调非降函数，且存在唯一的反函数$x=g_A^{-1}(q_A)$，那么式(4)可写成

$$\begin{aligned}F_{Q_A/Y}(q_A)&=P\{X\leqslant g_A^{-1}(q_A)\mid Y=y\}\\&=F_{X/Y}[g_A^{-1}(q_A)]\end{aligned} \tag{5}$$

又若X与Y相互独立，则式(5)可写为

$$F_{Q_A/Y}(q_A)=F_{Q_A}(q_A)=F_X[g_A^{-1}(q_A)] \tag{6}$$

在不同的情况下分别将式(4)，式(5)或式(6)代入式(3)即得单一水库下游某断面的洪水的概率分布表达式。

由于水库实际的调度函数在其定义域内可能不存在唯一的反函数，但我们总可以将调度函数作分段处理，使其在每个子域内满足唯一的条件，或使$F_X[g_A^{-1}(q_A)]$有定义。然后把$F_{Q_A/Y}(q_A)$分段写成式(5)或式(6)那样的表达式(详见后面算例)。

2.两库防洪系统

如图2所示，随机变量X_1、X_2分别表示水库A及B的入库洪水；Q_A、Q_B分别为其下泄洪水，并分别由A、B库的调度函数g_A及g_B所确定；Y_1、Y_2分别表示水库A至B区间来水及水库B至C断面区间来水。与单库情况相似，断面C处洪水的概率分布可写为

$$F_Z(z)=\int_{y_{2_0}}^{z-q_{B_0}} f_{Q_BY_2}(z-y_2,y_2)dy_2$$

$$=\int_{y_{2_0}}^{z-q_{B_0}} f_{Y_2}(y_2)F_{Q_B/Y_2}(z-y_2)dy_2 \qquad (7)$$

式中 q_{B_0}、y_{2_0}分别表示Q_B及Y_2的样本空间下界；$f_{Q_BY_2}(q_B,y_2)$为Q_B及Y_2的联合概率密度函数；$f_{Y_2}(y_2)$为区间来水Y_2的概率密度函数；$F_{Q_B/Y_2}(q_B)$为Q_B对于固定的Y_2的条件分布函数。

对于梯级水库，由于水库B的入库洪水已不是天然来水X_2，而是经水库A调节后下泄洪水Q_A与Y_1组合的来水。$F_{Q_B/Y_2}(q_B)$可根据两水库的调度函数g_A和g_B及联合概率分布函数$F_{X_1Y_1Y_2}$确定。下面根据两水库为独立运行或联合运行分两种情况讨论。

（1）两库独立运行 所谓独立运行，意指水库的下泄流量可由本库的入库洪水唯一确定。换言之，水库的调度函数仅与本库的入库洪水有关，即

$$\left.\begin{aligned}Q_A&=g_A(X_1)\\Q_B&=g_B(Q_A+Y_1)=g_B[g_A(X_1)+Y_1]\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

在这种情况下，式（7）中的条件分布函数$F_{Q_B/Y_2}(q_B)$可写成

$$F_{Q_B/Y_2}(q_B)=P\{Q_B\leqslant q_B\,|Y_2=y_2\}$$

$$=P\{X_1\in\omega_{X_1},\ Y_1\leqslant\omega_{Y_1}\,|Y_2=y_2\} \qquad (9)$$

式中 ω_{X_1}，ω_{Y_1}为使得

$$g_B[g_A(x_1)+y_1]\leqslant q_B$$

成立的一切x_1，y_1构成的集合。

如果调度函数g_A及g_B均单调非降，且存在唯一的反函数，那么

$$F_{Q_B/Y_2}(q_B)=\int_{x_{1_0}}^{g_A^{-1}(\infty)} f_{X_1/Y_2}(x_1)F_{Y_1/X_1,Y_2}[g_B^{-1}(q_B)-g_A(x_1)]dx_1 \qquad (10)$$

如果X_1，Y_1及Y_2之间相互独立，那么式（10）可写为

$$F_{Q_B/Y_2}(q_B)=\int_{x_{1_0}}^{g_A^{-1}(\infty)} f_{X_1}(x_1)F_{Y_1}[g_B^{-1}(q_B)-g_A(x_1)]dx_1 \qquad (11)$$

式中 x_{1_0}为X_1的样本空间下界。

在不同的情况下分别将式（9）、式（10）或式（11）代入式（7）即得两库组成的防洪系统在独立运行方式时，下游某断面的洪水的概率分布。

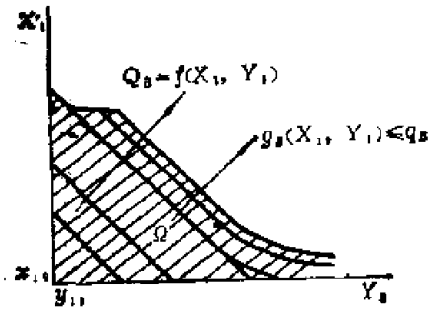


图 3 调度函数$Q_B=g_B(X_1, Y_1)$定义的积分域示意图

当两库调度函数在某些点不存在唯一的反函数时，我们可根据式（9），将调度函数作分段处理，然后把$F_{Q_B/Y_2}(q_B)$分段写成式(10)或式（11）那样的形式（详见后面算例）。

（2）两库联合运行 所谓联合运行，意指水库的下泄流量是由两个水库的入库洪水所确定。换言之，水库的调度函数不仅与本库的入库洪水有关；而且还与另一水库的入库洪水有关。即

$$Q_B=g_B(X_1,X_2)=g_B(X_1,X_1+Y_1) \tag{12}$$

这时式（7）中的条件分布函数$F_{Q_B/Y_2}(q_B)$可如下确定：

$$F_{Q_B/Y_2}(q_B)=\iint_{g_B(x_1,y_1)\leqslant q_B} f_{X_1,Y_1/Y_2}(x_1,y_1)dx_1dy_1 \tag{13}$$

式（13）的积分域可由式（12）唯一确定（如图3所示）。

将式（13）代入式（7）得

$$F_Z(z)=\int_{y_{2_0}}^{z-q_{B_0}} f_{Y_2}(y_2)\left[\iint_{g_B(x_1,y_1)\leqslant q_B} f_{X_1,Y_1/Y_2}(x_1,y_1)dx_1dy_1\right]dy_2 \tag{14}$$

式中 $f_{X_1Y_1/Y_2}(x_1,y_1)$为条件联合密度函数。

若X_1，Y_1及Y_2之间相互独立，则有

$$f_{X_1,Y_1/Y_2}(x_1,y_1)=f_{X_1,Y_1}(x_1,y_1)=f_{X_1}(x_1)\cdot f_{Y_1}(y_1) \tag{15}$$

将式（15）代入式（14）得

$$F_Z(z)=\int_{y_{2_0}}^{z-q_{B_0}} f_{Y_2}(y_2)\left[\iint_{g_B(x_1,y_1)\leqslant q_B} f_{X_1}(x_1)\cdot f_{Y_1}(y_1)dx_1dy_1\right]dy_2 \tag{16}$$

三、独立性检验及独立性处理

前面对单库或两库调节后的洪水作了精确的概率描述，但除正态分布外，往往难以找到有实际应用价值的多维联合分布函数。因此，直接应用上述诸式作洪水频率计算尚存在一定的困难。如能把X_1、Y_1及Y_2当作相互独立的随机变量来处理，则据实际资料确定的各边际分布$F_{X_1}(x_1)$，$F_{Y_1}(y_1)$，$F_{Y_2}(y_2)$，利用式（6），式（11）和式（16）进行洪

水频率计算要方便得多。为此，就必须检验是否可以作为相互独立的变量处理；若不能，则又如何通过变量代换转换为独立的随机变量。

独立性检验的方法有多种，如相关系数检验法[3]，联列表检验法[3]，以及实测资料检验法等。现只讨论实测资料检验法。

实测资料检验的基本思想是检验在假定独立的条件下推求出的分布函数是否与实测样本相符。例如：

设X，Y与Z均为随机变量，其分布$F_X(x)$，$F_Y(y)$及$F_Z(z)$均已知，且满足$Z=X+Y$。现欲检验X与Y是否相互独立。假定X与Y相互独立，则由式(3)可得Z的概率分布$F'_Z(z)$

$$F'_Z(z)=\int_{y_0}^{z-x_0} f_Y(y)\cdot F_X(z-y)\,dy \tag{17}$$

如果$F'_Z(z)$与$F_Z(z)$吻合较好，或$F'_Z(z)$与Z的实测样本的经验分布拟合较好，则认为假定X与Y相互独立是成立的；反之则认为它们之间存在相关关系。

若上述各检验表明，X与Y不能视为相互独立的随机变量，为应用式(6)、式(11)和式(16)进行计算，可作变量代换

$$\xi=Y-kX \tag{18}$$

据正交性原理[4]，当k为最小二乘估计时，即

$$k=\left(\sum_i x_i y_i-n\overline{x}\,\overline{y}\right)\Big/\left(\sum_i x_i^2-n\,\overline{x}^2\right)\qquad i=1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{19}$$

式中 $\overline{x}$，$\overline{y}$分别为随机变量X及Y的样本均值。

则ξ与X满足正交条件，即可以认为X与ξ是不相关的。在实际应用中也往往视为相互独立。

四、算　　例

以黄河上游龙羊峡水库、刘家峡水库组成的梯级水库为例(图4)。黄河上游的洪水涨落缓、历时长、洪次少，间隔大，具有明显的大河特征。干流一次洪水过程平均为40天左右，较大洪水的洪峰多出现在七、九月份。对调洪影响较大的时段洪量为十五天洪量。以兰州年最大十五天洪量为准，考虑流达时间，对相应的贵德站、上诠站及区间洪水进行相应选样，分别记为X_1、X_2、Y_1、Y_2和Z。由实测资料计算得相应统计参数见表1。

各站及区间洪水均采用P-Ⅲ型分布。其概率密度函数和分布函数分别为

$$f_X(x)=\frac{\beta_x^{\gamma_x}}{\Gamma(\gamma_x)}(x-\alpha_x)^{\gamma_x-1}e^{-\beta_x(x-\alpha_x)} \tag{20}$$

$$F_X(x)=\int_{x_0}^{x}\frac{\beta_x^{\gamma_x}}{\Gamma(\gamma_x)}(x-\alpha_x)^{\gamma_x-1}e^{-\beta_x(x-\alpha_x)}\,dx \tag{21}$$

式中 参数α_x，β_x，γ_x与随机变量X的统计参数均值EX，离势系数C_{v_x}，偏态系数C_{s_x}的关系为

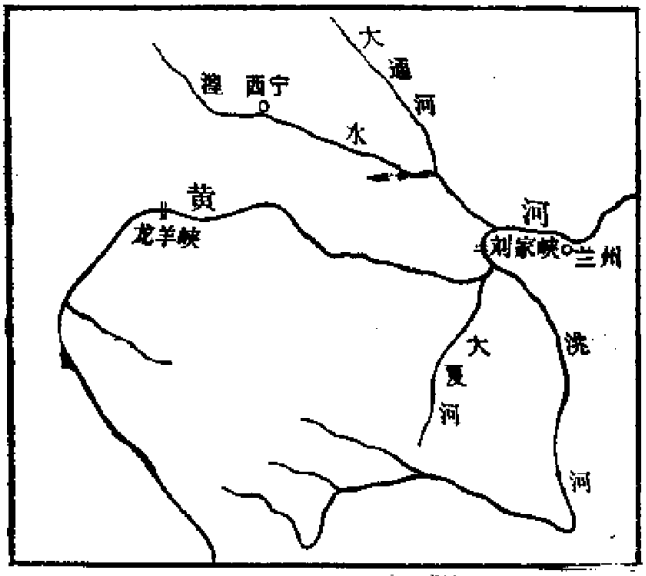


图 4 黄河上游龙羊峡、刘家峡水库及兰州市位置略图

表 1 兰州站、上诠站、贵德站及区间洪水统计参数表

参数 \ 变量	ξ	X_1	Y_1	X_2 (1)	X_2 (2)*	X'_2	Y_2 (1)	Y_2 (2)*	Z
均值	2.35	25.6	9.5	35.1	34.0	3270	677	730	40.8
C_v	2.79	0.36	0.70	0.34	0.35	0.34	0.62	0.38	0.33
C_s	1.90	1.44	1.75	1.36	1.40	1.36	1.86	0.76	1.32
相关系数		0.36				0.16			

注 1.ξ、X_1、Y_1、X_2及Z以十五天洪量计，单位为亿m^3；X'_2、Y_2以流量计，单位为m^3/s；
2.X_2为B库的入库洪峰流量；
3.(2)*系1975年采用的参数值。

$$\left.\begin{aligned}\alpha_x &= EX(1-2C_{v_x}/C_{s_x})\\ \beta_x &= 2/(EX\cdot C_{v_x}\cdot C_{s_x})\\ \gamma_x &= 4/C_{s_x}^2\end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

为讨论方便，分别对刘家峡单一水库运行及龙羊峡水库与刘家峡水库联合运行两种情况讨论。

1.刘家峡单一水库运行时下游兰州站年最大洪峰流量概率分布的确定

如图1所示，1代表刘家峡水库；X为刘家峡水库入库洪水（上诠站资料），以十五天洪量计；Y为刘家峡水库与兰州站之间的区间洪水，以日平均流量计。Z为兰州年最大洪峰流量。各洪水资料的统计参数见表1。

当刘家峡水库单独运行时，其调度原则为：①当刘家峡水库以上来水洪峰小于4540m^3/s时，控泄流量等于来量；②当刘家峡水库以上来水洪峰大于4540m^3/s，而小于6846m^3/s

（相应此流量的概率为1%）时，控泄流量为4540m³/s；③当刘家峡水库以上来水洪峰大于6860m³/s时，刘家峡水库不再考虑为兰州防洪而控泄，但下泄流量仍不能超过此时的天然来水的洪峰流量。

由刘家峡水库的库容曲线、水库泄水能力曲线及峰量关系，依据上述调度原则，按防洪调度判别方式可以确定刘家峡水库的调度函数

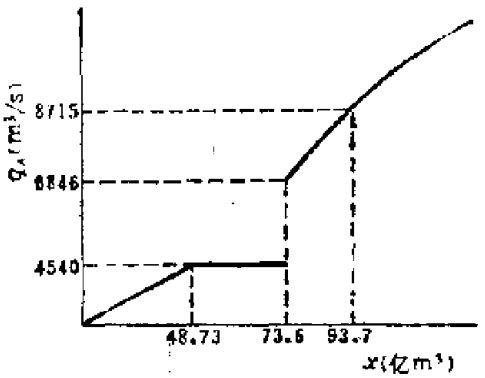


图 5 刘家峡水库单库运行调度函数图

$$q_A=\begin{cases}88x+200 & 17.55<x\leqslant 48.73\\ 4540 & 48.73<x\leqslant 73.6\\ 93x+1 & 73.6<x\leqslant 93.7\\ 2.35(x-93.7)^{1.83}+8715 & x>93.7\end{cases}\qquad(23)$$

式中 x以亿m³计；q_A以m³/s计。

据式（23）可绘出调度函数图（图5）。

对X与Y的独立性检验表明，X与Y可以视为相互独立。实测资料检验见图6。

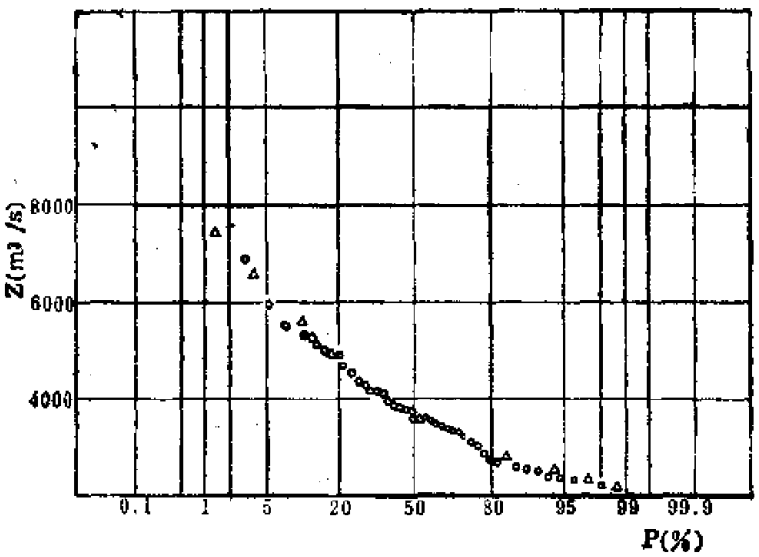


图 6 X与Y实测资料独立性检验

○—实测资料；△—概率组合点据

由式（23）可得

$$F_{Q_A}(q_A)=\begin{cases}F_X[(q_A-200)/88] & 1744\leqslant q_A<4540\\ F_X(73.6) & q_A=4540\\ F_X[(q_A-1)/93] & 6846\leqslant q_A<8715\\ F_X[(q_A-8715)^{0.55}/1.6+93.7] & q_A\geqslant 8715\end{cases}\tag{24}$$

据上式可由刘家峡水库天然来水的概率分布求得刘家峡水库下泄流量的概率分布曲线（图7）。

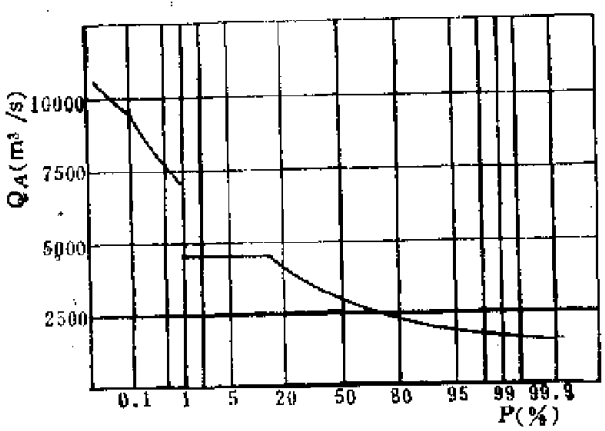


图 7 刘家峡水库单库运行时下泄流量频率曲线

将式（24）代入式（3）可以求得兰州年最大洪峰流量的概率分布。即

$$F_Z(z)=\begin{cases}\displaystyle\int_{q_{A_0}}^{z-y_0}\frac{1}{88}f_X\left(\frac{q_A-200}{88}\right)F_Y(z-q_A)dq_A & y_0+q_{A_0}\leqslant z<4540+y_0\\ \displaystyle\int_{q_{A_0}}^{4640}\frac{1}{88}f_X\left(\frac{q_A-200}{88}\right)F_Y(z-q_A)dq_A+F_Y(z-4540)[F_X(73.6)-F_X(48.73)]=1 & 4540+y_0\leqslant z<6846+y_0\\ 1+\displaystyle\int_{6846}^{z-y_0}\frac{1}{93}f_X\left(\frac{q_A-1}{93}\right)F_Y(z-q_A)dq_A & 6846+y_0\leqslant z<8715+y_0\\ 1+\displaystyle\int_{6846}^{8715}\frac{1}{93}f_X\left(\frac{q_A-1}{93}\right)F_Y(z-q_A)dq_A+\int_{8715}^{z-y_0}\frac{1}{2.35\times 1.827}\times\left(\frac{q_A-8715}{2.35}\right)^{\frac{1}{1.827}-1}f_X\left[\left(\frac{q_A-8715}{2.35}\right)^{\frac{1}{1.827}}+93.7\right]F_Y(z-q_A)dq_A & z\geqslant 8715+y_0\end{cases}\tag{25}$$

式中 y_0及q_{A_0}分别为区间洪水Y及刘家峡水库下泄量Q_A的样本空间下界；$F_X(\cdot)$见式（21），$f_X(\cdot)$也同式（20），仅是参数不同而已。

将有关参数代入式（20）及式（21），对式（25）用数值积分得到兰州年最大洪峰流量的概率分布（表2，图8）。

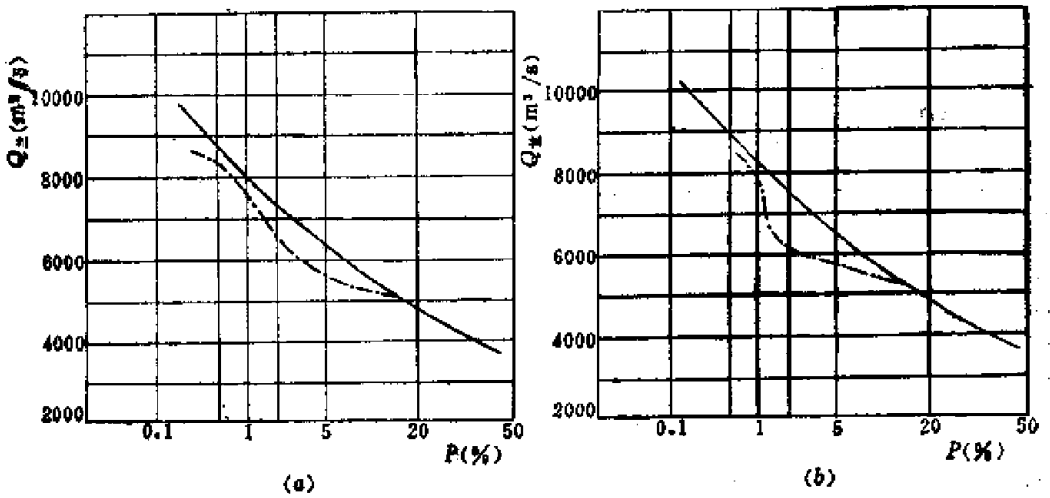


图 8 刘家峡水库单独行时兰州站洪峰流量概率分布

（a） 参数（1）； （b） 参数（2）

——天然洪水概率分布； ——·——调节后洪水概率分布

2.龙羊峡、刘家峡水库联合调度时下游兰州站年最大洪峰流量概率分布的确定

如图2所示，A、B分别代表龙羊峡、刘家峡水库，X_1、X_2为其入库洪水；Q_A，Q_B为其下泄流量；Y_1，Y_2分别为龙羊峡水库至刘家峡水库和刘家峡水库至兰州之间的区间洪水；Z为兰州站年最大洪峰流量。X_1、X_2、Y_1均以十五天洪量计，单位为亿m^3；Q_B、Z以洪峰流量计，Y_2以日平均流量计，单位均为m^3/s。上述有关洪水资料的统计参数见表1。

由实测资料作相关系数、联立表及实测资料拟合等独立性检验（表1，图6），结果表明X_2与Y_2可视为相互独立，而X_1与Y_1不满足独立性条件。为此做变量代换

$$\xi=Y_1-kX_1 \tag{26}$$

据实测资料，由最小二乘法得$k=0.25$。对ξ与X_1作相关系数检验，联立表检验及实测资料拟合检验（表1，图9）。结果表明ξ与X_1可视为相互独立的随机变量。

由于X_2与Y_2相互独立，可以认为Q_B亦与Y_2相互独立。

由式（7）可得

$$F_Z(z)=\int_{y_{2_0}}^{z-q_{B_0}} f_{Y_2}(y_2)F_{Q_B}(z-y_2)dy_2 \tag{27}$$

式（27）即为推求龙羊峡水库和刘家峡水库两库联合调度时兰州年最大洪峰流量的概率分布表达式。式中$f_{Y_2}(y_2)$可由刘家峡水库至兰州站的区间洪水资料确定，而$F_{Q_B}(q_B)$则可据龙羊峡水库至刘家峡水库的区间来水Y_1及联合调度函数$g_2(X_1, Y_1)$确定。

龙羊峡水库与刘家峡水库两库联合运行时，其调度原则为：

表 2 用概率组合法推求的兰州洪峰概率分布（%）

$Q_{兰}$ (m^3/s)	刘家峡水库单独运行方式						$Q_{兰}$ (m^3/s)	龙羊峡、刘家峡两库联合运行方式					
	刘家峡～兰州区间洪水参数							刘家峡～兰州区间洪水参数					
	(1)			(2)*				(1)			(2)*		
	Q区均值	C_v	C_s	Q区均值	C_v	C_s		Q区均值	C_v	C_s	Q区均值	C_v	C_s
	677.0	0.62	1.86	730.0	0.38	0.76		677.0	0.62	1.86	730.0	0.38	0.76
8600	0.44			0.67			8700	0.04			0.03		
8400	0.53			0.77			8500	0.06			0.04		
8200	0.64			0.87			8300	0.08			0.05		
8000	0.76			0.96			8100	0.10			0.07		
7800	0.89			1.06			7900	0.14			0.09		
7600	1.04			1.13			7700	0.19			0.10		
7400	1.18			1.17			7500	0.25			0.10		
7200	1.31			1.18			7300	0.31			0.10		
7000	1.46			1.19			7100	0.41			0.10		
6800	1.67			1.22			6900	0.56			0.11		
6600	1.97			1.29			6700	0.76			0.13		
6500	2.17			1.34			6500	1.07			0.18		
6400	2.41			1.45			6300	1.51			0.31		
6200	3.05			1.86			6100	2.15			0.61		
6000	3.98			2.54			5900	3.08			1.26		
5800	5.31			3.93			5700	4.42			2.59		
5600	7.22			8.27			5500	6.34			5.04		
5400	9.94			9.77			5300	9.10			9.06		
5200	13.80			14.14			5100	13.02			14.72		
5000	19.14			18.83			4900	18.51			21.37		
4800	25.39			25.52			4700	25.81			27.92		
4600	30.24			28.53			4500	32.92			34.03		
4400	35.76			34.26			4300	38.78			40.64		
备注				刘家峡水库设计参数为 $EX=34.0$ $C_v=0.35$ $C_s=1.40$									

*系1975年采用参数值。

（1）为满足各防洪对象的要求，刘家峡水库的下泄流量应按下述原则控泄：

$q_{刘}$＝来量　　来量≤4290m³/s

$q_{刘}=4290m^3/s$　　$P(X_2)\geq 1\%$

$q_{刘}=4510m^3/s$　　$1\%>P(X_2)\geq 0.1\%$

$q_{刘}=7260m^3/s$　　$0.1\%>P(X_2)\geq 0.05\%$

$q_{刘}=7600m^3/s$　　$P(X_2)<0.05\%$

（2）两库均按PMF设计，但其防洪库容分别为50亿m³及16亿m³，差别较大，在联合运行时，要充分利用上述库容。为此，由刘家峡水库的来水X_2确定分配系数K；（$K=$

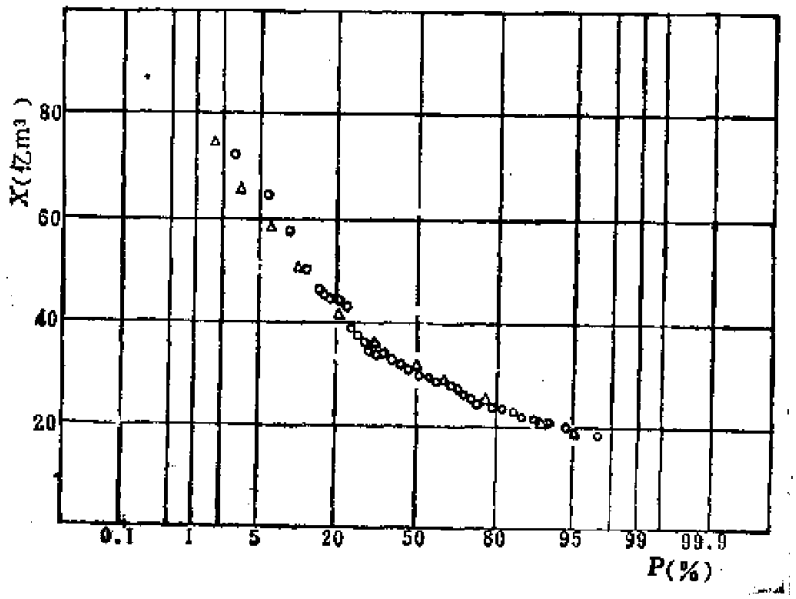


图 9 X_1与ξ独立性检验中实测资料拟合检验图

○—实测资料点据；△—概率组合点据

龙羊峡水库蓄水量/刘家峡水库蓄水量）

$$K=2 \qquad x_2 \leqslant 73.6$$

$$K=3 \qquad 73.6 < x_2 \leqslant 95.1$$

$$K=3.4 \qquad x_2 > 95.1$$

（3）龙羊峡水库发电要求，其最小泄量为1500m³/s，且当来水小于千年一遇洪水时，控泄4000m³/s；当来水大于千年一遇洪水时，控泄6000m³/s。

由两库的库容曲线，泄水能力曲线及峰量关系，依据上述调度原则，按联合防洪调度判别方式确定出两库的联合调度函数如下：

$$q_B=\begin{cases}88(1.25x_1+\xi)+200 & 17.55 \leqslant 1.25x_1+\xi \leqslant 46.5\\ 4290 & 46.5 < 1.25x_1+\xi \leqslant 73.6\\ 4510 & 73.6 < 1.25x_1+\xi \leqslant 95.1\\ 7260 & 95.1 < 1.25x_1+\xi \leqslant 101\\ 392[1.05(1.25x_1+\xi-101)^{0.98}-0.22(x_1-71)^{1.425}+12.7]^{0.735}+5820 & \\ \qquad 101 < 1.25x_1+\xi \leqslant U_1^* \quad \xi \leqslant \xi_2^* & \\ 392[0.24(1.25x_1+\xi-101)^{0.98}+6.18]^{0.735}+5820 & \\ \qquad 101 < 1.25x_1+\xi \leqslant 107.9 \quad \xi_2^* \leqslant \xi \leqslant \xi_1^* & \\ 392[1.05(1.25x_1+\xi-101)^{0.98}+27.2-x_1]^{0.735}+5820 & \\ \qquad 101 < 1.25x_1+\xi \leqslant U_1^* \quad \xi_1^* < \xi \leqslant 76.7 & \\ 7600 \quad \begin{cases}101 < 1.25x_1+\xi & \xi > 76.7\\ 1.25x_1+\xi > U_2^* & \xi \leqslant \xi_2^*\\ 1.25x_1+\xi < 107.9 & \xi_1^* < \xi \leqslant \xi_1^*\\ 1.25x_1+\xi > U_1^* & \xi_1^* < \xi \leqslant 76.7\end{cases} & \end{cases} \tag{28}$$

式中 $\xi=y_1-0.25x_1$

$$\xi_1^*=(1.23x_1-25.9)^{1.02}-1.25x_1+101$$

$$\xi_2^*=[0.27(x_1-71)^{1.425}-8.0]^{1.02}-1.25x_1+101$$

$$U_1^*=(0.95x_1-19.43)^{1.02}+101$$

$$U_2^*=[0.21(x_1-71)^{1.425}-4.7]^{1.25}+101$$

由于X_1与ξ相互独立，$F_{Q_B}(q_B)$可由下式确定，即

$$F_{Q_B}(q_B)=\iint_{q_B(x_1,\xi)\le q_B} f_{X_1}(x_1)f_\xi(\xi)dx_1d\xi \tag{29}$$

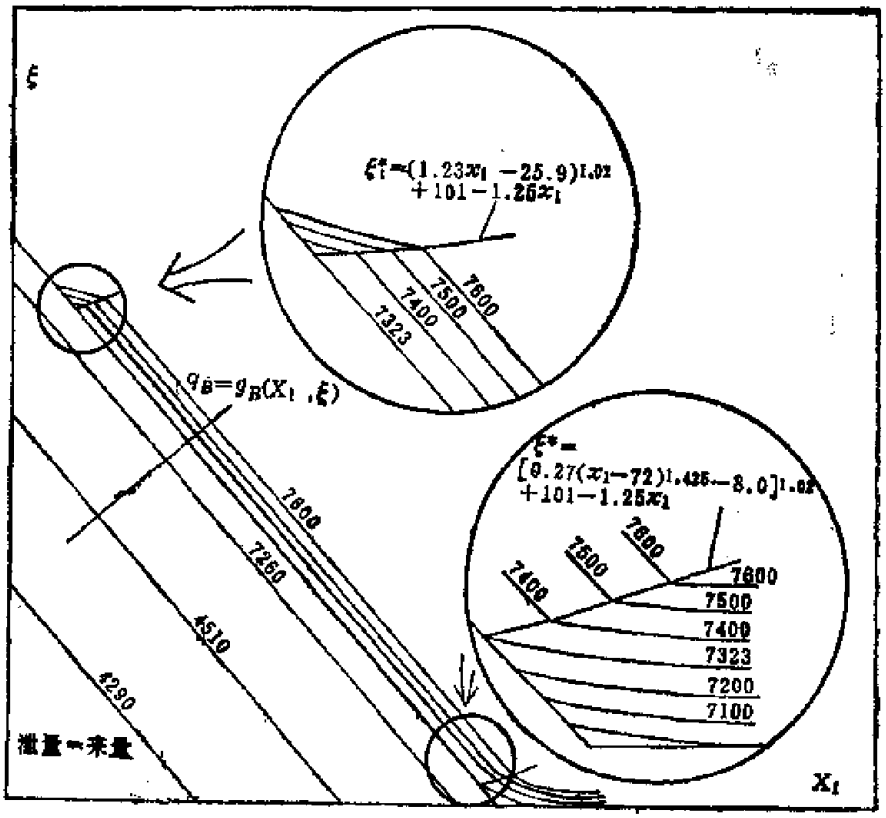


图 10 用数值计算方法推求 F_{Q_B}（q_B）积分域示意图

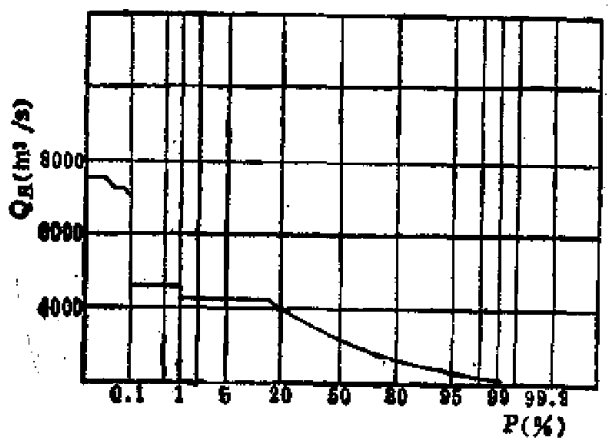


图 11 龙羊峡、刘家峡两水库联合运行时下泄流量频率曲线

据式（28）确定的积分域对式（29）用数值积分可得$F_{q_2}(q_2)$。积分域见图10。刘家峡水库下泄流量Q_2的概率分布见图11。将求得的$F_{q_2}(q_2)$代入式（27），用数值积分法即可得出兰州站年最大洪峰流量频率曲线（表2，图12）。计算中，将区间洪水Y_2的日平均流量乘以1.32转换为洪峰流量。

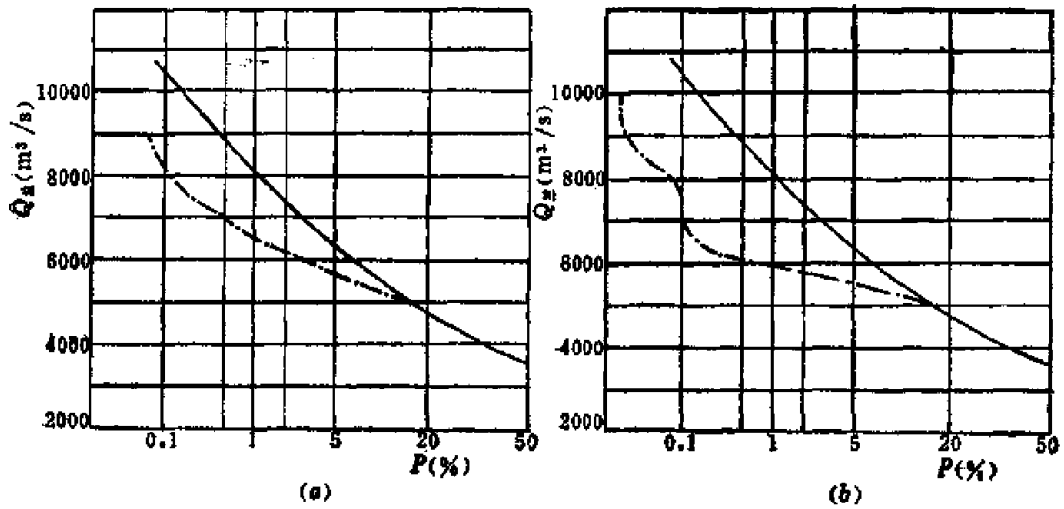


图 12 龙羊峡、刘家峡水库联合调度时兰州站年最大流量概率分布

（a）参数（1），（b）参数（2）

——天然洪水概率分布； —·—调节后洪水概率分布

五、结　　语

由计算实例可看出，在刘家峡水库单独运行条件下，为满足兰州防洪要求而拟定的刘家峡水库的防洪库容及防洪调度规则并不能满足其防洪标准为百年一遇，一般只能达到50年至80年一遇。这表明，现行计算方法即使是考虑所谓偏“恶劣”的组合或典型，往往也使下游达不到预定的防洪标准。

当龙羊峡水库与刘家峡水库联合调洪时，按目前拟定的调度规则，兰州可以达到百年一遇的防洪标准。这说明由于两库的调度规则和调洪作用与单库的不同，兰州年最大流量的概率分布将发生变化。而本文提出的方法定量描述了水库来水及区间洪水的不确定性及其组合对防洪风险的影响，也可考虑不同的调度规则对防洪风险的影响。这不仅可对现行设计的防洪风险予以验证，而且为改进现行防洪计算提供了基础。

分析还表明，区间洪水的概率特性对下游洪水的概率分布影响颇大，对区间洪水资料如何合理选样及确定其统计参数是今后应研究的一个课题。

参 考 文 献

[1] 水利水电工程设计洪水计算规范（SDJ22-79），水利电力出版社，1982。
[2] 谭维炎、黄守信，水库下游城市防洪风险的估算，水利学报，1983年第7期。
[3] 中山大学数学力学系，概率论及数理统计，人民教育出版社，1981。
[4] 谢国瑞等译，概率、随机变量与随机过程，高等教育出版社，1984。

洪水频率分析中设计值置信区间的确定*

胡 四 一

一、引 言

在洪水频率分析中，人们往往根据一个样本去推求具有某一设计频率p的设计值x_p，以此作为未知总体设计值x_p^0的估计。由于一般河流的实测资料不长，根据短期资料推求的洪水设计值往往具有较大的抽样误差。因此，仅仅计算设计值是不够的，因为这种点估计不能给人们以可靠程度的了解，要是不以某种方式指出其精度，意义是不大的。为克服这个缺点，必须给出估计x_p的精度描述。用以描述精度的方法有很多，例如，水文分析中常用的方法是计算设计值x_p的均方误s_{xp}，就能对其精度有一定的概念。但是，表达这种精度最简单醒目的方法，莫过于指出一个区间，比方说（x_p-ds_p，x_p+ds_p），它以相当大的可能性包含未知总体设计值x_p^0，这个问题的实质是把区间估计作为刻划点估计精度的手段。这就是如何确定设计值x_p^0的置信区间的问题。

频率曲线的置信区间虽然考虑了由于样本代表性不足所产生的抽样误差，但没有考虑由于分布线型选择不合适所包含的不确定性，也就是说，频率曲线的置信区间是相对于所指定的分布而言的。P-Ⅲ分布是国内外洪水频率分析中最为广泛应用的一种线型，如何确定适合于P-Ⅲ分布的设计值置信区间的问题，近年来受到广泛的重视，已在一些国家的设计洪水计算指南中有所反映。但是，仍然存在不少问题，有待研究和解决。本文的目的在于分析和讨论在P-Ⅲ分布下设计值置信区间的确定方法及其性能比较，并着重讨论了确定适合于适线法的置信区间的方法。此外，还通过一个算例来说明适线法置信系数在不连续系列中的应用。

二、设计值置信区间的描述

洪水设计值的置信区间，一般可叙述如下：假定洪水设计值x_p为一随机变量，具有未知的总体值x_p^0。显然，x_p是随机样本（x_1，x_2，…，x_n）的函数，其中n为样本长度。分别构造这个随机样本的两个函数$x_{p,c}$和$x_{p,1-c}$，且满足$x_{p,c}<x_{p,1-c}$。如果对于给定的某一数值c（$0<c<1$），若

$$P_r(x_{p,c}\leqslant x_p^0\leqslant x_{p,1-c})=1-2c \qquad (1)$$

成立，即未知参数x_p^0落入区间（$x_{p,c}$，$x_{p,1-c}$）以内的概率为$1-2c$，则称$(x_{p,c}, x_{p,1-c})$为置信区间，数值$1-2c$为置信水平。$x_{p,c}$和$x_{p,1-c}$即称为置信区间的下、上置信限（图1）。

---

*本文完成于1985年6月。

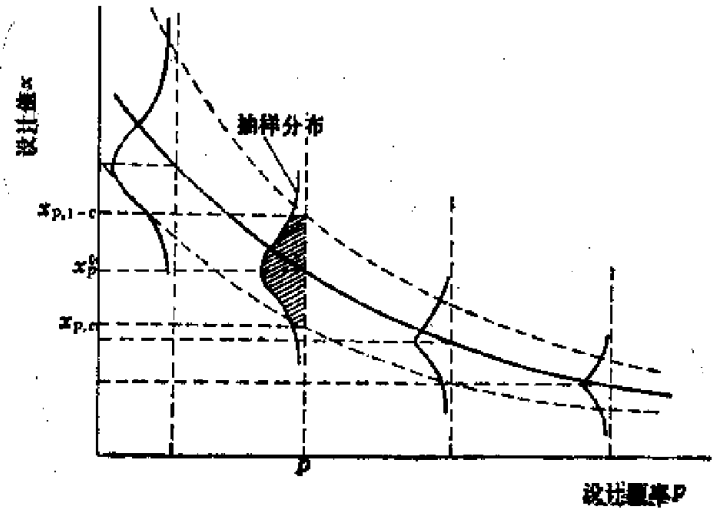


图 1 设计值x_p的（1−2α）置信区间示意图（阴影部分面积＝1−2α）

三、确定置信区间的现行方法及其讨论

如果某一样本（$x_1, x_2, \cdots, x_n$）来自正态总体$N(\mu, \sigma^2)$，为确定未知的总体设计值x_p^0的置信区间，需要知道随机变量

$$\xi_p = (x_p^0 - \overline{x}) / s_x \qquad (2)$$

的分布。式中$\overline{x}$和s_x分别为样本均值和样本均方差。令z_p是设计频率为p的标准正态分位数，那么$x_p^0 = \mu + z_p \cdot \sigma$，而式(2)则可改写为

$$\sqrt{n}\,\xi_p = \frac{\sqrt{n}\,(\mu + z_p\sigma - \overline{x})}{s_x} = \frac{\dfrac{\sqrt{n}\,(\mu - \overline{x})}{\sigma} + z_p\sqrt{n}}{\left[\dfrac{(n-1)\,s_x^2/\sigma^2}{(n-1)}\right]^{1/2}} \qquad (3)$$

显然，$[\sqrt{n}\,(\mu - \overline{x})/\sigma + z_p\sqrt{n}]$遵从均值为$z_p\cdot\sqrt{n}$和方差为1的正态分布；而$[(n-1)\cdot s_x^2/\sigma^2]$服从自由度为$(n-1)$的$\chi^2$分布。由于$\overline{x}$和$s_x^2$相互独立，故$\sqrt{n}\,\xi_p$服从非中心$t$-分布，且具有非中心参数$\sigma = z_p\sqrt{n}$和自由度$(n-1)$[1]。令$\xi_{p,\alpha}$和$\xi_{p,1-\alpha}$表示设计频率为$p$，累积概率分别为$\alpha$和$1-\alpha$的非中心$t$-分布分位数，那么有

$$P_r\left(\xi_{p,\alpha} \leqslant \frac{x_p^0 - \overline{x}}{s_x} \leqslant \xi_{p,1-\alpha}\right) = 1 - 2\alpha \qquad (4)$$

故x_p^0的100（1−2α）%的置信区间为$(\overline{x} + s_x\xi_{p,\alpha},\ \overline{x} + s_x\xi_{p,1-\alpha})$。而对于P-Ⅲ型分布，迄今为止，尚未获得这样的精确解析结果，于是就导致了各种确定P-Ⅲ型分布的设计值置信区间的近似处理。下面将分别简单地分析和讨论现行的方法及其存在的问题。

1. 美国《确定洪水频率指南》（以下简称“指南”）17A方法[2]

基于Hardison的研究[3]，美国水资源委员会曾推荐该方法为“指南”的标准方法。总

体设计值x_p^0的100（1−2α）%的置信区间可表示为

$$\left[\overline{x}+s_x\left(\frac{\xi_{p,\alpha}}{z_p}\right)\Phi_p,\ \overline{x}+s_x\left(\frac{\xi_{p,1-\alpha}}{z_p}\right)\cdot\Phi_p\right] \qquad (5)$$

式中 Φ_p为P-III型分布的离均系数。

该方法实属经验处理，缺乏理论根据。仅根据当偏态系数位于−1.0和+1.0之间的统计试验结果，建立P-Ⅲ型分布的置信因数$k_p=(x_p^0-\overline{x})/s_x$与正态分布下的$\xi_p$之间的经验关系，便可导出式（5）。该方法简记为W-17A。

2.美国“指南”17B方法[4]

该方法假定在P-Ⅲ型分布下设计值置信因数k_p也服从非中心t-分布。至于该假定的正确性，缺乏论证。此外，采用基于大样本渐近理论导出的对于非中心t-分布的正态近似，便可近似地求得x_p^0的100（1−2α）%的置信区间为

$$\left[\overline{x}+s_x\left(\frac{\Phi_p-\sqrt{\Phi_p^2-ab}}{a}\right),\ \overline{x}+s_x\left(\frac{\Phi_p+\sqrt{\Phi_p^2-ab}}{a}\right)\right] \qquad (6)$$

且 $$a=1-\frac{z_\alpha^2}{2(n-1)} \quad 和 \quad b=\Phi_p^2-\frac{z_\alpha^2}{n} \qquad (7)$$

式中 z_α是概率为α的标准正态分位数。该方法简记为W-17B。

3.大样本渐近方法

一般说来，根据抽样方差的级数展开式或渐近方差-协方差矩阵总可以求得总体设计值x_p^0的矩法估计或极大似然估计的均方误sx_p。国内外许多学者都曾对此作过详尽的讨论。考虑到x_p是样本矩的函数，由于中心极限定理的结果，当n充分大时，x_p的分布是渐近正态的[5]。于是，就可以构造x_p^0的100（1−2α）%的置信区间如下

$$(x_p-z_\alpha sx_p,\ x_p+z_\alpha sx_p) \qquad (8)$$

那么，问题便归结为如何确定sx_p。显然，sx_p与分布形式有关。对于P-Ⅲ型分布，有

$$sx_p=\frac{s_x}{\sqrt{n}}B \qquad (9)$$

其中B为依赖于设计频率p、偏态系数C_s和估计方法的综合因子。

如果忽略Φ_p随C_s的变化，基于矩法估计的B值可简化为

$$B^2=1+\Phi_pC_s+\Phi_p^2(0.75C_s^2+1)/2 \qquad (10)$$

式（8）、（9）和（10）的联合运用称之为BM法。

在推算设计洪水中，为防止由某个别样本实际算得的设计值偏小，通常要在x_p上加一sx_p，作为安全保证值。如果要在计算B值时考虑Φ_p随C_s的变化，那么就使得B值的计算十分繁复。为简化计算，金光炎曾导出了基于矩法估计的B值近似公式，并曾制成B-诺模图[6]。后来，丛树铮、谭维炎等人利用统计试验给出了适合于适线法的B-诺模图[7]。本文把基于B-诺模图和式（8）和式（9）的方法简记为BCF法。

如上所述，当样本容量充分大时，x_p的分布可假定为正态。但是，就中小容量的样本而言，x_p的分布实际上是偏态的，因此，用sx_p来描述x_p^0的可能摆动范围或置信区间是不妥当

的。换句话说，只有当x_p服从正态分布时，由sx_p构造的置信区间的置信概率才有意义。

4.STE方法

1983年，Stedinger建议采用下述方法确定x_p^*的100（1−2α）%的近似置信区间[1]：

$$\left\{\bar{x}+s_x\left[\Phi_p+\lambda\left(\xi_{p,\alpha}-z_p\right)\right],\ \bar{x}+s_x\left[\Phi_p+\lambda\left(\xi_{p,1-\alpha}-z_p\right)\right]\right\} \tag{11}$$

式中λ是一个系数，可表示为

$$\lambda=\left[\frac{1+C_s\cdot\Phi_p+0.5\left(1+0.75C_s^2\right)\Phi_p^2}{1+0.5z_p^2}\right]^{1/2} \tag{12}$$

四、置信区间性能比较的准则

为了评价确定置信区间方法的优劣，需要选择评价优劣的准则。置信区间的定义式（1）意味着，待估计的x_p^*落在（$x_{p,\alpha}$，$x_{p,1-\alpha}$）以内，从长期平均的意义上说来，至少有100（1−2α）%是正确的，或者说，包含错误值的概率不应超过2α，这反映了区间估计的可靠度。另一方面是其精度，一种富有直观性的刻划x_p^*的区间估计精度的方法是考虑区间长度。显然，可靠度与精度是互相矛盾的两个侧面，不可能使得两者同时都达到最佳。因此，实际的做法是，规定一个置信水平，也就保证了其可靠度达到一定的要求，在这个前提下，希望置信区间的期望长度越短越好。通过统计试验，可求得置信区间不包含x_p^*的相对频率和置信区间的平均长度作为对包含错误值的概率和期望长度的估计。

Stedinger曾利用包含错误值为准则，在$|C_s|\leqslant 1$的范围内，对美国“指南”方法W−17A、W−17B和BM法的优劣作了比较[1]。由他的分析可知，上述三方法的可靠度都很差。如若采用P-Ⅲ型分布，则应考虑C_s值的更大范围。本文在$C_s\leqslant 4.0$的范围内，考虑W−17A、W−17B、BM、BCF和STE五种方法，计算由它们确定的置信区间包含错误值的相对频率，以便对这五种方法的可靠度有一直观的了解。仅考虑由样本长度$n=25$的样本推求百年一遇设计值的一种情况。α取值为0.05。计算结果见表1。由表1可知，由W−17A、W−17B和BM这三种方法构造的置信区间均达不到预先给定的置信水平。例如，要求据“指南”

表1 置信区间不包含百年一遇设计值的频率（2α=0.10）*

方法	总体偏态系数 C_s				
	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0
W-17A	0.136	0.214	0.373	0.502	0.581
W-17B	0.153	0.235	0.407	0.540	0.614
BM	0.114	0.131	0.120	0.169	0.194
BCF	0.025	0.030	0.055	0.086	0.130
STE	0.085	0.090	0.087	0.113	0.134

*试验次数$m=1000$。

W－17B法确定的x_p^0的置信区间至少应以置信概率0.90包含x_p^0，而实际上当$C_s=3$时，仅仅以置信概率0.502包含x_p^0，即平均说来，每两次使用该方法时，就有一次失误，可见该方法的可靠度甚低。另外两方法W－17A和BM亦是如此，而且随着偏态系数的增大更为恶劣。STE法和BCF法在偏态系数小于3.0时均能达到预先给定的可靠度要求。但BCF法显得过于保守，这是由于x_p的分布是偏态的，而我们把它当作正态处理的结果。由于W－17A、W－17B和BM方法的可靠度甚差，因此，在后面的方法性能评价中对这三种方法不予考虑。

五、适合于适线法的设计值置信区间的确定

适线法由于它的简便、直观、灵活等优点，尤其适合于有历史洪水加入频率分析的情形，已为我国普遍采用作为参数估计的统一方法。如前所述，现行大多数方法是基于矩法估计得出的，与适线法的基础不一致。此外，由于这些方法的近似性，使得利用这些方法构造的置信区间并不能达到要求的置信概率。因此，将这些方法直接搬用于适线法是不妥当的。下面将讨论如何确定基于适线法估计的置信区间的问题。

在P-Ⅲ型分布下，导出矩法估计设计值的置信因数$k_p=(x_p^0-\bar{x})/s_x$的分布，这个问题至少目前在理论上是难以解决的，尤其对于适线法，更是不可能。然而，这个问题总是可以利用统计试验加以解决。置信限一般可表示为

$$x_{p,\alpha}=\bar{x}+k_{p,\alpha}\cdot s_x \tag{13}$$

式中α等于α或者$1-\alpha$，分别相应于下置信限和上置信限；而$k_{p,\alpha}$是设计频率为p、累积概率为α的置信因数k_p分布的分位数。因此，问题是寻求$k_{p,\alpha}$，使其满足

$$P_r(x_p^0\leqslant\bar{x}+s_x\cdot k_{p,\alpha})=\alpha \tag{14}$$

由于$k_p=(x_p^0-\bar{x})/s_x$，上式可改写为

$$P_r(k_p\leqslant k_{p,\alpha})=\alpha \tag{15}$$

首先在计算机上生成服从P-Ⅲ型分布的、样本长度为n的m组样本。对每一组样本，用某一估计方法即可求得k_p的一个估值，重复m次，即可获得m个k_p的估值。如果m相当大，便构成了一个k_p的大样本（$k_{p,1}$，$k_{p,2}$，…，$k_{p,m}$），将其按大小顺序排列，就得到了一个近似的累积分布。再由与α相应的频率，便可确定$k_{p,\alpha}$。

m的选择涉及统计试验的精度控制。由分析可知，为获得合理的精度，必须有非常大的m值。我们在计算中取$m=1000$，它一般仍能满足P-Ⅲ型分布随机样本生成的要求[7]。应用适线法需要选择一个经验频率公式和一个适线准则。根据文献[7]的推荐，本文采用期望经验频率公式和离差绝对值最小准则。

采用上述方法，本文对适用于矩法和适线法的设计值x_p的置信因数分别作了计算。在计算中，考虑样本长度分别是$n=20$，50和100，置信概率α分别为0.95和0.05。偏态系数C_s的取值为0.5，1.0，2.0，3.0和4.0。为获得整个频率曲线的置信区间，采用设计频率p分别为0.001，0.002，0.01，0.02，0.04，0.1，0.2，0.5和0.995。计算结果见表2。利用该表中的置信因数构造置信区间的方法分别简记为MCM（相应于矩法估计）和MCCF（相应于适线法估计）。

表 2 P-Ⅲ型分布下频率曲线的置信因数（$\varepsilon=0.05$）

$C_s=0.5$

置信因数	样本长度 n	方法	超过概率 p								
			0.001	0.002	0.01	0.02	0.04	0.1	0.2	0.5	0.995
$k_{p,1-\varepsilon}$	20	MCM	5.5254	5.0282	3.9374	3.4123	2.8755	2.1016	1.4280	0.2980	−1.5970
		MCCF	5.2803	4.8483	3.7585	3.2748	2.7669	1.9836	1.3363	0.2834	−1.4956
	50	MCM	4.7690	4.3723	3.4142	2.9529	2.4787	1.7941	1.1767	0.1493	−1.7804
		MCCF	4.7394	4.3579	3.4172	2.9566	2.4644	1.7583	1.1426	0.1486	−1.7259
	100	MCM	4.4570	4.0859	3.1674	2.7422	2.2918	1.6331	1.0553	0.0731	−1.8692
		MCCF	4.3811	4.0172	3.1169	2.7029	2.2604	1.6103	1.0375	0.0733	−1.8390
$k_{p,\varepsilon}$	20	MCM	2.8160	2.5587	1.9406	1.6449	1.3159	0.8370	0.4113	−0.4410	−2.9092
		MCCF	2.6251	2.3815	1.7993	1.5313	1.2296	0.7880	0.3898	−0.4189	−2.8356
	50	MCM	3.1661	2.8918	2.1901	1.8648	1.5228	1.0038	0.5421	−0.2964	−2.5674
		MCCF	3.0503	2.7866	2.1262	1.8135	1.4770	0.9753	0.5267	−0.2881	−2.5174
	100	MCM	3.3462	3.0530	2.3308	1.9883	1.6281	1.0909	0.6112	−0.2379	−2.4035
		MCCF	3.2907	3.0057	2.2869	1.9481	1.5951	1.0664	0.5980	−0.2366	−2.3899

$C_s=1.0$

置信因数	样本长度 n	方法	超过概率 p								
			0.001	0.002	0.01	0.02	0.04	0.1	0.2	0.5	0.995
$k_{p,1-\varepsilon}$	20	MCM	7.1949	6.5292	4.9265	4.1974	3.4491	2.3978	1.5332	0.2491	−1.2881
		MCCF	6.5208	5.9233	4.4466	3.7818	3.1424	2.1992	1.4086	0.2358	−1.2426
	50	MCM	5.9055	5.3438	3.9982	3.3960	2.7648	1.8948	1.1895	0.0736	−1.3952
		MCCF	5.7173	5.1772	3.8802	3.2923	2.6839	1.8435	1.1444	0.0701	−1.3714
	100	MCM	5.4338	4.9211	3.6631	3.1066	2.5331	1.7061	1.0385	0.0008	−1.4635
		MCCF	5.2994	4.7343	3.5646	3.0236	2.4607	1.6612	1.0068	0.0008	−1.4709
$k_{p,\varepsilon}$	20	MCM	3.1435	2.8125	2.0182	1.6700	1.3089	0.7569	0.2981	−0.4969	−2.3083
		MCCF	3.0121	2.6887	1.9316	1.5880	1.2422	0.7291	0.2866	−0.4876	−2.1970
	50	MCM	3.6021	3.2355	2.3526	1.9600	1.5317	0.9472	0.4620	−0.3740	−2.0312
		MCCF	3.5755	3.2091	2.3305	1.9334	1.5266	0.9410	0.4458	−0.3569	−1.9600
	100	MCM	3.8278	3.4427	2.5155	2.1028	1.6704	1.0485	0.5378	−0.3006	−1.8962
		MCCF	3.8220	3.4391	2.5153	2.0976	1.6638	1.0494	0.5365	−0.2972	−1.8525

$C_s=2.0$

置信因数	样本长度 n	方法	超过概率 p								
			0.001	0.002	0.01	0.02	0.04	0.1	0.2	0.5	0.995
$k_{p,1-\varepsilon}$	20	MCM	11.0029	9.7711	6.9144	5.6745	4.4458	2.8429	1.6300	0.0426	−0.7640
		MCCF	9.6643	8.6001	6.1027	5.0316	3.9716	2.5727	1.4911	0.0424	−0.7995
	50	MCM	8.8193	7.8149	5.4749	4.4746	3.4729	2.1587	1.1463	−0.1089	−0.8180
		MCCF	8.0691	7.1541	5.0380	4.1146	3.2042	2.0032	1.0777	−0.1085	−0.8653

$C_s=2.0$ 续表

置信因数	样本长度 n	方法	超过概率 p								
			0.001	0.002	0.01	0.02	0.04	0.1	0.2	0.5	0.995
$k_{p,1-\alpha}$	100	MCM	7.7831	6.8893	4.8210	3.9241	3.0244	1.8438	0.9541	−0.1758	−0.8625
		MCCF	7.3541	6.5140	4.5585	3.7201	2.8708	1.7602	0.9277	−0.1716	−0.9907
$k_{p,c}$	20	MCM	3.8102	3.3482	2.2295	1.7505	1.2825	0.6421	0.1470	−0.5902	−1.4125
		MCCF	3.6369	3.1713	2.1227	1.6590	1.2152	0.6088	0.1323	−0.5162	−1.2113
	50	MCM	4.2623	3.7460	2.5577	2.0428	1.5271	0.8352	0.3000	−0.4738	−1.2448
		MCCF	4.3939	3.8439	2.5982	2.0629	1.5297	0.8287	0.2975	−0.4496	−1.1402
	100	MCM	4.7354	4.1624	2.8374	2.2756	1.7049	0.9447	0.3694	−0.4281	−1.1753
		MCCF	4.7506	4.1765	2.8436	2.2661	1.6954	0.9378	0.3628	−0.4103	−1.0823

$C_s=3.0$

置信因数	样本长度 n	方法	超过概率 p								
			0.001	0.002	0.01	0.02	0.04	0.1	0.2	0.5	0.995
$k_{p,1-\alpha}$	20	MCM	18.1382	15.8534	10.5930	8.3856	6.2373	3.5418	1.6988	−0.1374	−0.5319
		MCCF	14.7074	12.8455	8.5767	6.8150	5.1023	2.9309	1.4398	−0.1269	−0.5560
	50	MCM	11.5714	10.0609	6.6773	5.2570	3.8765	2.1435	0.9664	−0.2609	−0.5516
		MCCF	10.7228	9.3500	6.2276	4.9245	3.6526	2.0431	0.9260	−0.2631	−0.5874
	100	MCM	10.2493	8.9171	5.8902	4.6269	3.3997	1.8543	0.8001	−0.3001	−0.5645
		MCCF	9.5704	8.3314	5.5065	4.3370	3.1917	1.7469	0.7586	−0.3079	−0.6209
$k_{p,c}$	20	MCM	4.5132	3.8838	3.4521	1.8551	1.2794	0.5318	0.0085	−0.6454	−1.0245
		MCCF	4.1024	3.5304	2.2153	1.6710	1.1420	0.4769	0.0061	−0.5179	−1.7730
	50	MCM	4.9805	4.2944	2.7665	2.1189	1.4763	0.6773	0.1247	−0.5549	−0.8891
		MCCF	4.8681	4.1987	2.6761	2.0390	1.4289	0.6496	0.1153	−0.4759	−0.7274
	100	MCM	5.3815	4.6577	3.0209	2.3234	1.6367	0.7949	0.2036	−0.5047	−0.8105
		MCCF	5.4553	4.7147	3.0390	2.3376	1.6530	0.7930	0.1964	−0.4545	−0.7057

$C_s=4.0$

置信因数	样本长度 n	方法	超过概率 p								
			0.001	0.002	0.01	0.02	0.04	0.1	0.2	0.5	0.995
$k_{p,1-\alpha}$	20	MCM	26.3244	22.6224	14.3391	10.9641	7.7681	3.9519	1.5396	−0.2802	−0.3990
		MCCF	20.9955	18.0334	11.4436	8.7712	6.2105	3.1723	1.2776	−0.2788	−0.4477
	50	MCM	16.9625	14.5636	9.1956	7.0009	4.9299	2.4291	0.8775	−0.3212	−0.4040
		MCCF	14.6932	12.6092	7.9462	6.0463	4.2580	2.1142	0.7627	−0.3402	−0.4597
	100	MCM	13.2950	11.4036	7.1651	5.4077	3.7513	1.7801	0.5692	−0.3355	−0.4142
		MCCF	12.0852	10.3624	6.5009	4.9307	3.4455	1.6660	0.5453	−0.3715	−0.4744
$k_{p,c}$	20	MCM	4.7068	3.9745	2.3495	1.7128	1.1065	0.3656	−0.1299	−0.6852	−0.8235
		MCCF	4.1778	3.5360	2.1051	1.5172	0.9611	0.3094	−0.1008	−0.4727	−0.5591

$C_s=4.0$ 续表

置信因数	样本长度 n	方法	超过概率 p								
			0.001	0.002	0.01	0.02	0.04	0.1	0.2	0.5	0.995
$k_{p,c}$	50	MCM	5.3582	4.5551	2.7443	2.0102	1.3277	0.5067	-0.0206	-0.5739	-0.6896
		MCCF	5.2938	4.4992	2.7180	1.9910	1.3111	0.4921	-0.0183	-0.4463	-0.5247
	100	MCM	5.7957	4.9374	3.0213	2.2110	1.5020	0.6148	0.0417	-0.5273	-0.6374
		MCCF	6.0149	5.1218	3.1234	2.3135	1.5453	0.6223	0.0426	-0.4375	-0.5176

六、基于不连续系列设计值置信区间的确定

考虑几个历史洪水（调查考证期为N）和实测洪水系列（长度为n）组成的不连续样本如何计算由这个样本估计的设计值的置信区间呢？对此，美国“指南17B”中指出：“在估计频率曲线时，即使有历史信息可以利用，实测系列长度n仍被认为是可以控制估计的频率曲线的统计精度的。”显然，这种考虑在计算置信区间时没有充分利用历史洪水的信息。因为一般说来，对于这种不连续系列，用于控制置信区间的长度应该介于实测系列长度n与历史考证期N之间。如果能求出这种介于n与N之间的长度，便可应用适应于连续系列的方法于不连续系列。文献[7]中曾提出“折算长度”的概念，其定义为：使根据不连续序列进行参数估计情况下的抽样误差，相当于某个等价的连续样本的抽样误差，则当二者相等时，后者的长度便称为折算长度。研究报告●中并给出了几种典型情况下的折算长度，可供实际应用中粗略估计折算长度之用。例如，某站年最大洪峰流量系列长度为$n=20$年，调查到一个历史洪水，重现期被估算为$N=110$年，利用目估适线法分别求得不连续系列的统计参数为$\bar{x}=3460\text{m}^3/\text{s}$，$C_s=0.4$和$C_s=4$、$C_s=1.6$。对于$n=20$和$N=110$，根据研究报告●中的表6-11，

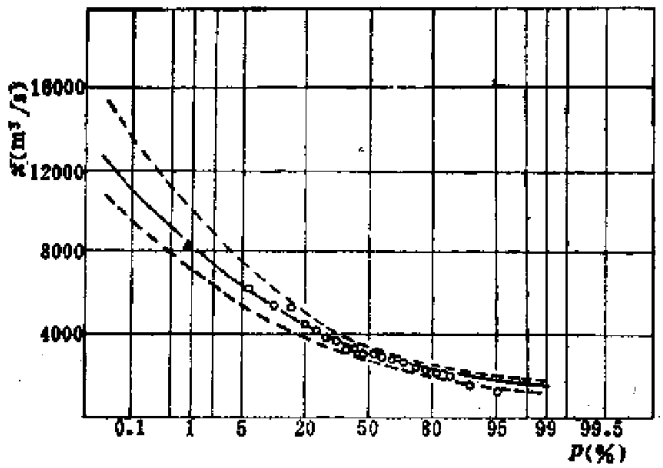


图 2 ××站年最大洪峰流量频率曲线

——频率曲线；----信度90%的置信限；○实测洪水；▲历史洪水

●上海市计算技术研究所等，水文计算中参数估计方法的统计试验研究，1974年。

线性内插近似求得折算长度$N_*=47$。然后采用MCCF法，即据$N_*=47$和$C_s=1.6$从表2中线性内插求得各种设计频率的置信因数，转而便可求得估计的频率曲线的置信水平为90%的置信区间。例如，对于设计频率$p=1\%$，相应的置信因数是（4.66，2.44）$(1-2\alpha=0.90)$，从而百年一遇设计值的90%的置信区间为（9911m³/s，6845m³/s），见图2。

七、确定置信区间方法的精度比较

就包含错误值的概率而言，前面业已表明，BCF法和STE法是相当可靠的。而另一方面，为了评价确定置信区间方法的相对优劣程度，必须根据下述准则：在满足置信水平要求的前提下使置信区间的期望长度尽可能小，对诸方法的性能作更为全面的分析和比较。下面首先基于m组模拟的样本，计算由BCF、STE、MCM和MCCF法确定的置信区间的平均长度。

据式（8）和（9），利用BCF法构造的置信区间的平均长度可表示为

$$L_{BCF}=\frac{2z_\alpha B}{\sqrt{n}}\sum_{j=1}^{m}s_{x_j}^{*} \tag{16}$$

式中$s_{x_j}^{*}$是标准差的适线法估计值，与其相应的是矩法估计值s_{x_j}。

类似地，由式（11）及置信区间的定义可分别求得相应于STE、MCM和MCCF法的置信区间的平均长度如下：

$$L_{STE}=\lambda\left(\xi_{p,1-\alpha}-\xi_{p,\alpha}\right)\sum_{j=1}^{m}s_{x_j} \tag{17}$$

$$L_{MCM}=\left(k_{p,1-\alpha}-k_{p,\alpha}\right)\sum_{j=1}^{m}s_{x_j} \tag{18}$$

$$L_{MCCF}=\left(k_{p,1-\alpha}^{*}-k_{p,\alpha}^{*}\right)\sum_{j=1}^{m}s_{x_j}^{*} \tag{19}$$

式中$k_{p,1-\alpha}^{*}$和$k_{p,\alpha}^{*}$分别是相应于BCCF法的上置信因数和下置信因数；而$\sum_{j=1}^{m}s_{x_j}^{*}$和$\sum_{j=1}^{m}s_{x_j}$分别是标准差的适线法估计值之和与其矩法估计值之和，可在前述的模拟计算中确定。

如果我们考虑

$$w_1=\frac{L_{STE}}{L_{MCM}},\quad w_2=\frac{L_{MCCF}}{L_{MCM}},\quad w_3=\frac{L_{BCF}}{L_{MCM}} \tag{20}$$

那么，w_1、w_2和w_3则分别表示置信区间平均长度之比。据此，则可进行上述四方法的精度比较。表3列出了w_1、w_2和w_3的计算值。由表3可知，就置信区间的平均长度而言，在上述四方法中，BCF法的性能最差。当$C_s\leqslant 2.0$时，由BCF法构造的置信区间的平均长度特别大，而其包含错误值的概率是相当小的，如前面表1所述。由此可见，该方法的高可靠性是以牺牲其精度为代价的。当$C_s\leqslant 0.5$时，在其它三方法中，没有哪一种方法具有显著的优势。如果综合考虑各种情况，BCCF法的精度则优于其它两种方法。

3 表　　确定置信区间方法的精度比较

样本长度 $n=20$

	$C_s=0.5$			$C_s=1.0$			$C_s=2.0$			$C_s=3.0$			$C_s=4.0$		
p	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3
0.02	0.9067	0.9110	1.4095	0.8331	0.8031	1.2111	0.8630	0.8020	1.0650	0.7439	0.7602	0.8500	0.6870	0.7826	0.7761
0.01	1.0364	1.0592	1.5026	0.9574	0.9227	1.2765	1.0025	0.9140	1.1200	0.8643	0.7900	0.8749	0.7996	0.8964	0.7768
0.002	1.0310	1.0638	1.7638	0.9635	0.9286	1.4698	1.0189	0.9095	1.2298	0 8756	0.8662	0.9371	0.8122	0.8948	0.8172

样本长度 $n=50$

	$C_s=0.5$			$C_s=1.0$			$C_s=2.0$			$C_s=3.0$			$C_s=4.0$		
p	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3
0.02	0.8845	0.9374	1.3990	0.8806	0.8460	1.3027	0.8363	0.7550	1.0424	0.9298	0.8396	1.0584	0.7648	0.7575	0.8498
0.01	1.0117	1.0853	1.4978	1.0135	0.9709	1.3786	0.9644	0.8638	1.0912	1.0776	0.8885	1.0898	0.8901	0.8712	0.8628
0.002	1.0277	1.0921	1.7978	1.0151	0.9625	1.5834	0.9611	0.8395	1.1776	1.0861	0.9407	1.1639	0.9043	0.8711	0.8995

样本长度 $n=100$

	$C_s=0.5$			$C_s=1.0$			$C_s=2.0$			$C_s=3.0$			$C_s=4.0$		
p	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3	w_1	w_2	w_3
0.02	0.8882	0.8817	1.4088	0.8766	0.8120	1.2973	0.8583	0.7803	1.0747	0.8813	0.7738	0.9954	0.8386	0.7432	0.9135
0.01	1.0294	1.0079	1.5301	1.0107	0.9280	1.3762	0.9863	0.8817	1.1215	1.0215	0.8029	1.0254	0.9651	0.8473	0.9078
0.002	1.0229	0.9949	1.7992	1.0052	0.9235	1.5719	0.9959	0.8743	1.2280	1.0210	0.8728	1.0877	0.9720	0.8404	0.9496

八、结　　论

综上所述，可得如下几点结论：

（1）设计值的置信区间是对其估计精度的完整描述。当设计值x_p的分布呈偏态时，利用x_p的均方误，即s_{x_p}来构造设计值的置信区间是不合适的，因其缺乏置信概率的明确意义。

（2）美国“指南”W－17A、W－17B以及BM法，由于它们的近似性，不能达到所要求的置信水平，而且其偏离程度随着偏态系数的增大更趋恶劣。

（3）利用统计试验计算适合于适线法估计的置信因数是可行的。然而，为获得合理的精度和便于实际应用，涉及大量的模拟试验和制表工作。

（4）折算长度的概念为确定不连续序列的置信区间估计提供了一条可能的途径，从而体现了历史洪水在区间估计中所起的作用。

（5）在大多数情况下，与其它方法比较，MCCF法在满足一定的置信水平的前提下，其精度最高。当$C_s \leqslant 2.0$时，STE法具有较高的可靠度和精度，而且计算简便，可作为适用于矩法估计的较为合理的方法。

参 考 文 献

[1] Stedinger, J.R., Confidence Intervals for Design Events, Jour. of the Hydraulic Division, ASCE, Vol.109, 1983.

[2] U.S.WRC, Guidelines for Determining Flood Flow Frequency, Bulletin 17A, Washington, D.C., 1977.

[3] Hardison, C.H., Confidence Limits for Flood-Frequency Curves Computed from Samples from Pearson Type Ⅲ Populations, Jour. Research U.S.Geol.Survey, Vol.4, No.5, 1976.

[4] U.S.WRC, Guidelines for Determining Flood Flow Frequency,Bulletin 17B, Washington, D.C., 1982.

[5] Cramer, H., Mathematical Methods of Statistics, Princeton University Press, 1946.

[6] 金光炎，水文统计原理与方法，中国工业出版社，1964。

[7] 丛树铮、谭维炎等，水文频率计算中参数估计方法的统计试验研究，水利学报，1980年第3期。

历史洪水洪峰流量的估算*

骆承政

历史年代的洪水，相隔时间较远，地面景观、河道形态、水流特性都可能发生较大的改观。因此，根据历史洪痕水位来估算流量时，常常会带来较大的误差，其中影响最大的有以下三个方面的因素：①冲淤变化较大的河段，断面的复原问题；②高水比降值的合理确定；③糙率n值的选用。

一、历史断面的复原问题

计算历史洪水洪峰流量的过水断面，照理讲应当是洪水发生时的实际断面，但在具体计算时，一般是采用调查时施测的河道断面或选用水文站实测断面。这里就发生一个问题：所选用的断面能否代表历史洪水发生时的断面？我国南方地区的河流，一般河床比较稳定，断面的冲淤变化问题不是很严重。浙江省曾根据近30年实测大断面资料做过对比分析，大多数河流中高水位时断面冲淤变化的幅度约2%左右；北方黄土地区含沙量大的河流，情况就不同了，有的河段是否考虑冲淤变化问题，对流量成果影响很大。黄河干流龙门河段，在推算道光年间一次特大洪水时，按近期断面计算的流量为19500m^3/s，若考虑100多年来断面的淤积情况并加以改正，据此推算的流量为30000～33000m^3/s，二者相差54～69%。再如伊洛河黑石关站，在估算1931年最大洪峰流量时，考虑断面修正与否，流量相差1倍。●

断面的冲淤变化，一般有两种表现形式：一种是多年之间显示出来的断面刷深或者淤高；另一种是在一次洪水过程之中断面的涨冲落淤（也有的河段涨淤落冲）。下面主要介绍年际之间断面冲淤问题的修正。

历史断面的复原或修正，是一个比较困难的问题。目前，这方面经验还不多，有的单位做了一些有益的探索，兹举三例，以供借鉴。

1.分析河床平均淤积速度，估算历史断面●

当断面存在趋势性的冲刷（或淤积）变化时，若不同时期内平均冲刷（或淤积）速度比较稳定，则可根据多年平均冲淤高度修正历史断面。

广东潮安水文站，处于韩江河口段，河流含沙量较大，年平均输沙量695万t，河段淤积比较严重，河底高程逐年显著升高。根据历史建筑物的考证，断面的形态变化主要表现在垂直方向的淤积，侧向侵蚀不大，这样就使断面的修正问题简化了。河段淤积情况的资料如表

*本文主要根据1979年6月全国洪水调查资料审编经验交流会和1983年1月全国洪水调查资料汇编工作总结及经验交流会上部分文件整理。本文完成于1980年，1984年作了部分修改补充。

●黄河水利委员会勘测规划设计院（简称黄委设计院），黄河洪水调查考证和计算，1982年3月。

●广东省水电勘测设计院，广东省韩江流域洪水调查资料审编试点，1979年6月。

表 1　　韩江河口段不同时期河床淤积情况表

编号	资　　料	总年数	累计淤积高度(m)	平均淤积速度(m/年)
1	竹竿山至潮安河段1948年和1969年实测河道地形图对比	21	0.77	0.037
2	潮安下游南溪口至莲阳桥河段1973年和1978年河道地形图对比	5	0.18	0.036
3	1948年和1969年潮安水文站实测断面资料对比	21	0.73	0.035
4	1950年和1978年潮安水文站实测断面资料对比	29	1.11	0.04
5	根据南宋建筑物——湘子桥推算淤积厚度(公元1200～1977年)	777	17	0.022

1 所列。

从表1可以看出，近期的河段平均淤积速度，每年平均淤积高度在0.035～0.04m之间。历史时期流域植被条件比近代为好，平均淤积速度比近期小，定性上也是合理的。因此，可以根据断面平均淤积速度，对每个具体历史洪水年份进行估算。

例如潮安站1911年断面的修正，自1911～1978年共计67年，若按每年0.035m平均淤积速度计算，则67年中总淤积高度为2.35m，考虑解放以后，由于人类活动影响，淤积速度相对大一些，最终断面平均淤积高度采用2.5m。

2.根据历史文物资料考证历史时期河底高程

当断面的冲淤变化情况比较复杂，有逐年趋势性的淤积，又存在不定期的冲刷现象的情况下，就不宜简单地采用平均淤积速度来进行断面修正，而需要结合历史文献、文物资料进一步考证当时床面高程，作为改正的依据。例如，黄委设计院根据历史照片、碑刻以及在岸壁上埋置的拴船铁桩等历史遗迹，对龙门河段道光年间的床面高程进行了分析考证，证明道光年洪水汛前河底高程比1976年约低8.90～10.9m●。

3.根据河床淤积层颗粒组成特征分析历史断面

在缺少实测或历史资料可资比较时，根据河床质的颗粒组成，也可以对历史断面进行近似估算。1930年辽西发生了历史上罕见的特大洪水，据辽宁省复兴堡水文站调查，该河段原来断面较窄，1930年大水后断面冲宽，河槽刷深，以后又逐年回淤，前后断面变化较大。在复兴堡测验河段上，布置了上、中、下三个断面，在每个断面上布设了若干点，进行垂直取样。从每个探孔样品分析，其砂粒组成显示出较好的规律性：①淤积层的分布，自上往下一般由细砂—淤泥—粗砂—砂夹卵石组成。②每层厚度大体相近。问题在于如何确定1930年大水过后的河床质组成类型。据当地老年人回忆："民国十九年前，屯西有耕地二垧多，民国十九年一场大水耕地冲毁了，出七家子屯就得脱裤子下河，以后淤了一房高，还长了树。""民国十九年大水后，东屯（靠山屯）冲出一人多深的陡坎。""民国十九年当时河很深，现在这边已经淤上了两米多。"根据以上材料，对照不同淤积层，确定1930年冲刷断面应在砂夹卵石层的顶部。由此，可以近似地估绘出1930年的过水断面。

但是也应注意到，有的河段冲或淤两种现象可能同时存在，特别是宽浅式河床，主流左

●昌元俊、史辅成，黄河龙门道光年洪水断面还原方法，水文计算经验汇编第四集。

右摆动，此岸冲刷，彼岸可能淤高，所谓“十年河东，十年河西”，整个断面冲淤变化，在一定程度上有相互补偿的作用。河北省水利勘测设计院对海滦河流域各种河床质组成的河道，做过对比分析●，发现断面冲淤变化显著的一些河段，尽管断面形态发生了较大的改变，但高水位时面积相差不大，变化幅度一般不超过10%。例如冶河孟贤壁河段，集水面积6400km²，为宽浅式河槽，河床为砂质组成，主槽摆动显著，断面形态变动较大。根据1921年顺直水利委员会施测三万分之一河道地形图切割之断面与1977年实测断面比较，在56年中，虽然其间经历了1939、1956、1963年等三次大洪水，但高水位时，前后面积相差不到7%（图1）。

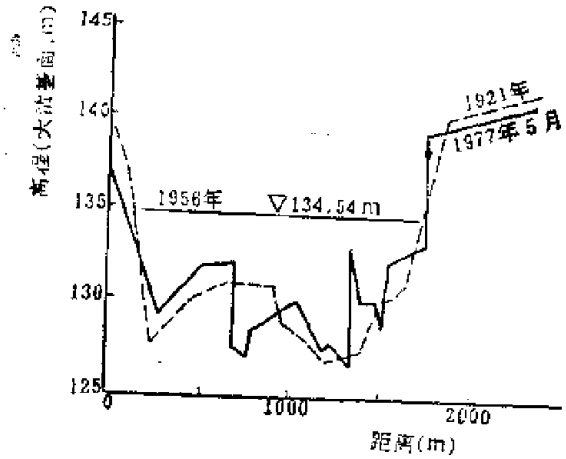


图 1 孟贤壁横断面图

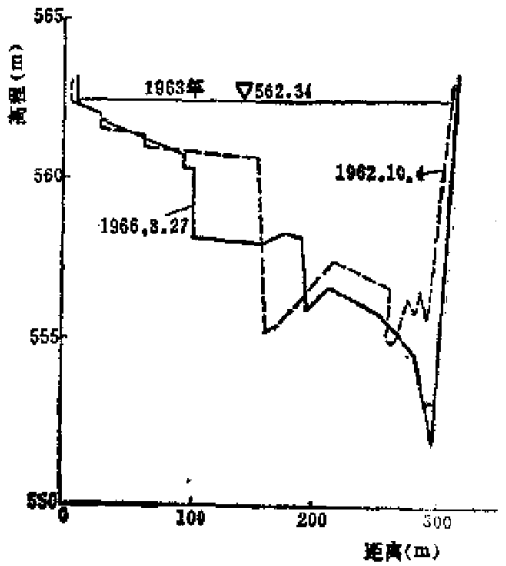


图 2 刘家庄横断面图

再如，清漳河刘家庄站，集水面积3800km²，为窄深式河槽，河床为粗砂、卵石、块石组成。1963年发生了特大洪水，左右岸都有较大冲刷，而中间却有回淤，对比“63.8”特大洪水前后8年中（1959～1966）断面冲淤变化幅度最大不超过10%（图2）。

因此，对于断面的改正问题，应在全面调查分析冲淤情况后，再考虑是否需要进行改正，切忌单凭被调查者一句话，贸然作出改正处理。

二、洪水水面线的分析和高水比降的确定

用比降法计算洪峰流量时，比降s值是一个重要的水力参数。通常高水比降的确定不外乎以下几种方法：有实测水文资料的河段，建立水位～比降相关，外延推求高水比降，或者直接借用某次实测大洪水的比降；在没有实测水文资料的河段，只能根据调查到的洪痕点参考枯水或河底平均坡降绘制水面线，然后估算水面比降。大家熟知，洪痕所在的地点，受客观条件的限制不可能都选择在顺直河段上，洪痕所在位置的代表性、洪痕高程的指认误差等，都会给绘制水面线带来困难，同时随着水位的升高，水流的控制条件也会引起复杂的变

●李灿章等，关于洪水调查计算中几个有关问题的探讨，海河科技，1982年第4期。

化。在这种情况下，如果简单地根据中低水位的相关趋势外延或者参照河底比降定线，往往会导致很大的误差。因此，确定高水比降时需要注意以下问题。

1.了解河段水流特性，分析水位比降的变化趋势

影响水面比降的因素比较多，如洪水涨落率，河道地形，以及河床障碍物等等，然而影响最大的是河段平面形态。山区河流，断面宽窄相间，随着水位升高，河道平面形态，断面控制条件可能发生较大的改变，而这种变化必然会给比降带来影响。

例如汉江安康水文站，测站位于安康小盆地的上端，河道顺直，中高水位时，水面宽约500m，测站以下1km左右，河道即进入安康盆地，水面展开，常水位时在盆地腹部水面宽可达1800m。测站以下13km，处于盆地末端，河道进入峡谷，最窄处（石梯）水面宽仅150m。因此，在测站以下13km河段内，断面沿程变化很大。中低水位时，水流畅通，比降约为5‰左右，随着水位升高，受下游峡谷壅水作用，比降随着水位升高逐渐减少，当水深达到或超过13m，水面比降基本上稳定在1.6‰左右。认识这种变化趋势，对合理确定历史洪水比降是很有帮助的。

2.分析洪痕点据的代表性

可靠而且代表性好的洪痕点是定线的主要依据。这就需要在定线之前对每个洪痕点的可靠程度和代表性作出正确的评价。所谓代表性，是指其水位能否代表该断面的平均水位。当河道顺直，紧靠河岸和水流畅通的地点，洪水位的代表性就比较好；若洪痕点位于弯道处，水流受离心力的影响，凹凸岸可以产生较大的水位差；洪痕位置处在死水回流区或受分流、漫溢的影响，其代表性就较差。

调查河段的河道平面形态和洪痕点所在位置的代表性，在纵断面图中是反映不出来的，而需要对照河段平面图作出分析比较。由于每个洪痕点水位的可靠程度、代表性都不完全一致，在绘制水面线时，切忌通过点群中心定线，而应当以水位可靠、代表性好的点据为主要依据。

当调查河段较长，洪痕点据距离较大，河段平面形态有显著变化时，水面线实际上是一条不连续的折线，必须多方面进行合理性检查，如果简单地连成一条直线，往往带来很大的误差。

例如，辽河太平寨水文站调查到1953年一次大洪水，由于洪水发生时间相隔不久，洪痕清晰可靠，但在比降推算上有两种不同成果，一是根据太平寨当年实测洪水比降，其值为25‰；一是根据调查洪痕点据绘制的水面线计算的比降，其值为11‰，两个比降值都有较可靠的资料为依据，而比降值竟相差1倍以上，究竟何者更符合实际呢？以往认为比降水尺间距仅200m，洪水期由于受波浪及观测误差的影响，求得的比降误差较大；而调查河段间距2800m，其比降精度可能较高，于是舍弃25‰的实测比降而采用11‰的调查比降，由此算得的洪峰流量为1600m^3/s，这个数据一直沿用下来，水文年鉴中也照此刊布。但从流量成果检查，太平寨比邻近河流偏小很多，其原因主要是所采用的比降不合理。问题在于当初确定调查比降时，忽视了河段平面形态的变化对比降的影响。该站基本水尺的上、下游，均为开阔河段，河面宽近1000m，只有中间测验河段为顺直规整的峡谷段，高水时，水面宽仅160m。显然在2800m长的调查河段中，水流受收缩、扩散的影响，水面线不是直线变化，由此求得的调查比降，势必得出偏小的结果；而实测比降，因上下比降水尺间距较短，受河道平面形

态影响小，反而能够符合推流河段的实际情况。按实测比降25‰所计算的洪峰流量2300m³/s，与相邻地区比较，也比较合理。

3.注意由于洪痕点据少，推算时造成大误差

当洪痕点据很少，又无其他洪水年份可资借鉴时，只能参照河底平均比降或枯水水面线来定线，这是一种不得已的办法，有时可能会造成很大误差。例如，嘉陵江上游谈家庄河段，1954年曾调查到1898年特大洪水，只有一个洪痕点，洪水水面线当时参照枯水水面线绘制求得该年洪水比降为30‰。1981年8月再次出现特大洪水，最高水位略超过1898年，所测得实际洪水比降仅0.6‰，二者差50倍●（图3）。

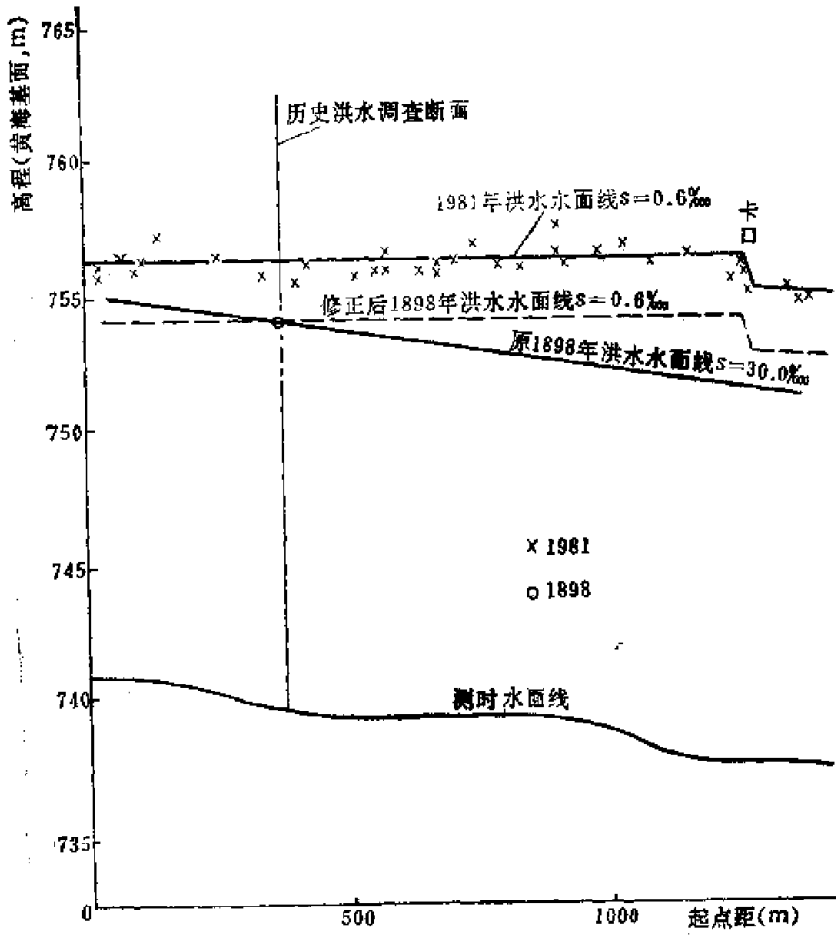


图 3 谈家庄水文站河段纵剖面图

三、糙率n值的选用问题

用曼宁公式估算洪峰流量，糙率n值是决定流量精度最关键的一个参数。以往糙率的选用，通常采用国外天然河道糙率表，凭经验判断。此种方法任意性大，颇难掌握，经多年实践，效果不好，计算结果往往同实际情况偏离较大。因此，普遍主张尽量采用实测水文站资

●甘肃省洪水小组，近期洪水对历史洪水的检验，1983年1月。

料所分析的糙率，在单站分析的基础上，编制出适用于本地区河道特点的糙率表，以解决没有实测资料河段的选用问题。

1.资料的综合基础

曼宁公式中的糙率n值，它的原义是代表水流周界粗糙程度的一个经验系数。严格地说，只有在稳定均匀流条件下才可由曼宁公式反求糙率n值。但是一般天然河道不容易满足曼宁公式的边界条件，由实测资料反算的n值，实际上包括水流周界粗糙程度，河道平面形态，断面几何形状等各种影响因素在内的一个综合流速系数，其中还包括由于比降等资料的测验误差所带来的影响。因此，利用实测资料反求n值时，对资料本身必须有所选择。当水流条件复杂，测验河段受扩散（或收缩）、回流、弯道等影响时，水深～糙率的关系往往很散乱（图4）。以这种资料进行高水外延或地区综合都比较困难。因此，在进行单站分析时，应选择测验河段比较顺直，横断面大小、形状大体相近，断面冲淤变化不大，河床质组成和岸壁特征基本一致的河段，使之尽可能接近稳定均匀流的条件。

在这基础上，所求得的糙率n值，一般中低水位时，点群比较分散，随着水位升高，n值逐渐趋于稳定（图5，6，7）。这一特性很重要，是外延和综合的基础。

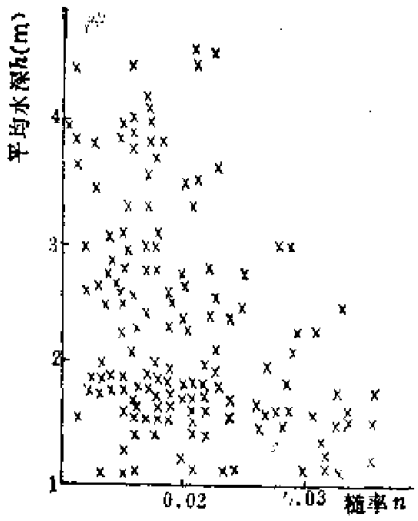


图 4 称钩湾站（1957～1958年）h～n图

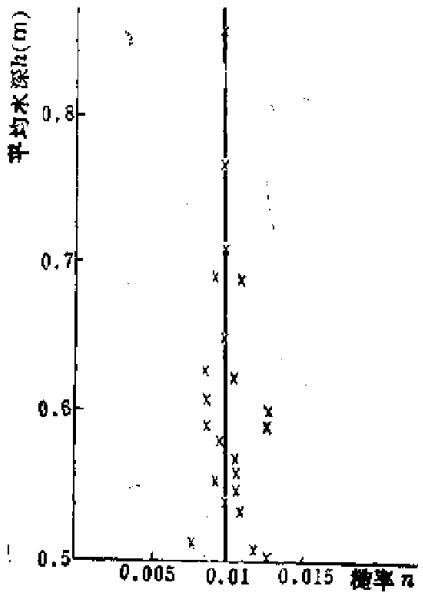
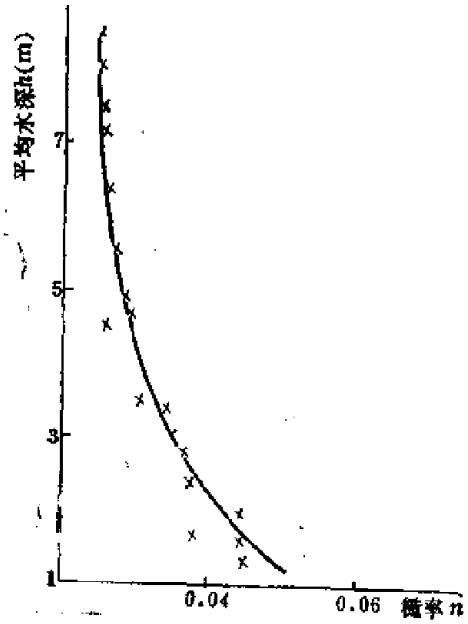


图 5 北中山站（1964年）h～n直线关系图

水位、糙率相关点群散乱的另一个重要原因是往往受比降观测精度的影响。水文站实测比降资料由于受到测验河段的代表性和比降水尺间距的影响，洪水时期水面起伏度大，水尺观读误差2～3cm是极平常的，则比降上、下两组水尺观读误差可达4～6cm以上。对于水流平缓的河段，受测验误差的影响可能更大，有的比降甚至出现负值。因此，对年鉴中所刊布的比降资料需要进行合理性检查，对明显不合理的资料，应予修正或舍弃。检查大致可从以下两方面进行●：

（1）从原始观测资料中摘录上下比降水尺及基本水尺水位，若基本水尺位于上下断面



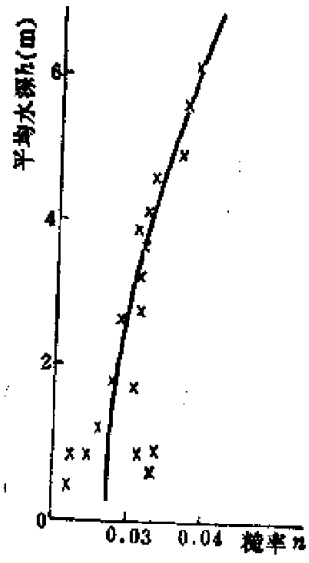


图 6 陈村站（1957～1958年）h～n正向关系图　　图 7 分水站（1958～1960年）h～n反向关系图

中间，在三个断面形状大小基本一致的顺直河段，上比降水尺至基本水尺、基本水尺至下比降水尺的水位差大致相等，即或不尽相同也应有一定的规律性。水位差若出现零或负值时，应进一步检查其原因。

（2）点绘基本水尺及上、下比降水尺的水位过程线。各断面水位变化过程应当是相似的，不应出现突然的转折变化，遇有明显不合理处，可参照基本水尺水位过程线的变化趋势

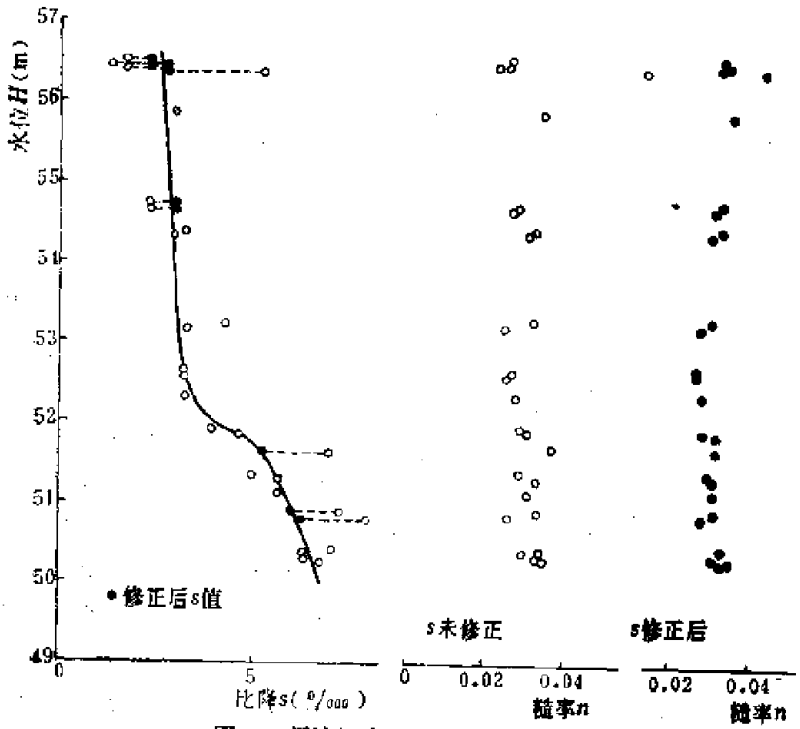


图 8 新沭河大官庄站H～s和H～n曲线图

予以修正。

图8为新沭河大官庄比降修正前后水位与糙率的关系。

有的地区受测验河段条件的限制，比降观测资料精度普遍较低，平均水深同糙率的关系散乱，若改用$h\sim K$（$K=s^{1/2}/n=V/R^{2/3}$）相关，常可使相关关系得到改善。

如洛河故县水文站，平均水深同糙率、比降的关系很散乱，但平均水深同K之间，则有较好的关系（图9）。黄委设计院分析了黄河流域100多个水文站资料，结果表明●：

①窄深式河床平均水深h与K之间的关系，中高水部分K值很稳定，一般水深接近3m左右，K值接近常数（图10）。②宽浅复式河床，h与K之间的关系一般比较散乱，但K值乘以h/B以后（B为水面宽），高水部分仍然可以得到稳定的结果（图11）。

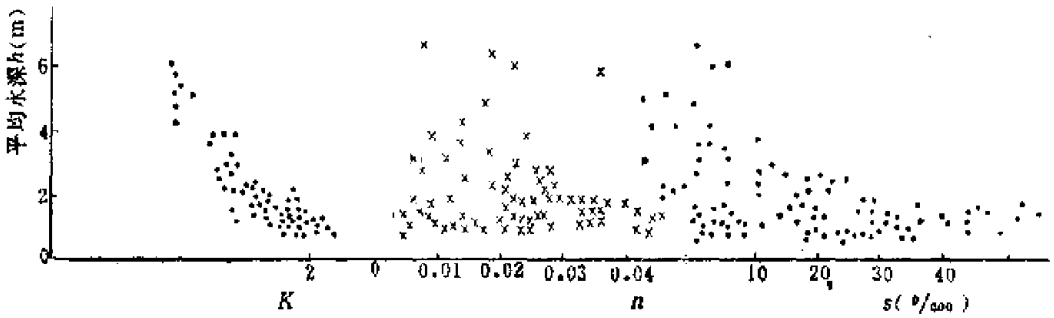


图 9 洛河故县水文站$h\sim K$，$h\sim n$ $h\sim s$关系图

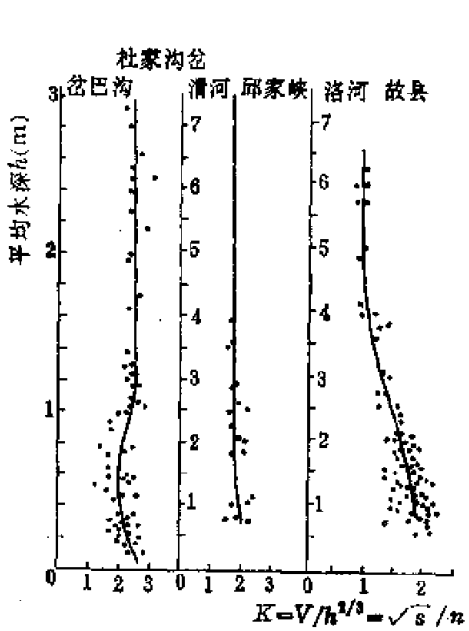


图 10 窄深式河床洛河故县等站$h\sim K$关系图

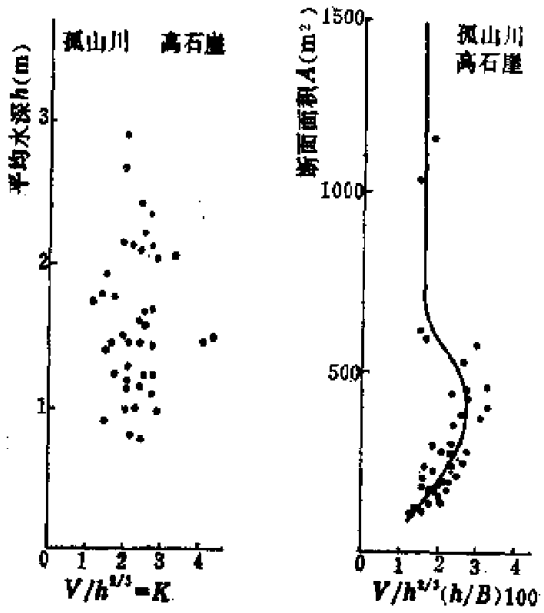


图. 11 宽浅复式河床孤山川高石崖站$h\sim K$关系图

●黄委设计院，水位流量关系曲线的延长方法和对若干水力因素的讨论，1979年6月。

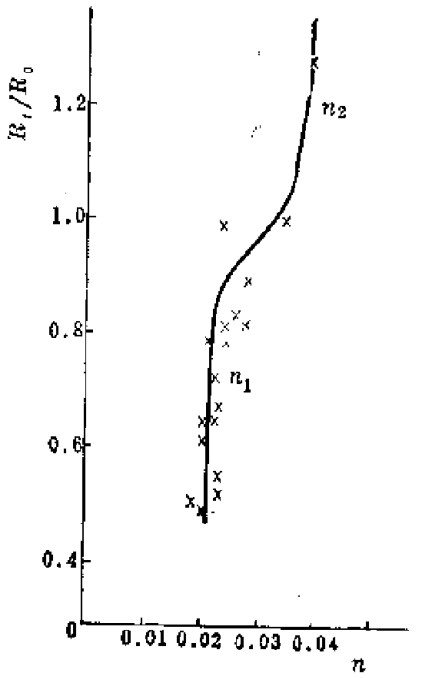


图 12 土泥线站R_i/R_0～n相关图
（R_i为不同水位时水力半径，R_0为漫滩水位时水力半径）

h～K方法用于H～Q曲线外延，有其方便之处，但如何移用到无资料河段，尚待进一步研究。

2.复式河床主槽糙率的选用

复式河床流量的估算，一般采用槽滩分开，根据河段特征，分别从糙率表中选用相应的糙率n值，用下式计算流量：

$$Q=\frac{1}{n}s^{1/2}R^{2/3}A$$

其总流量等于主槽与滩地流量之和。

根据实测和模型试验资料表明，漫滩以后的主槽糙率要比漫滩以前为大。水深与糙率的关系如图12所示。

但现有的糙率表都没有反映出漫滩以后主槽糙率增大的特点，因而根据糙率表所选用的n值计算漫滩以后的主槽流量，会比实测的主槽流量得出偏大的结果(表 2)[2]。

产生计算流量偏大的原因，是由于水流漫滩以后，槽、滩流速不等。对主槽水流来说，由于滩地流速远比主槽为小，因而产生附加阻力，为了克服这种阻力，主槽水流需要消耗一部分能量。这就是漫滩以后，主槽糙率比漫滩前增大的原因。

表 2 主槽计算流量与实测流量对比表

站名	测次（年.月.日）	水位（m）	实测流量(m^3/s) $Q_{全}$	实测流量(m^3/s) $Q_{主}$	主槽计算流量 $Q_{主}$ (m^3/s)	主滩宽度比 ($B_{滩}/B_{主}$)	主槽计算流量的误差（%）
沿湖镇	1971.8.16	98.78	543	392	573	5	46
	1962.9.4	98.63	581	426	648		52
	1962.9.2	98.20	327	307	400		13
横山	1964.8.28	170.05	954	203	605	10	198
	1959.8.30	169.21	308	93.4	187		100
	1961.8.10	169.21	354	87.1	153		76
	1962.8.1	169.12	305	84.8	156		84
	1965.8.9	169.00	338	91.4	159		74

漫滩前后，滩、槽糙率之间的关系可用下式来表示：

$$\frac{N_{滩}}{N_{主}}=h^{\frac{n_{滩}}{n_{主}}} \qquad (1)$$

$$h\approx\frac{V'_{主}}{V_{主}} \qquad (2)$$

式中 N为滩、槽水流相互发生作用时糙率；n为假定滩、槽水流相互不发生作用时糙率；

k为流速扰动系数；$V'_{主}$为漫滩后实测主槽断面平均流速；$V_{主}$为采用未漫滩时糙率n计算的断面平均流速。

由于$N_{滩}\approx n_{滩}$，因此，式（1）又可写成

$$N_{主}=\frac{n_{主}}{k} \qquad (3)$$

故只要设法求得k值，即可根据式（3）算出漫滩后主槽糙率$N_{主}$。

由于k值的确定需要具有漫滩后的断面实测流速，受资料条件的限制，k值的定量分析比较困难。因此，漫滩以后主槽糙率增大这个问题，虽然已经引起普遍注意，但如何具体定量，目前只能采取一些经验性的处理。

参考文献

[1] 暴雨洪水分析计算工作协调小组办公室，调查洪水洪峰流量估算的一些经验，水利水电技术（水文副刊），1980年第1期。

[2] 王清，宽滩河流主槽糙率的初步分析，水利水电技术（水文副刊），1980年第1期。

我国最大洪水及其地域分布*

骆承政 沈国昌

引 言

我国是一个洪水灾害比较严重的国家，在工程设计和江河、城市规划中，常常需要考虑可能出现的最大洪水作为制订设防对策的依据。我国的洪水大多由暴雨形成，洪水量级大，年最大洪峰流量的年际变化极不稳定，变差系数C_v值很大，北方河流甚至可以达到2.0。在资料系列短，变差系数大的情况下，用统计或者成因的途径间接估算可能出现的最大洪水，任意性很大，其误差也难以控制。在设计洪水计算中，常常由于计算系列中新增加一项特大洪水，使计算成果全部改动。

我国自然条件复杂，受暴雨、地形、地貌等因素的影响，洪水现象具有很强的地区性，洪水量级在地域上的差别悬殊，因此，研究洪水的变化规律，无论在理论上，或生产实践上都具有重要意义。

对历史洪水的研究，在中国具有较好的条件。过去数十年中，为了满足工程设计洪水计算和流域规划的需要，对历史上的大洪水进行了广泛的野外调查和文献资料的考证工作，取得大量的历史大洪水资料和信息，进一步丰富了人们对洪水问题的认识。目前对中国整个地区最大洪水规律性的研究工作做的不是很多，我们通过历史的途径，对特大洪水在频率曲线上端的分布趋势，地区洪水的最大量级及其在地域上的分布规律作了初步的分析讨论。

一、资 料 情 况

历史调查洪水是本文分析综合的主要资料依据。在过去数十年内，我国各有关单位，在各条河流上进行了广泛的洪水调查，积累了大量的历史大洪水资料。1978年后，在“暴雨洪水分析计算工作协调小组办公室”的组织下，对以往调查到的历史洪水资料按统一规定进行全国性的审编和汇编，使分散的资料得以系统化，为进行全国性的综合分析，提供了完备的资料基础。在分析中，我们使用了6500个调查河段资料，数量上相当现有水文站数的2倍，每个调查河段平均有3.5个历史大洪水。调查期的长度，在人口稠密的中部和东部地区，可以达到200年左右，西部以及边远省区，约有100年左右，也就是说，通过这些资料所得到的结果，反映了我国近100～200年实际出现的最大洪水情况。

部分测站近期观测到的最大洪水，超过了历史纪录，因此，在资料选用上，除调查资料外，也包括近期实测资料。此外，还从有关出版物中补充了台湾省的资料。

每个调查河段选出其中第一位大洪水，作为分析的依据。资料中也存在以下一些情况：

*本文完成于1986年2月。

①根据历史文献和文物资料的考证，在更远的历史年代中还曾发生过比这更大的洪水，但是这些洪水只能作出定性的分析，不能定量。②100km²以下的小流域资料，调查期的长度、流量计算的精度都不及大中流域。西部地区，多局部性大暴雨，调查河段的密度也嫌不足，因此，小流域还不能得到充分反映。

二、特大洪水频率分布特点

应该说，每个河段客观上都存在一个最大洪水值，至于这个最大值如何估算则是另一回事。但从一些调查研究比较深入，取得较多的历史大洪水资料的河段，发现当洪水达到某量级以后，随着重现期的增大，而流量值却增加不大，在洪水频率分布线的上端，似乎存在一个最大洪水的渐近点，到达这一渐近点以后，流量逐渐趋于稳定。这一现象可以用下列一些事例得到说明。

汉江安康站，1583年洪水洪峰流量为36000m³/s，为调查到的一次最大洪水，然而与此量级相近的洪水（Q_m>30000m³/s），在公元1400年至1983年的583年中却出现过多次，其中1693年洪水与1583年十分接近，但根据历史文物和文献资料的考证，进一步证明自宋朝熙宁年间（公元1068～1077年）以后的900多年中，也还没有出现过比1583年更大的洪水。黄河花园口河段，据文献记载近千年来特大洪水年份有1553、1632、1662、1761、1843等年，其中最大洪水为1843年，洪峰流量为33000m³/s，以历史文物，河床淤沙层的考证，证明1843年洪水在三门峡至孟津河段为自唐末以来一千多年内的最大洪水，其次大洪水1761年洪峰流量为32000m³/s，数值上二者十分接近。广西红水河下游来宾县城，自1328年起，县志中有洪水淹没高程的记述，其中最大6次洪水（公元1415、1748、1833、1872、1902、1926年）最高水位均在80.9m左右，洪峰流量相差仅5%。这种特性还可以从历史文物古迹得到旁证，例如河北永定河卢沟桥是一座古老的跨河桥渡，建成于金明昌三年（公元1192年），迄今已历790余年，历史上曾出现过多次危及大桥安全的特大洪水，十九世纪就发生过三次（1801年“桥上石狮子冲毁”；1892年“桥翅过水”；1896年“全虹漫溢”）其中以1801年洪水最为严重，桥面附属建筑物受到破坏，洪峰流量达到9600m³/s，可以设想如果在十九世纪以前还曾出现过比1801年更大的洪水，那末这座古代的建筑物亦不可能被保存至今。汉江上游1867年特大洪水，史载，“武侯祠数千年之庙竟将沦啮”，下游丹江口，1724年洪水“汉江大溢，墓（汉刘表墓）为所冲刷”。从上述记载不难看出，这两场洪水的最高水位，已经达到了使这些古迹濒于冲毁的边缘。“武侯祠”、“刘表墓”都是三国时代的文物，距今已有1700年的历史，在这漫长的岁月中，可能会有过多次类似的大洪水，但古迹的存在，表明洪水的量级不会超过1867或1724年很多。

从以上列举的一些例子，可以看到洪水频率分布的一项重要特性，即任一指定地点，其洪水的量级不会无限的增大，当它达到一定程度以后，洪峰流量数值将逐渐趋于稳定。

三、区域最大洪水

我国多数河流实测系列较短，直接观测到这种稀遇事件受观测年限的限制，机会较少，

表 1 中国主要河流最大洪峰流量表

河名	站名	东经	北纬	集水面积	调查洪水		实测洪水		实测系列	$Q_{m调}/Q_{m实}$
				$F(km^2)$	Q_{max} (m^3/s)	发生时间	Q_{max} (m^3/s)	发生时间	长度(年)	
嫩江	江桥	123°41′	46°46′	177300	15600	1932.8	10600	1969.9	41	1.47
第二松花江	吉林	126°33′	43°50′	44100	12900	1909.7	7720	1953.8	39	1.67
浑河	沈阳	123°35′	41°49′	7920	11900	1888.8	5550	1935.7	47	2.14
太子河	本溪	123°46′	41°19′	4190	10200	1888.8	14300	1960.8	41	0.71
辽河	通江口	123°41′	42°37′	110300	6910	1890.8	1500	1962.8	30	4.61
大凌河	复兴堡	121°25′	41°33′	2932	16200	1930.8	4660	1959.8	36	3.49
大凌河	大凌河	121°00′	41°41′	17690	30400	1949.8	15000	1962.7	24	2.03
滦河	滦县	118°45′	39°44′	44100	35000	1886	34000	1962.7	47	1.03
永定河	官厅	115°36′	40°14′	43400	9400	1801.7	4000	1939.7	60	2.35
拒马河	千河口	115°40′	39°38′	4740	18500	1801.7	9920	1963.8	33	1.86
滹沱河	黄壁庄	114°18′	38°15′	23270	20000～27500	1794.7	13100	1956.8	58	1.53～2.10
漳河	观台	114°05′	36°19′	17800	16000	1669	9200	1956.8	25	1.74
黄河	兰州	103°49′	36°04′	222550	8500	1904.7	5900	1946.9	50	1.44
黄河	陕县	110°09′	34°40′	687900	36000	1843.8	22000	1933.8	41	1.64
无定河	绥德	110°19′	37°27′	28720	11500	1919.8	4980	1966.7	32	2.31
渭河	咸阳	108°44′	34°20′	46860	11600	1898.8	7220	1954.8	53	1.61
泾河	张家山	108°36′	34°38′	43220	18800	18××?	9200	1933.8	52	2.04
北洛河	湫头	109°50′	35°02′	25150	10700	1855	4420	1940.7	51	2.42
伊河	龙门	112°28′	34°33′	5320	20000	223	7180	1937.8	43	2.79
淮河	长台关	114°02′	32°20′	3090	12400	1848	7570	1968.7	34	1.64
洪汝河	板桥	113°38′	32°58′	760	4810	1832.7	13000	1975.8	32	0.37
沙颍河	官寨	113°20′	33°26′	1120	9000	1896.6	14700	1975.8	30	0.61
沂河	临沂	118°24′	35°01′	10320	30000	1730.8	15400	1957.7	33	1.95
长江	李庄	104°48′	28°49′	639200	65600	1520	48200	1955.7	17	1.36
长江	寸滩	106°36′	29°37′	866600	100000	1870.7	65300	1968.7	44	1.53
长江	宜昌	110°14′	30°40′	1005500	110000	1870.7	71100	1896.9	107	1.55
岷江	高场	104°25′	28°48′	135400	51000	1917.7	34100	1961.6	45	1.50
乌江	龚滩	108°21′	28°55′	58350	24700	1830.	17400	1964.6	41	1.42
嘉陵江	北碚	106°25′	29°51′	156100	57300	1870.7	37100	1975.10	45	1.54
澧水	三江口	111°18′	29°35′	15240	31100	1935.7	15900	1950.7	34	1.96
沅水	沅陵	110°24′	28°27′	78600	40200	1649	27300	1943.8	46	1.47
资水	桃江	112°06′	28°33′	26700	21500	1926.6	15300	1955.8	43	1.41
湘江	湘潭	112°55′	27°52′	81640	21900	1926.6	20300	1968.6	34	1.08
汉江	黄家港	111°32′	32°32′	95200	61000	1583.6	27500	1958.7	30	2.22
赣江	外洲	115°50′	28°38′	80950	24700	1924	20900	1962.6	35	1.18
钱塘江	芦茨埠	119°40′	29°42′	31490	26500	1901	29000	1955.8	37	0.91
瓯江	圩仁	120°20′	28°00′	13500	30400	1912.8	23000	1952.7	34	1.32
闽江	竹岐	119°06′	26°09′	54500	29400	1900.6	29400	1968.6	30	1.00
东江	博罗	114°18′	23°10′	25320	10300	1940.7	12000	1959.6	31	0.86
北江	横石	113°16′	23°51′	34000	21000	1915.7	18000	1982.5	31	1.17
西江	梧州	111°18′	23°29′	329000			54500	1915.7	44	

注 1.本表均采用全国调查洪水资料汇编成果；

2.系列长度截止期为1982年。

因此，调查到的历史最大洪水，一般来说总是比实测观测到的为大，甚至数倍于实测最大值。例如辽河通江口站有30年实测系列（截止到1983年）最大洪水为1500m³/s，而调查到的历史最大洪水，洪峰流量达到6910m³/s（1890年），为实测最大值的4.6倍。洪峰流量多年变化比较稳定的南方河流，这种倍比关系虽然比北方河流为小，亦可以达到1～2倍。但另一方面，大洪水的发生具有很大的偶然性，在短期的实测系列中，也可能遇到极为稀遇的特大洪水，河南"75.8"洪水就是最突出的例子。在暴雨中心区的汝河板桥站，流域面积为760km²，洪峰流量达到13000m³/s，反过来成为历史最大洪水（1832年4810m³/s）的2.7倍。表1列出我国主要河流最大流量值。

应当指出，尽管通过历史的途径，可以取得更多的超过实测期内的大洪水资料，但是它也只能反映有限时期内的大洪水情况，对于具体地点来说，能够提供历史大洪水情况并作出定量分析的条件又不尽相同，在众多的调查洪水资料中，虽然包含了一部分极为稀遇的特大洪水，但不能因此认为每个河段的首大项洪水，它的量级普遍达到了"近似上限"。

我们使用了全部资料，经综合之后得到一组全国洪水外包点群，这组点群反映了我国境实际已经达到的最大洪水量级。图1为全国各流域最大流量纪录。

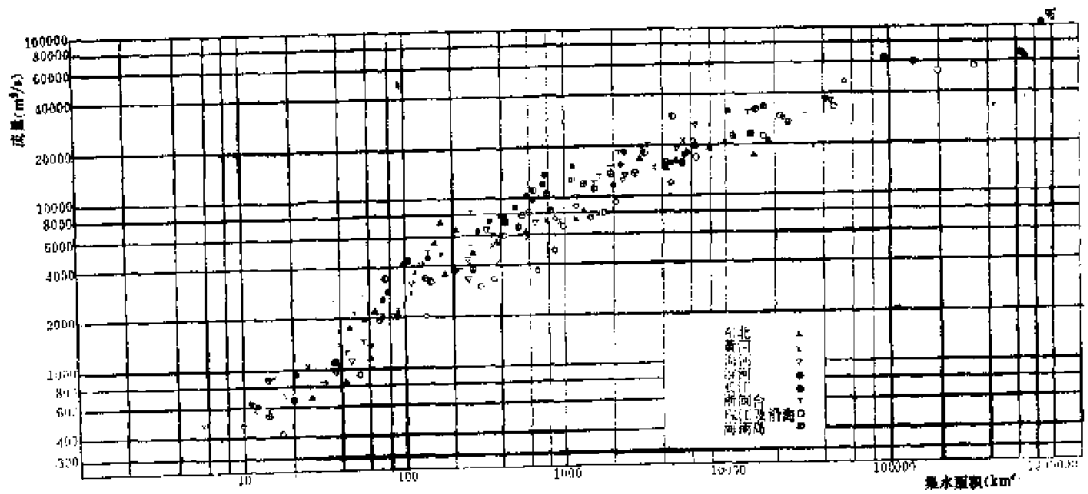


图 1 全国调查及实测最大洪峰流量纪录

从图1的结果可以看到以下两个特点：

（1）分析那些接近外包线的点据，可以看到一个很有意思的现象，当集水面积小于100km²的小流域，全国最大洪水多出现在气候干旱的黄河流域，中等流域（F=300～10000km²）则以淮河流域的洪水最为突出，流域面积超过10000km²以后，全国最大值多数由长江流域洪水组成。洪水量级在地区上的变化，随着流域面积的增大，自北方逐渐转向南方。这是因为我国北方地区多局部性暴雨，降雨时程分配非常集中，1977年8月黄河中游乌审旗暴雨，10小时内中心雨量达到1400mm，突破了世界记录，而南方地区，暴雨面～深关系梯度变化比较平缓，雨区范围大，中心降雨强度不及北方地区集中。上述现象反映了我国暴雨特点在地域上的变化。

（2）将中国洪水外包点据与世界最大纪录比较，从图2可以看到二者的结果，基本上

重合在同一条外包带上，从全球的记录来看，似乎亦存在一个近似的上限。这一现象同前面单河段分析的结果，即洪峰流量到达某一量级以后，数值上逐渐趋于稳定的结论，颇相呼应。

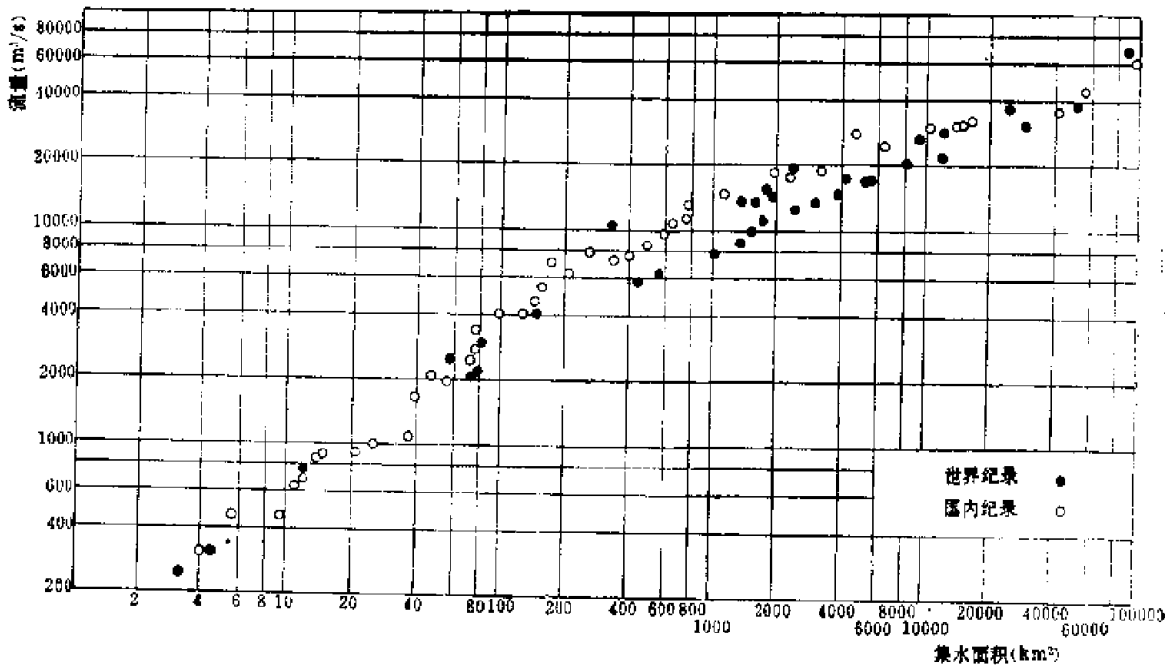


图 2 中国与世界最大流量纪录

表 2 中国与世界最大流量纪录

河流及地点			集水面积F (km^2)	最大洪峰流量 (m^3/s)	发生时间
1.国内最大纪录					
泾河支流	路家沟	路 城	4.0	304	1911
汾河支流	成家曲沟	成家曲	5.6	457	1971
南运河支流	长盛沟	长 盛	9.5	456	1963.7
沭河支流	官坊河	官坊街	10.8	630	1907.9
洪汝河支流	汝河	下 陈	11.9	618	1975.8
嘉陵江支流	小河坝沟	街 上	14.2	867	1976.7
汾河支流	浮岸石	口子上	15.0	893	1919.8
沂河支流	坡河	吴家庄	21.0	913	1926.8
黄河支流	张家沟	张家坪	24.8	986	1933.8
汉江支流	唐白河	大官圹	38.8	1070	1606.6
黄河支流	梅力更沟	梅力更召	39.4	1640	1900
新闻	大荆溪	南 闻	47.0	2080	1853
洪汝河支流	石河	祖师庙	71.2	2470	1975.8
海南岛	南渡江	白 沙	75.3	3420	1894
大凌河支流	汤头河	箱户营子	97.2	4000	1930.8
闽江支流	溪源溪	溪源宫	142	4600	1909.8
大凌河支流	瓦子峪河	瓦子峪	154	5320	1930.8

续表

河流及地点			集水面积F (km²)	最大洪峰流量 (m³/s)	发生时间
渤海岸	石河	小山口	171	7000	1894.7
台湾	浊水溪	桶头	259	7730	1979
沙颍河支流	沙河	中汤	485	8550	1943.8
洪汝河支流	蒋头河	薄山	578	9550	1975.8
海南岛	宁远河	雅亮	644	10700	1946
沙颍河支流	千江河	裴合	746	11300	1896.6
洪汝河支流	汝河	板桥	760	13000	1975.8
沙颍河支流	千江河	官寨	1124	14750	1975.8
台湾	乌溪	大肚	1980	18300	1959.8
浙闽	小溪	白岩	3255	19200	1912.8
海南岛	昌化江	宝桥	4634	28300	1887
沂河		临沂	10315	30000	1730.8
瓯江		圩仁	13500	30400	1912.8
湘水		三江口	15242	31100	1935.7
渠江		凤滩	16595	32300	1847.9
汉江		安康	41439	36000	1583.6
鸭绿江		荒沟	55420	44600	1888.8
汉江		黄家港	95200	61000	1583.6
西江		梧州	329700	54500	1915.7
长江		李庄	639200	65600	1520
长江		寸滩	866600	100000	1870.7
长江		万县	974900	114800	1870.7
长江		宜昌	1005500	110000	1870.7

2.国外最大纪录[2]

美国	San Rafael San Rafae	3.2	250	1973
美国	L.San Gorgonio Beaumont	4.5	311	1969
美国	Halawa	12	762	1965
美国	Wailua Lihue	58	2470	1963
墨西哥	San Bartolo	81	3000	1976
法国	Ouimne Embouchure	143	4000	1975
法国	Ouaieme derniers rapides	330	10400	1981
墨西哥	Cithuatlan Paso del Mojo	1370	13500	1959
日本	Nyodo Ino	1560	13510	1963
美国	W·Nueces Brackettville	1800	15600	1959
日本	Shingu Oga	2350	19025	1959
美国	Eel Scotia	8060	21300	1964
美国	Pecos Comstock	(9100)	26800	1954
朝鲜北部	Toedong Gang Mirim	12175	29000	1967
朝鲜南部	Han Koan	23880	37000	1925
马达加斯加	Mangoky Banyan	50000	38000	1933
印度	Narmada Garudeshwar	88000	69400	1970
苏联	Lena Kusur	2430000	189000	1967
巴西	Amazonas Obidos	4640000	370000	1953

尽管如此，这并不能证明自然界的洪水现象已经达到了最大限度，没有被超过的可能，因为我们掌握的资料终究还是在一个较短时期内的洪水信息，尤其是小流域洪水，一般调查期都比较短，被超过的可能性自然也更大一些。但对于采用其它途径研究可能最大洪水，至少可以提供一个可资比较的尺度。

表2列出我国与世界最大流量纪录。

四、最大洪水地区分布

我国地域辽阔，自然条件复杂，洪水问题受暴雨、地形、地貌、地质等因素的影响，最大洪水量级在地区上的差别十分悬殊。

为便于地区综合和相互比较，我们采用集水面积介于300～5000km²的中等流域资料，每个河段取其首大项洪水，并将不同流域面积下的最大流量按下式转换成理想流域标准面积的最大流量。

$$Q_A=Q_m\left(\frac{A}{F}\right)^n$$

式中 Q_A为理想流域标准面积最大流量，m³/s；A为标准面积，采用1000km²；Q_m为调查或实测最大流量，m³/s；F为相应于Q_m的流域面积，km²；n指数，采用0.55。

从图3可以看到三个明显的特点：①我国最大洪水在地域上的分布，其量级差别悬殊，洪水最小的青、藏部分地区每1000km²最大流量不足100m³/s，而东部地区可以达到8000m³/s以上，最大可以达到15000m³/s，地域上的差别可以达到150倍以上。②连结Q_A相当于1000m³/s的地点（即标准模数为1）可以划出一条重要的东西分界线，这条分界线的位置正好与年最大24小时雨量均值为50mm等值线相当。在此线以东为我国主要的暴雨洪水区，标准模数均超过1.0，以西基本上属于非暴雨洪水区，标准模数在1.0以下。③洪水量级的地区分布呈现出明显的地带性，而且干旱的北方地区显著比南方湿润地区为大。

由此可见，尽管影响洪水的因素错综复杂，但在地区上的分布，仍然具有一定的规律性，我们将变化剧烈的东部地区，按洪水大小分成5个量级区，区界的划分同时兼顾到地形、地貌（地质）条件的一致性，每一级区的范围如图4所示。

从图4中可以看到：

（1）中国最大洪水高值区主要分布在：①从辽东半岛千山山脉东段往西沿着燕山、太行山、伏牛山、大别山迎风山区，构成一个向东部开敞的弧形地带（包括沂蒙山区）。②东南滨海地区，这里又可以分为两段，东段位于浙闽滨海丘陵区以及台湾岛，南段位于两广滨海地区以及海南岛。③在中部还有四个零星高值区：即陕北高原区、大巴山区、峨嵋山区以及武陵山区的澧水流域，以上这些地区每1000km²最大流量均在6000m³/s以上。在上述高值区内还存在若干突出的局部高区（辽西大凌河地区、沂蒙山区、伏牛山、大别山、浙闽沿海、台湾，海南岛）每1000km²最大洪峰流量可以达到9000m³/s以上，最大可以达到15000m³/s（伏牛山区）。还可以注意到，上述这些高值区的位置同地形条件有密切联系，其中除陕北高原外，均处于地形变化剧烈的迎风山区。

（2）长江以及长江以南地区，尽管湿润多雨，但最大洪水量级却比北方为小，并且空

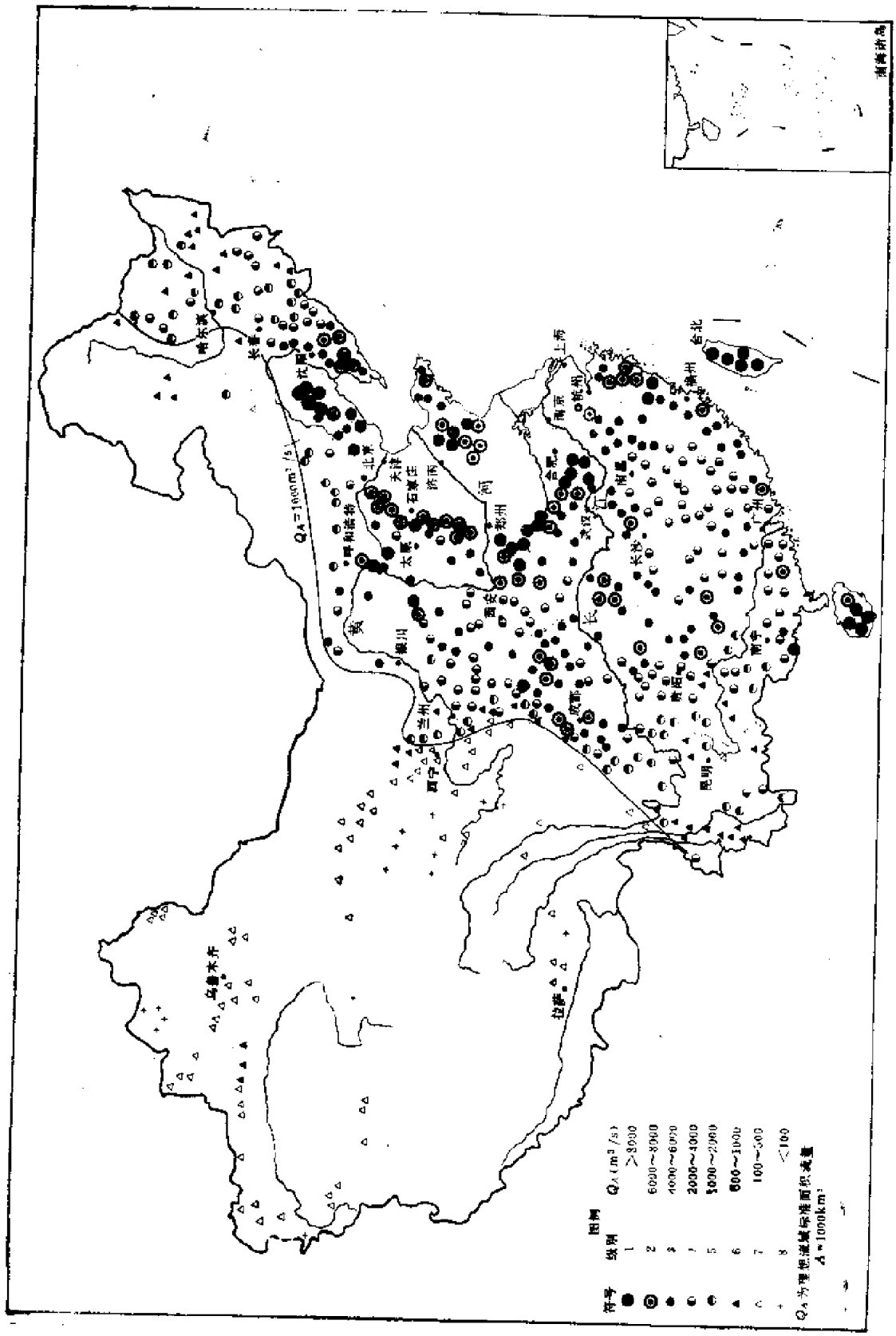


图 3 全国理想流域标准面积最大流量分布图

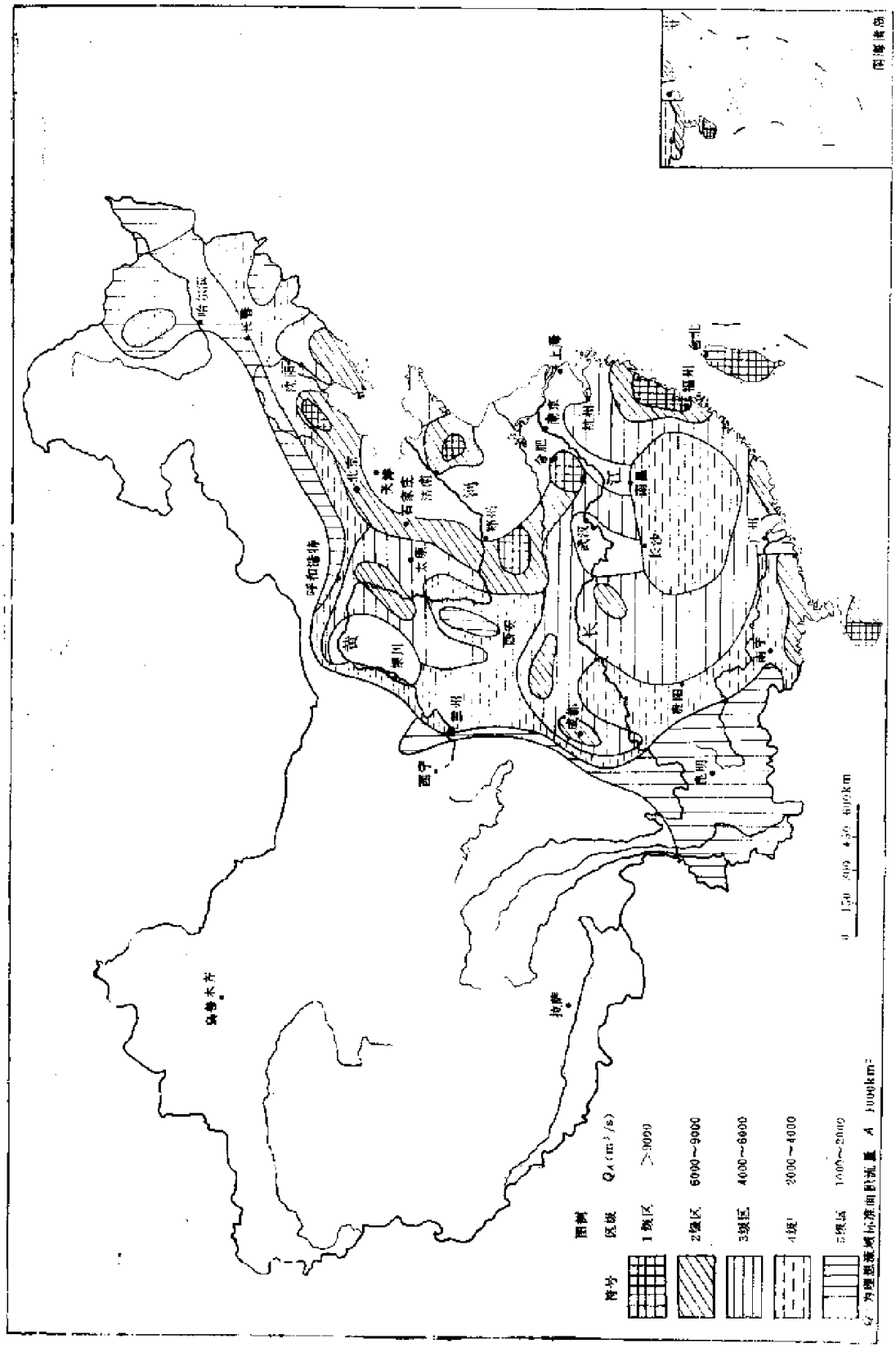


图 4 我国东部地区最大流量分区图

间的分布也比较均匀。四川盆地和位于南岭、武夷山背风面的湘赣流域成为相对的低值区，其值在2000～4000m³/s之间，西南地区暴雨较小，岩溶发育，洪水量级显著减小，一般只能达到1000～2000m³/s，与东北森林区处在同一量级范围之内。

（3）值得注意的是黄河中游地区，气候干燥，每年平均雨量约为500mm左右，但是偶尔可以发生强度非常大的短历时大暴雨，这种性质的暴雨，对中小流域常常可以造成极大的洪水。同时，这个地区覆盖着深厚的黄土层，植被稀少，地表裸露，几乎集中了一切有利于形成大洪水的条件，其量级可以达到6000～9000m³/s，只是由于这一地区的实测资料年限较短，站网的密度也比较小，观测到大洪水的机会较少，因而对这地区洪水的严重性容易估计不足。此外，还需要指出另一个严重问题，即伴随洪水而来的大量泥沙。1977年7月一场洪水，通过延河甘谷驿站（集水面积5071km²）输沙量达到1.1亿t，每平方公里侵蚀模数达到21800t，这是与其他地区洪水显著不同的特点。

从以上分区的结果可以看到，最大洪水的量级，在地理上的分布具有明显的地带性，尤其是北方地区，变化梯度大，地区之间的差别可以很大，因此，在估算稀遇洪水时，采用暴雨挪家或者移用相邻流域的洪水（模数）需要特别谨慎。河南出现了“75.8”暴雨，一个时期这场暴雨到处搬家，这种做法是很值得研究的。

五、最大洪水分区外包

通过区域性的$Q_m \sim F$关系的综合，得到不同面积下最大流量外包值，这种经验关系，常常被用来检验具体河段设计洪水合理性的一种比较手段，或者作为可能最大洪水估算结果的旁证。

这种区域性的综合工作，首先要求具备较为充分的资料基础，同时应当根据洪水地区特征，作出合理的分区，确定综合的区域范围。以往虽然曾多次作过这种性质的工作，给出不同流域的最大洪水外包值，但是由于综合的区域范围过大，所得到的外包值，只能反映流域内局部高值区的情况，对于具体河段，起不到“检验”或“旁证”的实际效果。

为此本文在上节中，着重讨论了最大洪水地区分布特征，并作了分区，按照图4所示的分区范围，给出我国东部地区分区最大洪水外包值，见图5。

六、结　　语

（1）根据一些典型资料的分析，洪峰流量的系列分析，当大洪水达到某一量级以后，流量数值的增加不大，逐渐趋于稳定。这种特性在南方或者C_v大的北方河流都有发现，因此，通过历史最大洪水地区综合的结果，所得到的外包值可以把它看成地区最大洪水的“近似上限”。

（2）从地区比较的结果，全国最大洪水（中等流域）大部分出现在气候比较干旱的黄河、海河、淮河流域，南方湿润地区除台湾、海南岛以及沿海局部地区外，一般要比北方地区为小。

（3）最大洪水的空间分布，具有明显的地区性，在估算稀遇洪水时，采用暴雨移置或

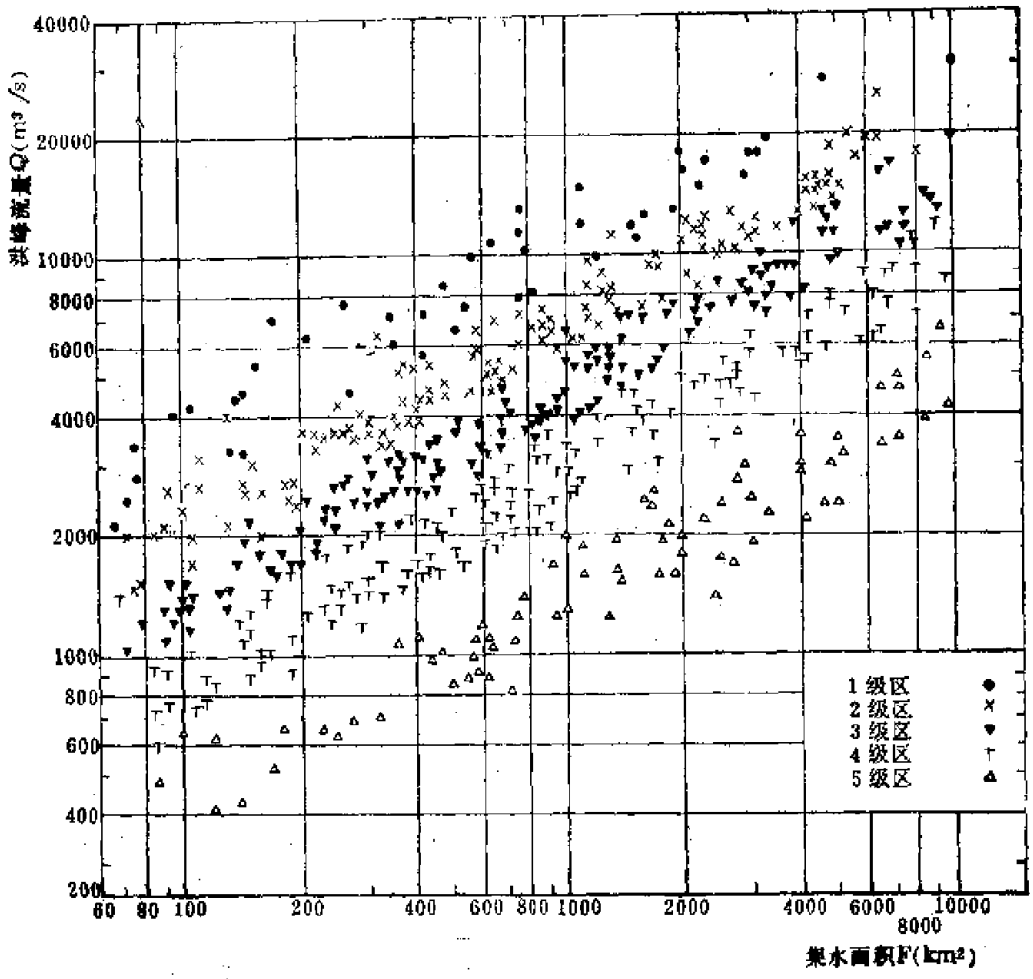


图 5 调查及实测最大流量分区综合图

搬用相邻流域洪水（模数）应当特别慎重。

（4）实测系列中也可以出现非常稀遇的洪水，不能因为洪水出现在近期，对它的重现期作出过于保守的估计，使设计洪水大而又大，层层加码。

参 考 文 献

[1] 叶永毅，进一步发展具有我国特色的洪水频率分析方法，水文计算经验汇编第四集，水利电力出版社，1984。

[2] World Catalogue of Maximum Observed Floods, IAHS-AISH Publication No. 143, 1984。

[3] 刘恩宝等，台湾河流水文特征分析，中国水利，1982年第3期。

[4] 韩曼华等，黄河1843年洪水重现期的考证，水文计算经验汇编第四集，水利电力出版社，1984。

水文资料的多站生成方法*

闾 德 溥

一、引 言

由于历史水文资料序列的长度往往不能满足水资源系统规划、设计等方面的需要，故水文资料的生成方法已越来越广泛地得到采用。单站生成方法因比较简单，应用尤其广泛。但在实用中，尤其在水资源规划等问题中，多站生成常常无法回避。而现行的多站生成方法，计算往往过于繁杂，使实际工作者望而生畏。因此，寻求一种较为简洁明了的多站生成途径是必要的。本文提出一种“特征变换的多站生成方法”。在介绍此法之前，先将现行几种主要的多站生成方法简单介绍如下。

二、现行的多站生成方法

符号约定：

$\underline{y}_t$——t时刻的径流向量，右下角码表示时段数，下面一横是向量标志，即$\underline{y}_t=(y_t^1, y_t^2, \cdots, y_t^N)^T$；

y_t^i——第i站第t时段的径流量，右上角码表示站序，右下角码表示时段；

$\underline{x}_t$——$\underline{y}_t$的标准化向量；

$\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}, \underline{\underline{C}}, \underline{\underline{\varphi}}, \cdots$——$N\times N$阶矩阵；

$M_t^l(\xi)$——随机向量$\underline{\xi}_t$的时移为l的协方差矩阵，$M_t^l(\xi)=E(\underline{\xi}_{t+l}\underline{\xi}_t^T)$，如右上角码略去时表示时移为零，括号内是$\xi$时可略去，例如$M_t^l=M_t^l(x)$。

1. Thomas-Fiering方法[1]

该模型与下面要介绍的Matalas模型均属自回归模型，但Thomas-Fiering模型考虑了季节流量的生成。均值和方差的季节性变化虽可以通过标准化后给予考虑，但其相关结构还必须按季节而变化，故它的一般表达式是

$$\underline{x}_{t+1}=\underline{\underline{A}}_t\underline{x}_t+\underline{\xi}_t \tag{1}$$

其中

$\underline{\xi}_t$——n维正态向量，$E\underline{\xi}_t=\underline{0}$，$\underline{\xi}_t$的各分量互相独立、且与$\underline{x}_t$的各分量也互相独立。

显然，按此式生成的$\underline{x}_{t+1}$，其期望满足零向量要求，即

$$E\underline{x}_{t+1}=\underline{\underline{A}}_t E\underline{x}_t+E\underline{\xi}_t=\underline{0} \tag{2}$$

为使所生成的序列维持时移为0、1时的协方差矩阵不变，应令

$$E(\underline{x}_{t+1}\underline{x}_{t+1}^T)=M_{t+1}^1 \tag{3}$$

* 本文1982年8月完成，1983年8月修定。

$$E(\underline{x}_{t+1}\underline{x}_t^T)=M_1^t \tag{4}$$

将式（1）代入式（3）～（4）可得

$$E(\underline{x}_{t+1}\underline{x}_{t+1}^T)=E[(A_t\underline{x}_t+\underline{\zeta}_t)(A_t\underline{x}_t+\underline{\zeta}_t)^T]=A_tM_t^0A_t^T+M_t(\zeta)=M_{t+1}^0 \tag{5}$$

$$E(\underline{x}_{t+1}\underline{x}_t^T)=E[(A_t\underline{x}_t+\underline{\zeta}_t)\underline{x}_t^T]=A_tE(\underline{x}_t\underline{x}_t^T)=A_tM_t^0=M_t^1 \tag{6}$$

由式（6）有

$$A_t=M_t^1(M_t^0)^{-1} \tag{7}$$

将式（7）代入式（5）有

$$M_t(\zeta)=M_{t+1}^0-M_t^1(M_t^0)^{-1}(M_t^1)^T \tag{8}$$

只要按式（7）确定系数矩阵A_t，并生成出满足式（8）的N维随机向量$\underline{\zeta}_t$，则按式（1）所生成的序列将维持其均值、方差以及时移为0和时移为1的相关矩阵不变。

2.Matalas方法[2]

如果不考虑相关结构的季节变化，并以$B\underline{\xi}_t$代替$\underline{\zeta}_t$，［$\underline{\xi}_t$为标准正态随机向量，$M_t^0(\xi)=I$］，则Thomas-Fiering方法蜕变为Matalas方法，即

$$\underline{x}_{t+1}=A\underline{x}_t+B\underline{\xi}_t \tag{9}$$

注意到，当认为相关结构是平稳时，应有$M_t^0=M_{t+1}^0=M^0$，$M_t^1=M^1$。所以式（7）、式（8）变为无下标的形式：

$$A=M^1(M^0)^{-1} \tag{10}$$

但

$$M_t(B\underline{\xi}_t)=E[(B\underline{\xi}_t)(B\underline{\xi}_t)^T]=B[E(\underline{\xi}_t\underline{\xi}_t^T)]B^T=BB^T$$

$$BB^T=M^0-M^1(M^0)^{-1}(M^1)^T \tag{11}$$

显然，满足式（11）的B不是唯一的。可以设B为下三角阵。

3.分数Gauss噪声模型●

以上二法均属自回归模型，有时水文序列中存在着某种“长存储”（long-memory）的持续性时，这类模型不能模拟，需要使用分数Gauss噪声模型。二维的分数噪声模型如下：

$$x_t^1=(h_1-0.5)\sum_{u=pt-m_1}^{pt-1}(pt-u)^{h_1-1.5}a\varepsilon_u, \tag{12}$$

$$x_t^2=(h_2-0.5)\sum_{u=pt-m_2}^{pt-1}(pt-u)^{h_2-1.5}(be_u+c\eta_u), \tag{13}$$

式中 ε_u、η_u为相互独立的标准正态随机变量；h_1、h_2为表示持续性强度的参数（Hurst系数），可由原始资料的极差分析估出；m_1、m_2为整常数，称之为存储长度，类似于自回归模型中的阶数；p为整常数，为滤出更好的序列而设；系数a、b及c求解有关方程组获得。

从上面的简略介绍中可以看出，现行多站生成方法存在下列弊病：

（1）每一种方法从单站向多站扩展时总是比较繁杂的，它们每向前增加一维（如分散噪声模型）、一阶（如自回归模型）时，都必须进行繁琐的推导，而且维数、阶数越高其工作量越大、结果越复杂，也越难付诸实际应用。以致目前的理论成果只能局限于较低的维数

●Clarke，R，T，水文数学模型，金光炎译，水利部治淮委员会情报组，1980年。

或阶数（一、二阶数，维数）。

（2）对于事前选用何种模型，众所周知，在单站生成中已有一套较为完整的相关分析及谱分析检验方法，但在多站情况下尚无解决办法。纯靠用生成后的结果去检验是不经济的，实用上也不能接受。武断地不顾各站之间的相关情况各自按单站方法去检验和选择也是不科学的。而且现行各法只允许各站采用同一模型，故在各站选择结果不一致时更无法适应与协调。

（3）再对各法而论，Matalas法以牺牲了相关结构非时齐性为代价而获得对Thomas-Fiering法的简化，所以必然会给它带来不适于生成季节性流量的缺点。Thomas-Fiering法有个公认的缺点是需要估计的参数过多，当维数多时尤其如此。

三、特征变换的多站生成方法

鉴于上述现行多站生成方法中存在的问题，以及单站生成方法远比多站生成方法研究得成熟的情况，我们想，能否找到一种方法将生成N维多变量序列的问题转化为生成N个单变量序列的问题呢？如果能够这样做，那末便可将单变量生成中各种成熟的方法直接移用于多站生成之中，为多站生成开辟出广阔的途径，并有效地克服现行各种多站生成方法的上述弊病。

本文提出的“特征变换的多站生成方法”，通过一种特殊的线性变换，将一个N维多变量序列的生成问题，转化为生成N个单变量序列的问题，从而实现上述设想。

1.多站生成的特征变换方法

设有N个站点，各具有长度为T的资料序列。首先将各站流量资料序列y_t^i加以标准化，得

$$x_t^i=(y_t^i-\overline{y}^i)/S_y^i \tag{14}$$

式中 $\overline{y}^i$、S_y^i为y_t^i的样本均值及均方差。那末，我们有

$$\overline{x}^i=\left(\sum_{t=1}^{T}x_t^i\right)\Big/T=0 \tag{15}$$

$$S_x^i=\sqrt{\sum_{t=1}^{T}[(y_t^i-\overline{y}^i)/S_y^i]^2/T}=1 \tag{16}$$

式中 $\overline{x}^i$、S_x^i为x_t^i的样本均值和样本均方差。

由样本资料可求得标准化变量$\underline{x}_t$的时移为零的协方差矩阵（也即$\underline{y}_t$的相关矩阵）M^0的估算值$\hat{M}^0$为

$$\hat{M}^0=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\underline{x}_t\underline{x}_t^T), \tag{17}$$

（$\underline{x}_t^T$右上角的T是转置记号），因为$N\times N$阶矩阵$\hat{M}^0$是正定实对称矩阵，故必有N个实特征值λ_i（$i\in\Gamma$；$\Gamma=\{1, 2, \cdots, N\}$）及$N$个线性无关、两两正交的特征向量$\underline{\Psi}_i$（$i\in\Gamma$）存在。

设此N个特征向量已标准化，用它们组成“特征变换矩阵”$\boldsymbol{\varphi}$：

$$\boldsymbol{\varphi}=[\underline{\varphi}_1,\ \underline{\varphi}_2,\ \cdots,\ \underline{\varphi}_N] \tag{18}$$

对原始资料的标准化向量$\underline{x}_t(t\in\Omega;\ \Omega=\{1,\ 2,\ \cdots,\ T\})$施行“正特征变换”得到映照资料序列，其映照向量$\underline{z}_t(t\in\Omega)$由下式求得

$$\underline{z}_t=\boldsymbol{\varphi}^T\underline{x}_t \tag{19}$$

于是我们获得了N个“映照站”的长度同样为T的“映照资料序列”。

这时，我们可以独立地对每个映照站根据各自的映照资料序列，按传统的单站生成方法去选择模型、估计参数，并递推地生成“映照流量”$z^i_{j+1}(i\in\Gamma)$。

将已生成的“映照流量”$\underline{z}_{j+1}$再施以“逆特征变换”便获得所需生成的实际站的标准化流量：

$$\underline{x}_{j+1}=\boldsymbol{\varphi}\underline{z}_{j+1}, \tag{20}$$

对$\underline{x}_{j+1}$再施以标准化的逆变换，即得所欲生成的$(j+1)$时段的流量$\underline{y}_{j+1}$：

$$y^i_{j+1}=S^i_j x^i_{j+1}+\overline{y}^i \tag{21}$$

式中 $i\in\Gamma$。

2.季节流量的生成

季节流量的生成方法是：先分季对原始资料进行标准化处理，然后分季计算标准化变量的零时移的协方差矩阵的估值，再分季推求各自的特征变换矩阵。对标准化后的原始资料，按所属不同季节选用各自的特征变换矩阵进行变换，从而获得N个映照站的同样长度的季节流量的映照资料序列。

按照变换后的映照站的季节流量资料序列，可以独立地对各个映照站按季节流量的单站生成方法去选择模型、估计参数，并各自独立地递推生成流量序列。对生成后的映照流量序列，再分季用各季的特征变换矩阵施行逆变换，即得需生成的实际流量序列的标准化值。再施以标准化的逆变换，即得生成的实际流量序列。

3.论证

均值、方差及M^1严格保持的证明如下：注意到式(19)，我们有

$$\hat{M}^0(z)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\underline{z}_t\underline{z}_t^T)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}[\boldsymbol{\varphi}^T\underline{x}_t(\boldsymbol{\varphi}^T\underline{x}_t)^T]$$
$$=\boldsymbol{\varphi}^T\hat{M}^0\boldsymbol{\varphi} \tag{22}$$

由于$\boldsymbol{\varphi}$是$\hat{M}^0$的特征变换矩阵，注意式(18)，并记住$\underline{\varphi}_1,\ \underline{\varphi}_2,\ \cdots,\ \underline{\varphi}_N$是互相正交的标准化向量，则有

$$\hat{M}^0(z)=\boldsymbol{\varphi}^T\hat{M}^0[\underline{\varphi}_1,\ \underline{\varphi}_2,\ \cdots,\underline{\varphi}_N]=\boldsymbol{\varphi}^T[\lambda_1\underline{\varphi}_1,\ \lambda_2\underline{\varphi}_2,\ \cdots,\ \lambda_N\underline{\varphi}_N]$$
$$=\begin{bmatrix}\underline{\varphi}_1^T\\ \underline{\varphi}_2^T\\ \vdots\\ \underline{\varphi}_N^T\end{bmatrix}[\lambda_1\underline{\varphi}_1,\ \lambda_2\underline{\varphi}_2,\ \cdots,\ \lambda_N\underline{\varphi}_N]=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & 0\\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots\\ 0 & & & \lambda_N\end{bmatrix} \tag{23}$$

显然λ_i便是第i个映照站的映照样本方差$(S_z^i)^2$。

当我们对各映照站按映照资料计算出的样本均值$\overline{z}^i$，样本均方差S_z^i分别独立地生成映照流量序列时，显然其均值和方差均可得到保持，这是任何单站生成方法都应该做到也可以做到的。即总可使生成流量$\underline{z}_t$有

$$E\underline{z}_t=\overline{\underline{z}} \tag{24}$$

$$D\underline{z}_t=[(S_z^1)^2,\ (S_z^2)^2,\ \cdots,\ (S_z^N)^2]^T=[\lambda_1,\ \lambda_2,\ \cdots,\ \lambda_N]^T \tag{25}$$

我们是对各映照站独立地按单站生成方法生成其映照序列的，而现行的各单站生成方法均系线性生成方法，即生成流量总是若干项独立随机变量的线性组合。在映照序列中，我们已知这些项的期望值均为零，而且在站与站间这些项是互相独立的。那末，各映照站生成流量之间任一交叉互相关系数终是若干项互相独立的期望为零的随机变量乘积之和的期望，故必为零。因此，各映照站生成流量之间的交叉互相关系数，不论时移为零与否，都必为零。

所以，所生成的映照流量序列的零时移协方差矩阵必与$\hat{M}^0(z)$相等，即

$$M^0(z)=E(\underline{z}_t\underline{z}_t^T)=\begin{vmatrix}\lambda_1 & & & 0\\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_N\end{vmatrix}=\hat{M}^0(z) \tag{26}$$

而

$$E\underline{x}_t=E(\varphi\underline{z}_t)=\varphi E\underline{z}_t \tag{27}$$

回顾式(24)，立即有

$$E\underline{x}_t=\varphi\overline{\underline{z}}=\varphi\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\varphi^T\underline{x}_t)=\overline{\underline{x}}=\underline{0} \tag{28}$$

$$M^0=E[\underline{x}_t\underline{x}_t^T]=E[\varphi\underline{z}_t(\varphi\underline{z}_t)^T]=\varphi M^0(z)\varphi^T=\varphi\hat{M}^0(z)\varphi^T$$

$$=\varphi\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\underline{z}_t\underline{z}_t^T)\right]\varphi^T=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\varphi\underline{z}_t\underline{z}_t^T\varphi^T)$$

$$=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\underline{x}_t\underline{x}_t^T)=\hat{M}^0$$

$$M^0=\hat{M}^0 \tag{29}$$

由式(14)有 $$y_t^i=x_t^iS_y^i+\overline{y}^i$$

所以 $$Dy_t^i=D(x_t^iS_y^i+\overline{y}^i)=(S_y^i)^2Dx_t^i$$

由式(29)及式(16)可知 $$Dx_t^i=(S_x^i)^2=1$$

所以

$$Dy_t^i=(S_y^i)^2Dx_t^i=(S_y^i)^2 \tag{30}$$

而

$$Ey_t^i=E(x_t^iS_y^i+\overline{y}^i)=\overline{y}^i \tag{31}$$

证毕。

对于季节流量的情况，只不过簿记复杂一些，证明过程一样，不再赘述。

4.假设、假说及合理性论述

对于多站生成，在什么情况下才可独立地生成各序列呢？

如果同时段（零时移）各站的随机变量是互相独立的，也即随机变量集独立，按一般说法可称之为“随机过程独立”[4]。人们依据经验和直觉，总认为这些随机过程可以独立生成，也即具有独立生成性。

但是这样的推断不够严密。因为随机变量集独立是指“同时段”各站的随机变量集独立，也即是“在零时移水平上互相独立”。可是独立生成的各序列不但在零时移水平上互相独立，而且在任意时移水平上也是互相独立的。可见，“独立生成性”的定义要比“随机过程独立”的定义强。也就是说，在零时移水平上互相独立的序列不一定具有独立生成性，即不一定可以独立生成。

为了回答这个问题，我们参照人们的经验和直觉，提出如下的独立生成性假说。

假说　从主要物理成因方面分析其相关机制是同时性的N个离散的随机过程，如果它们在零时移水平上是互相独立的，那么这N个序列可以独立生成。

另有如下的正态假设。

假设　描述所研究的站群水文要素的随机向量服从多元正态分布。

既然$\underline{y}_t$是多元正态分布的随机向量，那末标准化后的$\underline{x}_t$仍然服从多元正态分布。

而$\underline{z}_t=\boldsymbol{\varphi}^T\underline{x}_t$，由于正态随机向量经线性变换后仍是正态随机向量，故$\underline{z}_t$仍然服从多元正态分布。

由于对正态分布而言，其互不相关性和互相独立性是等价的[3]，而由式（23）

$$\hat{M}^0(z)=\begin{pmatrix}\lambda_1 & & 0\\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_N\end{pmatrix}$$

可见，各映照站的映照序列的零时移的交叉互相关系数均为零，故映照序列在零时移水平上是相互独立的。

只要实际序列$\underline{y}_t$的相关机制是同时性的，那末当然其映照序列$\underline{z}_t$的相关机制也必是同时性的。而映照序列又在零时移水平上相互独立，那末由假说可知，该N个离散的随机过程可以互相独立生成。可见，只要假说可以成立，那末本文所提出的“特征变换的多站生成方法”在理论上也将是严密的，它不但合理可行，而且严格仿真，在假设的正态条件下可以“严格”模拟全部参数。

假说的可靠性如何，可以通过一些实际资料进行必要性检验。我们分析了闽北古田、安砂、池潭三站30年同期月径流资料，安徽梅山、磨子潭、响洪甸三站同期21年月径流资料，华东新安江、陈村、湖南镇三站18年同期月径流资料，东北辽河铁岭站、浑河沈阳站、太子河辽阳站三站23年同期月径流资料，湖南洞庭湖水系湘江湘潭站、资水桃江站、沅水沅陵站和澧水三江口站22年同期月径流资料以及四川岷江高场站、嘉陵江北碚站和乌江武隆站三站21年

同期月径流资料。分别将原始资料进行特征变换处理后，再求映照资料序列的时移为 1 及时移为 2 的交叉互相关系数，即$M^1(z)$和$M^2(z)$的非对角元素。所得成果表明，其映照资料序列的时移 1 和时移 2 的交叉互相关系数在百分之几的量级。从统计的角度看，它们并不明显地异于零，假说可以成立，同时表明了其分布的多元正态假设也是允许的。

当然，在没有更大量的资料进一步证明该假说之前，我们只能认为该假说是一种经验性的概括，或多或少带有一定的近似性。然而，必须着重指出，该法对实际站的生成序列的均值、方差及零时移的交叉互相关系数的保持，是无需借助于正态假设及独立生成假说而严格成立的，这一点从上面的证明中可以看出。

即使在某些情况下假说不能成立，此时$M^1(z)$，$M^2(z)$等的非对角元素比较大，由于人们对于零时移上互相独立的序列，并不太关心它们非零时移的交叉相关情况，此时假说可以作为设计人员的一种主观取舍的愿望而令其成立，因而此法仍可应用，虽然此时在非零时移相关矩阵的维持上会有些近似性。

5. 应用

该法在实际生成时，其实是对实际站流量y_t连续递推生成的。特征变换及反变换、标准化变换及反变换过程最终归为一种线性递推过程，这在计算机上施行是非常方便的。笔者在闽北库群最优调度的随机系统分析中，曾经应用过此法生成古田、安砂、池潭三站的月径流序列。

为了检查该生成方法对于零时移的交叉相关系数是否“严格”保持，我们曾生成过一个400年的样本，计算了其交叉相关系数R_{12}、R_{13}及R_{23}，并与原始资料估算值相比照，考虑到不可避免的抽样误差，其结果还是令人满意的。详细情况参见表 1。

表 1　　生成序列的零时移相关系数比照表

R	t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R_{12}	生成	0.8384	0.7537	0.8557	0.8809	0.8700	0.8089	0.7890	0.6538	0.4895	0.7686	0.8092	0.9214
	实际	0.8317	0.7428	0.8511	0.8808	0.8792	0.8030	0.7414	0.6474	0.5777	0.7391	0.7876	0.9145
R_{13}	生成	0.7397	0.7438	0.8976	0.9084	0.7577	0.7550	0.7493	0.3844	0.6258	0.7425	0.7643	0.9182
	实际	0.7653	0.7337	0.8852	0.9034	0.7757	0.7576	0.6972	0.4198	0.6830	0.7491	0.7646	0.9181
R_{23}	生成	0.6977	0.7327	0.9183	0.9580	0.8438	0.8405	0.8405	0.8326	0.8068	0.8078	0.8198	0.9139
	实际	0.7311	0.6808	0.9205	0.9582	0.8557	0.8624	0.8040	0.8275	0.8554	0.8286	0.8294	0.9170

说明　编号为古田—1，安砂—2，池潭—3。

在此顺便说明一下，多元正态分布的假设是容易满足的。若各单站符合对数正态分布，则取对数变换后可得正态分布；或对各单站的P-III分布用等累积频率对应变换也可得到正态分布。一般说来，变换后的多站资料均能通过统计检验，即其联合分布满足多元正态分布的假设。其线型及高阶矩通过变换也可以得到考虑，不过稍稍复杂一点。但当偏态不太大时，建议可以直接对特征变换后的映照资料选配线型、计算高阶矩，比较方便。该实例便是采用的后一种处理方法。这时流量的概率分布是有偏的，而正态分布是从互不相关性推断互相独立性的前提，这种处理方法是否欠妥呢？注意到，我们证明假说所用的都是有偏的未经

正态化的实际流量资料，因而可以看出，这种处理方法是允许的。而且是模拟线型和高阶矩的一种较为简便的做法。

再有，当两站之间存在明显的物理成因上非同时性相关时，比如上、下游站的情况，又如何处理？其实，我们只要将时间坐标对两站作一相对错动，其错动时程等于非同时性时差，则可以将该两站序列转化为同时性相关序列。当然，对站群而言，只要以一站为主，其他各站均以其为准进行时程错动，则终可将站群水文序列转化为同时性相关的水文序列。

四、小　　结

本文所提出的“特征变换多站生成方法”，从本质上说只是将多站生成转化为单站生成的一种有效手段，只是在多站生成方法与单站生成方法之间架设了一座桥梁。所以，它在往高维、高阶扩展时并不存在任何繁琐和困难，且运用方便，表达也相当简洁明瞭，易于掌握。又因为所有单站生成方面成熟的方法，均可不加变动地移用于多站生成之中，所以，该法在事先挑选和检验模型方面完全可以沿用单站生成方法中有关的相关分析或谱分析技术，甚至可以为各映照站各自选用不同的单站生成模型。由于现行的单站生成方法均是线性生成方法，所以可以说该法适用于所有的现行生成方法：自回归的、长储存的、非季节性的、季节性的，移动平均模型以及自回归移动平均求和模型（ARIMA模型），等等。由于在映照序列中各站是独立生成的，这就省略了对大量的非零时移的交叉相关系数的估计，因而估计参数的工作量远比Thomas-Fiering 法为少，在高维时尤其如此。比如对一个6维2阶自回归模型（12个时段），Thomas-Fiering法需估计1188个参数，而该法仅需估计468个，节约工作量60%以上。另外，该法在模拟非正态线型及高阶矩方面还具有一定的灵活性。

不过鉴于假说没有经过更广泛的检验，因此，严格说来，如果在某些情况下假说不能成立时，所生成的序列仅严格维持均值、方差及零时移相关矩阵不变，而对非零时移相关矩阵的模拟则带有一点近似性。

参 考 文 献

[1] Fiering and Jackson, Synthetic Streamflows, McGregor & Werner Inc., 1971.

[2] Matalas, N.C., Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology, Water Resour. Res., Vol.3, No.4, 1967.

[3] 王梓坤，概率论基础及其应用，科学出版社，1976。

[4] 王梓坤，随机过程论，科学出版社，1965。

水资源评价与水质问题

我国水资源分布的特点及其开发利用中的问题*

华士乾

水资源是人类赖以生存的自然资源之一。毛主席说："水利是农业的命脉"，而农业是国民经济的基础，合理开发利用保护水资源，其重要性是显而易见的。

近年来，随着农业、工矿及城市用水的不断增长，加上部分地区水资源的污染日趋严重，海河流域、淮河流域水资源的供需不平衡问题已很明显，必须加快调查研究，摸清水资源的数量与质量，分析农业、工矿、城市用水的增长速度，控制和改善水质污染发展趋势，制定全面可靠的近期和远景的用水供需平衡规划，对于加快实现四个现代化具有特别重要的意义。

据估计，全世界的淡水资源约28000～33400万亿m^3。对人类生产和生活关系密切的全世界淡水资源——即浅层地下水、壤中流、江河及湖泊蓄水等其总量约为4230万亿m^3，占淡水总量的13.6%。

我国淡水资源的地面水年径流量约27000亿m^3，占世界第六位。地下水可开采量约在10000亿m^3左右。目前我国农业灌溉用水共计约4400亿m^3，其中地面水约4000亿m^3，占地面水年径流量的15%左右；地下水约400亿m^3，占可开采地下水量的4%。

水资源是一种动态资源，是随时在变化的。尤其是我国地处季风区，年内各季和年际的降水分配很不均匀；由于各地的气象及下垫面条件错综复杂的相互作用，我国水资源的分布又具有明显的区域特性。如何充分利用我国的水资源？首先是要摸清我国水资源在时间、空间内变化的动态特性。

一、我国地面水资源时、空分布特征和水资源分布不平衡情况简述

1.我国地面水资源的年内分配及年际变化特征

受季风气候影响，我国各地降水和径流的季节性变化十分明显；夏秋多雨，冬春少雨，雨量主要集中在汛期。东南各有汛期四个月降水量占正常年降水量的50～60%，其他地区可达年降水量的70～80%。地面径流的季节变化大致与降水季节变化一致，不过在时间上略为拖后。降水的年际变化也很大，因此旱涝年份常交替出现，也有连续旱和涝的年份。大体上说，长江以南属丰水和多水带，降水年际变化较小，其变差系数（C_v）在0.15～0.20之间，

*本文曾在"自然资源"杂志1979年第2期上刊登。本文提出较早，虽与1981年12月水利部提出的水资源初步评价成果在数字上有出入，但基本结论相似。

年径流的变差系数较降水稍大，在0.2～0.3之间。而淮河以北雨少的地区，年际变化相当大，年降水量变差系数在0.3～0.5之间，年径流变差系数更大，达0.6～1.0之间。年变差系数越大，旱涝出现的机会也越多。

更有甚者，我国各主要江河经常出现连续的多水期和少水期。表1以大于多年均值的年份作为多水年统计，小于多年均值的年份作为少水年统计。由表1可见，我国十条大河均有连续的多水期和少水期，其中北方河流的连续多水期和少水期比南方河流长，突出的是松花江和黄河，最长连续多水期分别长达八年至九年，最长连续少水期分别长达十三年和十一年。淮河以南各河持续时间虽较短，但长江、闽江、珠江也都出现过连续六、七年的少水期。西南各河虽资料很短，怒江也出现过连续六年的多水期，澜沧江和雅鲁藏布江也出现了连续四、五年的少水期。

表1 我国主要河流水量大于或小于平均值的连续年数

河名	站名	资料系列长（年）	最长连续多水期（年）	连续多水期与多年均值比（%）	最长连续少水期（年）	连续多水期与多年均值比（%）
松花江	哈尔滨	78	8	132	13	60
渭河	渠县	37	4	126	4	69
黄河	陕县	56	9	118	11	75
淮河	蚌埠	51	3	199	6	72
长江	宜昌	90	4	113	6	91
闽江	竹岐	38	3	130	7	80
珠江	梧州	32	3	118	6	82
澜沧江	允景洪	17	2	125	6	91
怒江	道街坝	16	6	105	3	87
雅鲁藏布江	奴下	17	3	120	5	87

另外，从表1也可看出，十条大河中除怒江外，其他九条河流已出现的连续少水期都比其连续多水期长。松花江连续少水期的水量比多年平均少了40%，黄河少了25%，淮河少了约30%，闽江、珠江也少了20%，只有长江和西南各河少了10%，水量比较稳定。

2.我国地面水资源的地区分布特征

我国地面水的分布大致可以分为五个地带：

（1）丰水带。正常年降水量大于1600mm，正常年径流深大于1000mm的地带；包括台湾、福建、广东大部、浙江、江西、湖南、广西一部和四川、云南、西藏一角。

（2）多水带。正常年降水量在800～1600mm之间，正常年径流深在300～1000mm之间的地带；包括淮河及汉江以南广大的长江中下游地区、云南、广西、四川大部及东北的长白山地区。

（3）过渡带。正常年降水量在400～800mm之间，正常年径流深在50～300mm之间的地带；包括淮河、汉江以北的华北平原、陕西和东北的大部，以及甘南、川西和西藏东部地

区。

（4）少水带。正常年降水量在200～400mm之间，正常年径流深在10～50mm之间的地带；包括内蒙、宁夏、甘肃、新疆的大片戈壁沙漠地区和西藏荒漠地区。因此，长江以南水资源较丰，淮河以北水资源不足。

从水文资料分析，长江与珠江两个流域，其面积之和为全国总面积的24%，而地面径流量却占全国地面径流总量的52%；而黄河、淮河、海河三个流域，其面积之和为全国总面积的14%，而地面径流总量仅占全国地面径流总量的4.9%，说明珠江、长江水多，黄河、淮河、海河水少。从长期的水资源供需平衡看，南水北调是势在必行的。将我国各地区、流域的耕地和水资源作一对比，也是很有参考价值的。从表2可以看出，长江以南各地区、流域内耕地每亩平均摊水量高于全国平均值，淮河以北都低于全国平均值。东北各地均为全国平均值的1／3，黄河为1／6，淮河还不到1／7，海河则仅1／10。

表 2　　各地区流域每亩耕地平均摊水量

地区或流域	耕地面积（万亩）	地面水资源（亿m^3）	每亩平均摊水量（m^3/亩）	比值
全国	149000	27000	1800	1
广东、广西	8700	4400	5130	2.8
福建、浙江	4700	2001	4250	2.4
长江流域	37400	9800	2600	1.4
辽宁、吉林、黑龙江	27800	1730	620	0.34
黄河流域	19400	574	296	0.16
淮河流域	19100	470	246	0.14
海河流域	15300	283	185	0.10

目前淮河及海河流域的可耕地面积已接近饱和，黄河流域的耕地面积尚可增加。因此，总的说来、黄、淮、海的水资源都是严重不足的，如加上工矿、城市居民用水，则更感不足。近期内黄河中上游灌溉面积比例不高，下游引黄灌溉尚有余水，在修建龙门、小浪底水库等大型控制工程，扩大中游灌溉面积后，亦将感到水源紧张。至于淮河，特别是海河，目前的工、农业用水已经相当紧张了。

3.关于当地径流调节和跨流域调水问题

由于我国河流天然地面径流的年内分配不均和年际变化大的特点，要充分利用当地地面径流，必须有大量的具有多年调节特性的大型水库，拦蓄汛期乃至连续丰水年的水量供枯季乃至连续枯水年使用。但是，在人口相对集中的淮河及海河流域，已经修建了不少大型水库，今后新建水库不仅理想库址不多，居民的搬迁安置问题也更困难，所以潜力已很小。

以海河为例，283亿m^3的地面径流中，山区径流约为203.5亿立方米，占74%。解放后近三十年内，已建水库总库容达208亿m^3，从1962年至1972年的11年中，平均每年调节径流79.4亿m^3，占同期山区径流量的50%，占山区多年平均径流量的38%；从总库容与调节水量比，有效的调节水量只占总库容的1／3左右，由于水库必须在汛期预留防洪库容，估计这个比例也很难提高。目前海河上游支流虽有部分山区面积未为水库控制，但可以增建的库容也不多了；淮河流域修建水库的潜力也很小，因此，这两个流域想依靠在本流域内修建工程

来使当地径流得到充分利用，潜力也不大。这两个流域本身的地面径流量不足，进一步修建工程提高利用率的可能性又不大，因而只能考虑从流域外调水。海河流域要调多少水？在水资源尚未摸清的情况下这个问题很难准确回答。以海河平原地区来粗略分析，现有耕地1270万亩，假定山区径流的50%可以调节利用，则为105亿m^3，山区耕地4000余万亩，假定用水40亿m^3，则尚有65亿m^3可供平原利用，平原地区可开采的地下水量（多年平均降水补给的浅层水开采量）假定为60亿m^3，则两者之和为125亿m^3，扣去工业及城市用水约60亿m^3，则每亩耕地只能摊到50方水，显然远远不够；如果遇到如1920年那样的旱年，山区径流总共才70亿m^3，在山区留用部分水量后，供工业和城市用水都不够，就摊不到平原地区的农业用水了。

当然，调水数量与灌溉保证率有关系，也与当地的地面、地下水资源的动态变化有联系，如果调水少，则部分农田仍然达不到稳产高产；但如调水过多或是管理不善，因而地下水位升高，也可以引起部分地区土壤次生盐碱化等问题，需要全面分析研究，才能取得更佳的效果。

二、目前我国水资源在农业方面的开发利用情况

1.地面水资源开发利用情况

建国以来，已建大，中、小型水库约82000余座，总库容接近4000亿m^3，大型水库300余座，总库容接近3000亿m^3，约为美国大型水库总库容9000亿m^3的三分之一，为苏联大型水库总库容10200亿m^3的30%；水库灌区总面积约25000万亩，平均每亩摊到库容约1600m^3；大型水库灌区面积10600万亩，平均每亩摊库容约2000m^3，如果按库容的三分之一作为调节水量，大型水库灌区每亩用水量（包括渠系输水损失在内）约670m^3。

已建河道机电排灌站的马力达6000万马力，机电排灌面积约43000万亩，平均每个马力排灌面积为7.2亩。

目前全部耕地的50%已有灌溉，扣去井灌面积后，用地面水约为4000亿m^3，平均每亩用水（包括渠系输水损失）近700m^3。

2.地下水资源开发利用情况

全国已配套的机电井约230万眼，约2900万匹马力。其中机井约56%，电井约占44%，井灌面积约18000余万亩，年抽用地下水量约为400亿m^3，平均每亩用水约220m^3。

3.水资源开发利用水平及存在问题

当前我国地面水资源开发利用已达15%左右，比例比美国低（21%），比苏联高(6%)；地下水开发利用约为6%左右，但因开采区相当集中，有的地区开采过度，已出现了一些地下水漏斗。

在地面水资源利用中，主要存在以下一些问题：

（1）水利工程在地区上分布不平衡。比较突出的是西部地区的工程少，南方种旱作物山区的工程少，平原牧区的工程少。

（2）有些水库工程防洪安全没有过关，不能充分利用拦蓄当地径流；

（3）工程配套不全，田间工程差，渠系损失大。

（4）排水系统与灌溉工程结合不够，少数灌区有灌无排，引起地下水位升高，土壤次生盐碱化，导致停灌。

（5）节约用水新技术如喷灌、滴灌尚未推广。

（6）管理制度不健全，不重视用水的经济管理，因而上游浪费很多水，下游却灌不到水。

在地下水资源利用方面的问题主要是：

（1）地下水资源情况摸得不清；

（2）有些地区开采过度，引起大面积地下水漏斗和地面沉降问题；

（3）机井补助的政策尚应因地制宜。

三、我国及黄淮海流域水资源供需平衡的展望

我国是一个幅员辽阔的大国，随着工、农业的进一步发展，城市人口的增加，供水量必然要迅速增长。要估计这种增长在目前是困难的，但从其他大国的用水情况可大致作出估计。

表 3　　美、苏地面水资源及工农业用水量

国别	正常年径流量（亿m^3）	资料统计年份	工、农业及城市居水量（亿m^3）				
			总用水量	农　业	火电厂	工矿业	城市用水
美国	23940	1950～1975	4980	2470	1270	860	830
苏联	47140	1965～1970	2866	1477	896		126

美国按2.1亿人口计算，折合每人用水量为2370m^3；苏联按2.5亿人口计算，折合每人用水量为1140m^3。

我国人口多，每人拥有耕地面积少，复种指数高，加上降水及径流分配不匀，旱季自东南而西北长达7～10个月，所以灌溉面积占耕地面积的百分比要高。初步估计，今后二十年内，再增加3亿亩灌溉面积，现有灌溉面积适当提高保证率，仅农业用水一项约需6000亿m^3，工矿企业和城市用水亦将大幅度增长，按低标准考虑粗估约需增加1000亿m^3，比目前工农业用水量多出2600亿m^3（目前工矿及城市用水量无完善统计）。地下水开发需要大量动力设备和投资，社队负担较重，最缺水的黄淮海流域，目前已配机电井数占全国井数的65%，有些地区已出现大范围地下水漏斗，可以增加开采的地下水已较少；由于地面水不足而急需开采地下水的地区，初步研究，估计近二十年内再开采地下水400亿m^3已经要化很大力气；尚有2200亿m^3的供水要靠利用地面水。经初步估算，要调节这样数量的地面水，约需增建总库容为9000多亿m^3的水库。但是，目前最缺水的黄、淮、海流域已建大、中、小水库16000余座，总库容达1150亿m^3，为全国水库总库容的30%左右，除黄河外，淮河、海河理想的库址不多，所以主要只能考虑从南方跨流域调水来解决黄、淮、海流域的供水。目前黄、淮、海流域的54000余万亩耕地中，有灌溉设施的约占50%左右。如再增

加25%灌溉面积，现有灌区适当提高保证率，再加上增加的工矿、城市用水粗略估计需增加水量六、七百亿m^3，大致三分之二以上要靠从长江调水解决。所以调水的方向是肯定的，分别从上、中、下游多路调水也是必要的。但因调水涉及的技术问题，经济问题以及后效问题很多，必须在进一步摸清水资源（包括地面水、浅层地下水）情况后，经过系统分析研究，慎重考虑全国的综合规划方案，才能有计划、有步骤地分期实施，取得最大的效益，防止可能产生的不良后果。此外，今后黄、淮、海流域的工业发展要考虑水源不足而适当加以控制。

四、抓好水资源利用和保护

1.要摸清水资源

我国地面水资源的数量虽然有个粗数，但是由于工业的发展，水质污染也日趋严重，大量工业废水不经严格处理排入河道，使水质变坏，有部分地表水已不能被利用，因此地面水资源尚须结合水质条件进一步摸清。已被污染的，要结合治理规划逐步恢复被破坏的天然水资源。地下水资源也有个粗账，但因水文地质构造复杂，各部门估算的数量尚有出入，有待进一步做工作。

因此，必须加强水利与水文地质部门的协作，把地面水和地下水资源进行全面调查，摸清水资源的总账。只有这样，才能统一规划，综合平衡，相互调剂，充分利用。

2.要抓好逐最工、农业和城市用水预测和提出逐最水资源供需综合平衡规划

为此，必须有国家的水资源统一管理机构来统筹和协调这项工作。一方面要了解工业部门提出的用水规划，要求提高工业用水的重复利用系数，防止水质污染和处理好工业废水，制定节约的供水规划；另一方面应对农业用水采取节约水量的措施，包括渠系的配套和渠道的衬砌，推广喷灌、滴灌等措施；在此基础上考虑提高现有灌区的灌溉保证率和扩大新灌区，提出合理的农业用水规划。

然后根据摸清的各地区地面水、地下水资源情况，制定出切合实际的工、农业发展规划和水资源供需平衡规划。

3.要根据水资源地区特点，制定合理的水利政策，充分利用当地水资源

例如海河流域在太行山山前地区，浅层地下水源比较丰富，水质好，宜于井灌；沿海大平原浅层地下水贫乏，水质差，以河灌为宜。但因打井农村负担重，机电设备维修和耗油供电费用大，就必然争用地面水；因此必须根据水资源利用的当地特定条件，从政策上落实，对山区农村打井实行较大的补贴（包括机电井建设和运营费用的补贴），平原地区利用山区地面径流才较有把握，合理利用全流域的地面水和地下水资源才有可能。

4.抓好京广线以东广大地区的水源保护工作

京广线以东的广大地区，是我国人口集中、工业发达的地区。近年来，这个地区的水源已有不同程度的污染，特别是在海河、淮河流域，由于水量少，稀释能力弱，情况更显严重；必须加强水质监测，制定水源保护的具体措施，以免进一步破坏当地水资源，甚至污染外流域调入的水量。为此必须立即抓紧把该地区工厂的废水处理好，同时要考虑水资源的具体条件，制定适度的工业发展规划，必要时要适当限制这一地区对污染影响较为严重的工业

的发展。

5.要开展对新的水源的研究工作

我国海岸线很长，不少工业城市分布在沿海地区。为此要加紧研究海水淡化工业降低成本的技术，如果技术上的提高可望与远程调水进行经济比较时，也可考虑用海水淡化工厂就近解决沿海大工业城市的供水。

我国西北地区冰雪资源比较丰富，要研究利用的技术措施，论证其经济上的合理性，在必要的情况下可以先进行试点，然后逐步推广。

6.要加快水利规划工作的步伐，特别是对于从长江上、中、下游调水济淮、济黄、济海的全面规划和研究工作

从系统工程分析着手，制定最优的分阶段开发方案，尽可能消除不利的后效，使我国能在天然水资源分布很不平衡的情况下，得到经济、合理的调剂补充，这对于发展我国工农业，较快实现四个现代化都是十分迫切而重要的。

我国西北干旱地区水资源若干问题研究*

崔 玉 琴

引 言

我国西北地区，本文系指新疆、青海、甘肃、宁夏四省、区的全部及内蒙古西部（110°E以西）。全区面积约占全国总面积的33%。

本区地形极其复杂，除西部边境的帕米尔高原外，境内尚有诸多山系。宏观地势是西高东低、南高北低。由于高大山体的切割，形成多种地貌单元：北疆的准噶尔盆地、南疆的塔里木盆地、青海省境内的柴达木盆地以及祁连山与巴丹吉林沙漠间的河西走廊；山峰多冰雪覆盖，并有冰川活动；准噶尔、塔里木、柴达木三大盆地四周为群山环抱，中有我国面积最大的塔克拉玛干沙漠（位于塔里木盆地）及吉尔班通古特沙漠（位于准噶尔盆地）。自然景观千奇百异。

根据干旱指数（年蒸发能力与年降水量之比）的大小，塔克拉玛干沙漠、吉尔班通古特沙漠以及巴丹吉林沙漠均为荒漠的无流区，属于极端干旱地带；上述诸沙漠边缘地带、宁夏的大部、内蒙西部至阿拉善高原、河西走廊等地，为干旱地带；甘肃、青海的东部，为半干旱地带。按我国习惯，将西北地区统称之为干旱地区，包括极端干旱、干旱和半干旱三个地带。

在干旱地区，水资源不仅是制约当地工农业生产发展的重要因素，而且对环境调节也起着重要作用，特别是干旱及极端干旱地带更是如此。因此，在规划开发大西北的今天，对干旱的西北地区有关水资源中某些重要问题如空中汽态水资源、降水资源及其前者变为后者的转运过程、转化系统进行分析研究，实为一项重要的任务。

一、降 水 资 源

干旱的西北地区，雨雪稀少，蒸发旺盛，气候干燥，约有50.4%的面积是沙漠、戈壁，不能产生地表径流，成为无流区。虽耸立于境内诸多山系多冰峰雪岭，蕴藏着丰富的冰雪融水资源，但对本区而言水资源存在的主要形式仍是河川径流。

河川径流量年内分配取决于河流的补给来源。据分析，本区诸河流主汛期（连续最大四个月径流量出现时期）出现时间虽不同步，但与本流域的降水相对集中期（连续最大四个月降水量出现时期）不仅开始时间相互对应，而且在相应时段内的总径流量、总降水量均占本

*本文完成于1985年，1986年修改。主要参考资料有我国西北地区各省、区可能最大暴雨图集和暴雨档案（1977～1980年）。本文承河海大学周惠济教授审阅，谨表谢忱。

流域的50%以上。可受及夏季风影响的东部地区，尤其如此，降水量所占比重高达60%～80%。可见，本区河川径流的主要补给期与大气降水的相对集中期基本一致的。因此，对于多冰川雪岭的西北地区，其地表水资源乃至地下水资源，主要补给源仍是由空中汽态水资源——水汽转变的大气降水——降水资源。

降水资源的空间分布极不均匀。区内有九个雨量极值中心。年平均降水量不足20mm的全国最干旱中心分别位于吐鲁番盆地的托克逊、准噶尔盆地的淖毛湖、柴达木盆地的冷湖和塔里木盆地的若羌。五个降水集中地带是：阿尔泰山西南坡、天山山地南坡的那拉提、青海湖东北部大坂山附近的互助、塔里木盆地西南坡慕士山附近、帕米尔高原慕士塔格山与公格尔山一带（表1）。

表1 西北地区降水资源极小值中心

极值中心	年平均降水量 (mm)	历年最小		历年最大		资料长度
		降水量(mm)	年份	降水量(mm)	年份	
吐鲁番盆地托克逊	7.1	0.5	1968	23.8	1979	1957～1979
准噶尔盆地淖毛湖	11.7	5.2	1977	28.5	1964	1960～1979
柴达木盆地冷湖	17.6	3.2	1961	44.5	1972	1957～1979
塔里木盆地若羌	18.4	3.9	1957	42.0	1953	1953～1979

西北地区降水资源极大值中心

极值中心	年平均降水量 (mm)	历年最小		历年最大		资料长度	备注
		降水量 (mm)	年份	降水量 (mm)	年份		
阿尔泰山西南坡	900～1000						由固体降水资料推算
天山山地南坡那拉提	838.8	653.0	1974	1139.7	1970	1968～1979	
青海湖东北部大坂山互助	568.3	417.8	1977	792.1	1961	1954～1979	
塔里木盆地西南坡慕士山附近	>600						由固体降水资料推算
帕米尔高原慕士塔格山与公格尔山一带	>600						

注 系根据《中国水资源评价》有关资料统计。

除终年受西风带系统影响的阿尔泰山区及帕米尔高原外，区内大部地区年雨量的60%～80%是集中在3～4个月内，因而形成降水的相对集中期。虽然集中期的起止时间、降水量各地不完全相同，但降水的集中程度仍是相当可观的（图1）。

降水集中期降水量（汛期降水量）的时间分配，也是非均匀的，往往强度大的降水过程（大降水过程）导致洪水。大降水过程虽然发生频次少，但稀遇过程的强度却大得惊人，不

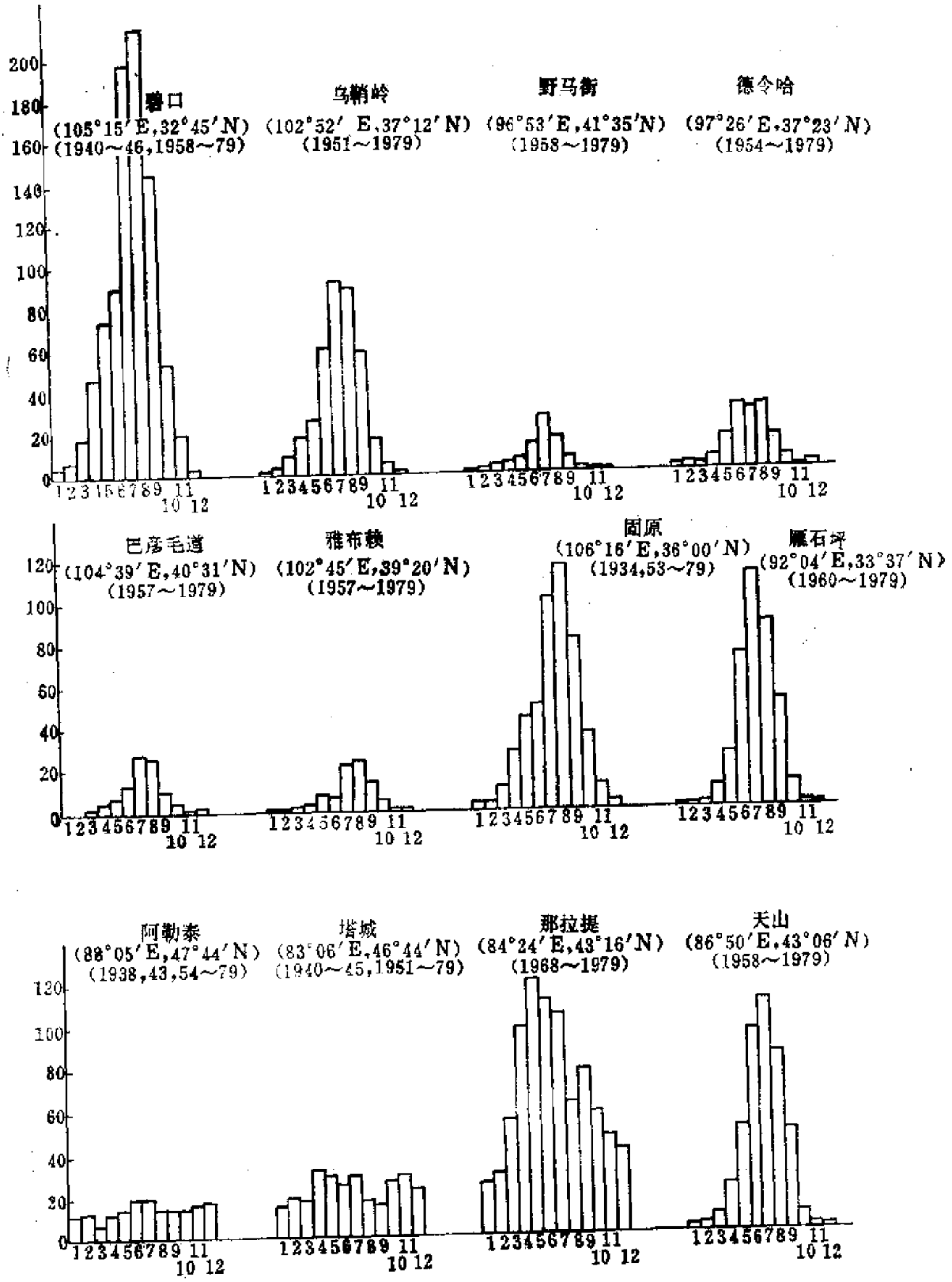


图 1　西北地区降水量年内分配

注　1.各测站下方括号中数字，分别为测站所在点的经、纬度和资料长度

2.纵坐标为平均月降水量（mm），横坐标为月份

少接近或超过我国南方湿润地区；一些降水过程，一日雨量可相当当地或邻近地区年平均雨量的几倍。如塔里木盆地的若羌，1981年7月4日一次降水过程，雨量（73.5mm）竟是最小年降水量的18.8倍。这种情况，在我国南方是未曾出现过的。根据资料分析，在这样的干旱地区，除大降水过程是地表水资源补给的主要降水方式外，另外也曾出现过另一种降水方式，即雨强虽不大，但雨日连绵的阴雨过程。如1981年8～9月黄河上游一次降水过程，雨日长达32天，以致本地段出现有水文记录以来最大的洪水。故在考虑水资源补给时，这种降水方式也是不容忽视的。

基于上述，研究西北地区水资源，首先必须研究的是汛期降水资源，而降水资源的研究又必然归原于对水资源补给起主要或关键作用的大降水过程及其水汽供应过程，以及控制这些过程的大气环流形势的研究。由这种途径研究水资源不仅可使空中水、地表水、地下水三水因果关系融为一体，而且也是水资源研究由二维空间向三维转化的必由之路。

二、地表水资源之源——空中汽态水资源之源地

西北地区尽管远离海洋，并有地形阻隔和高大山体屏障，但孟加拉湾和我国东南方诸海域，仍是汛期主要水汽源地，尤其本区东部。根据宁夏、甘肃、青海高原东部、内蒙古西部的356场大降水过程统计（表2）得出，西北地区通过降水补给地表水资源的空中水汽的源地，主要是孟加拉湾（或阿拉伯海），占总数的46.6%。其它源地：南海占24.4%，黄海与

表2　　西北地区东部水汽源地

源　地	孟加拉湾	南　海	黄　海	东海与黄海交界地带	西方大陆	总　和
频　数	166	187	19	83	1	356
占总数的百分比	46.6	24.4	5.3	23.3	0.4	100

东海交界地带占23.3%。区内西部的水汽源地与东部并不完全相同。海拔在4000m以上的中、高空，水汽主要来自西南方与西方；南疆由于群山环绕，地形复杂，只有东部“马蹄形”山口为其水汽入口。

三、空中水汽入流过程

根据本区外边界与诸水汽源地的相对位置，空中水汽一般由西南方（图2中箭矢1、2）、南方（箭矢3）、东方（箭矢4、5、6）、西方（箭矢7）、北方或西北方（箭矢8）等五个方向入境。一次降水过程，其水汽源地和入流路径，皆由当时的大尺度环流形势而定。由于降水区总是不同层次或同一层次而方向不同的气流辐合区，所以，一次降水过程，水汽可从几个方向入流，水汽源地也可有几个。另外，在一次降水过程的不同阶段，水汽源地也可因环流形势的改变而有所变更。

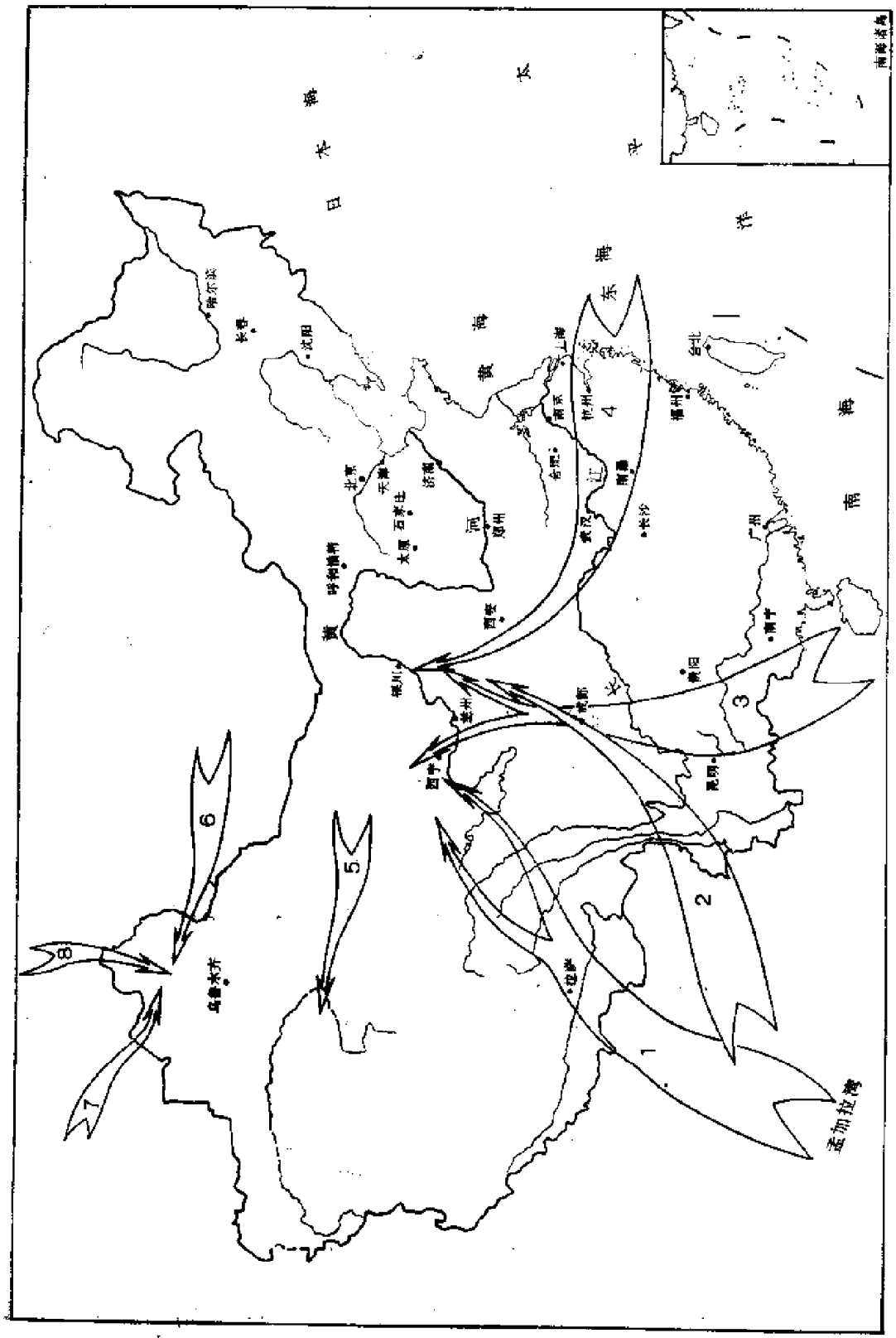


图 2 西北地区洪朗水汽入流路径

注 1.图中箭矢表示水汽由源地进入西北地区路径，各箭矢并不在同一高度上；2.箭矢1，2一般位于5500m；3.箭矢3、4在1500～5500m各层均可出现；4.箭矢5（进入南疆）出现高度一般在1000～4000m；5.箭矢6（进入北疆）多在3000m以下；6.箭矢7、8一般在3000m左右

当水汽由西南方入流，其源地多是孟加拉湾。此水域上空，大气中的水汽含量比之其它水域都为丰沛，是重要的水汽源地。

水汽由源地进入该区上空，或沿着由天气系统构成的水汽输送通道入境，或由天气系统卷挟进入。西北太平洋副热带高压（简称副高）西伸脊与西侧低值系统间的偏南气流，是西南方、南方或东南方水汽入境的水汽通道；而副高南侧的偏东气流则是东方海域上空水汽漂移至本区的主要水汽通道。

卷挟水汽入境的天气系统有印度季风低压、季风低槽或孟加拉湾热带气旋。这些天气系统只能把水汽由源地卷挟北上至大陆上空，再由高空槽、涡"接力"进入西北境内。另外，西南涡、台风均可卷挟水汽再经"接力"入境。水汽由东方进入南疆，"马蹄形"山口为其唯一入口区，多由低层东风急流构成自东向西的水汽输送带。

夏末秋初，开始加强的蒙古高压南侧的偏东气流，常是水汽由东部进入北疆的水汽通道。来自西方大陆的水汽是由东移的西风槽卷挟入境的。这股气流所携带着的空气，其水汽含量虽不及其它地区，但因其风速较大，水汽通量值$\frac{1}{g}\vec{v}q$（g：重力加速度，$\vec{v}$：风全矢量，q：比湿）则可能较大，所以这股气流对水汽输送也不可忽视。

四、空中汽态水资源变为地表水资源过程

大气中，总有不定量的水汽。运移着的水汽变为地表水资源，必须经过一次次降水过程来完成。尽管一次具体的降水过程，并不能把空中水汽全部转变为地表水资源，但这却是空中水变为地表水的唯一途径。鉴于上述，本文称一次降水过程为一次水资源转运过程，具体降水天气系统称为水资源转运单体或转运系统。在此意义下，西北地区水资源转运过程如下。

1. 水资源转运过程——大降水过程出现之大气环流形势

根据西北地区汛期大降水过程中，降水区中心上、下游关键区环流系统演变特征，所出现的大气环流形势可归纳为三种，即"东高西低"型、"西风槽"型、"两高一低"型。

（1）"东高西低"型　由于本区东西跨度较大，地形又错综复杂，所以同是"东高西低"型，但"东高"（东部高压）与"西低"（西部低槽）的相对位置又有三种情况（图3）。

图3*a*、*b*中，东部稳定少动的副高与西部低槽构成较稳定的偏南气流，引导西南方、南方的水汽进入本区。西侧低压槽前的上升气流造成大降水过程，促成空中水汽变为地表水资源。而图3*c*中的环流形势，雨区主要出现在新疆。

（2）"西风槽"型　作为降水过程环流形势的西风槽，是长波槽。当长波槽稳定时，可分裂出一个个短波槽东移，并伴随着频繁的冷空气活动，有利于降水过程。*A*种形势（图4*a*）下，雨区多在本区东部；*B*种形势（图4*b*）下，雨区在新疆的伊犁河谷与塔城盆地等西向坡地。有时雨区也在天山山地，也可影及青海高原。

（3）"两高一低"型　在"两高一低"型的形势（图5）下，西部大陆高压与东部副热带高压间的高空槽前的西南气流为水汽输送通道。有时南方低涡卷挟水汽沿西南气流北上，造成一次次降水过程。雨区主要在青海高原的东北部。

对本区而言，上述三种环流形势，只能是基本的。因为在实际大气中没有两次降水过程

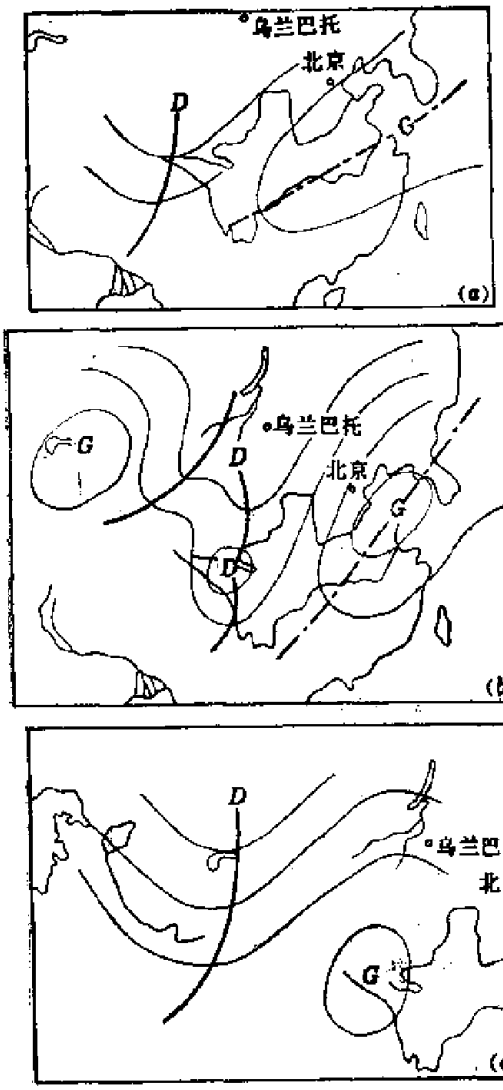


图 3 “东高西低”型

(a)A型；(b)B型；(c)C型

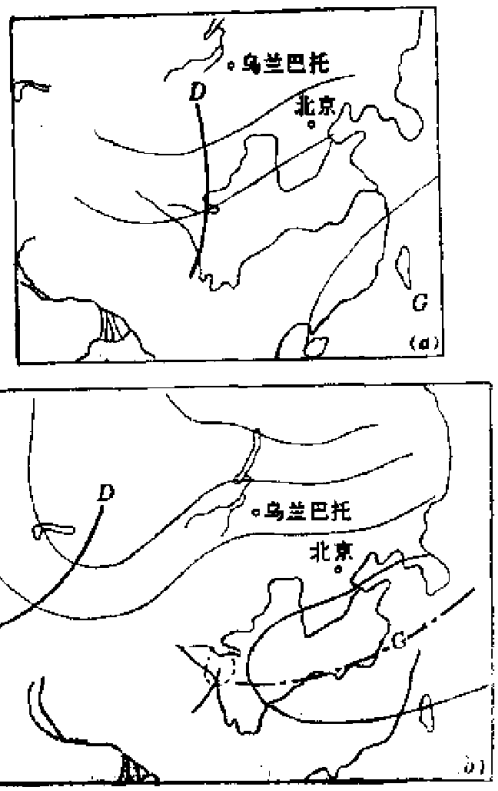


图 4 “西风槽”型（图例同图 3）

(a)A型；(b)B型

图例： D——低压中心；G——高压中心

——500×10^2Pa等高线；—•—副热带高压脊线；——槽线

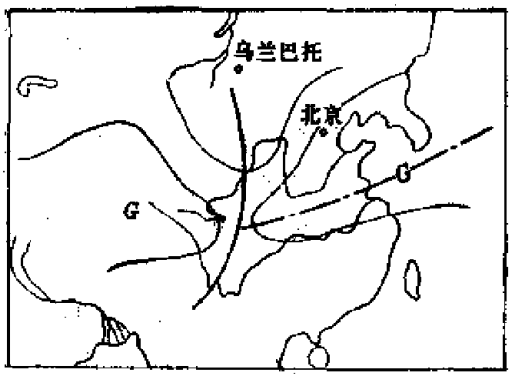


图 5 “两高一低”型[图例同图 3（a）]

会完全相同。但从宏观角度出发，这三种环流形势可以做为西北地区大降水过程的概括。

2. 水资源转运系统

空中水汽变为地表水资源，虽受控于一定的环流形势，但却由具体降水系统来完成，故称降水系统为水资源转运系统(或转运单体)。本区主要有冷锋、静止锋、地形辐合锋、低压、切变线、高空低槽、高空低压和副热带高压西侧的偏南气流。统计结果表明：冷锋所造成的大降水过程占总数的70%，其次是低涡，

占8%。所以，西北地区汛期，冷锋降水所造成的水量是地表降水资源的主要补给源。

五、结　　语

（1）西北地区地表水的来源，除部分为高山融雪外，主要是大气降水；而汛期降水，尤其是强度大或历时长的降水过程，则是地表水资源主要的补给方式；尤其是丰水年更加突出。

（2）本区汽态水资源——空中水汽源地，本区东部与西部不尽相同。根据宁夏、青海高原东部、内蒙西部（110°E以西）、甘肃等省区356场降水过程统计，水汽源地主要是孟加拉湾，其次是南海。西部，海拔在4000m以上的中、高空，水汽主要来自西方和西南方；南疆主要来自东方。

（3）根据西北地区外边界与上述水汽诸源地之间相对位置，水汽入流方向有：西南方、南方、东方、西方、北方或西北方。

（4）水汽源地上空之水汽，由源地进入该区上空，其水汽输送通道，系由天气系统构成。一般由东移、北上的天气系统卷挟搬运进入本区；而由大陆东部的高值系统与西部低值系统间的偏南气流，则是南方、西南方、东南方水汽进入本区的水汽通道。

（5）空中水汽变为地表水，必须由一次次具体降水过程来完成。经普查和统计，西北地区较大的降水过程，一般出现在三种环流形势下："东高西低"型、"西风槽"型、"两高一低"型。具体降水天气系统主要是冷锋和低涡，尤其是冷锋，可占到70%。

平原水资源及其相互转化关系的估算*

张世法 宋克强

平原水资源由两部分组成，一是由本地区降水形成的当地水资源，另一是由上游山丘区河川径流和外流域引水补给本区的客水资源。本文着重就当地水资源及其转化关系进行分析研究。

一、天然情况下分项水资源估算

1.水平衡方程的建立

对闭合平原地区，年水量平衡方程有

$$P=E_p+R-R_g+P_r+P_s \qquad (1)$$

$$P_r=E_g+R_g+\Delta S_g \qquad (2-1)$$

$$P_s=E_s+\Delta S_s \qquad (2-2)$$

将式（2-1）、（2-2）代入式（1），有

$$P=E_p+R+E_g+E_s+\Delta S_s+\Delta S_g \qquad (3)$$

再将以下关系式

$$E_s=E_{s,E}+E_{s,NE} \qquad (4-1)$$

$$E_g=E_{g,E}+E_{g,NE} \qquad (4-2)$$

代入式（3），在忽略ΔS_s情况下，有

$$P-E_p=R_s+R_g+E_{g,NE}+E_{s,E}+E_{s,NE}+\Delta S_g \qquad (5)$$

对多年平均情况，$\Delta S_g\approx 0$，则有

$$\overline{P}=\overline{E}_p+\overline{R}-\overline{R}_g+\overline{P}_r+\overline{P}_s \qquad (6)$$

$$\overline{P}-\overline{E}_p=\overline{R}_s+\overline{R}_g+\overline{E}_{g,E}+\overline{E}_{g,NE}+\overline{E}_{s,E}+\overline{E}_{s,NE} \qquad (7)$$

上述各式中 P——年降水量；

E_p——年雨期蒸发量；

R——年河川径流量；

P_r——地下水年降雨入渗补给量；

P_s——包气带年降雨入渗补给量；

E_s——包气带年土壤蒸发量；

$E_{s,E}$——包气带年土壤有效蒸发量；

$E_{s,NE}$——包气带土壤无效蒸发量；

*本文完成于1983年2月。

ΔS_t——包气带水年蓄变量；

ΔS_g——地下含水层年蓄变量。

字母符号上有“—”号者为多年平均。

2. 水资源划分

平原地区当地水资源来源于大气降水P，从广义来说，平原区的总降水量就是总水资源。在降雨期间，一部分降雨量以雨期蒸发返回大气，这部分水量难以利用，从这个意义上讲，又可把扣除雨期蒸发的降水量，即$P-E_g$作为广义总水资源。

地表水资源即河川径流量R，为地表径流R_s和河川基流R_g之和，即$R=R_s+R_g$；地下水资源即降水入渗补给量P_r，为潜水蒸发、河川基流和地下水蓄变量之代数和，即$P_r=E_g+R_g+\Delta S_g$。

地表水资源和地下水资源都系重力水资源。这两部分水资源之和扣除重复量基流部分，即$R_t=R-R_g+P_r$，称为流域重力水资源，亦称流域产水量。不少学者从工程观点出发，把这部分通过工程措施和提水设备进行调节和利用的水资源称为总才资源。

在重力水资源中，一部分地下水资源消耗于潜水蒸发E_g，其中供农作物蒸散发的部分$E_{g,E}$，由于未经工程措施而天然利用，故称有效潜水蒸发量或作物天然利用量；未供作物利用的潜水蒸发部分$E_{g,NE}$，称为无效潜水蒸发量。作为可供开发利用的重力水资源，应为重力水资源R_t与有效蒸发量$E_{g,E}$之差。笔者将其定义为总水资源，$W_T=R_t-E_{g,E}$。

包气带降雨入渗补给量系重力水资源，为包气带土壤蒸发E_t所消耗，其中供作物利用的部分为包气带土壤有效蒸发量$E_{t,E}$，不能供作物利用的部分为无效蒸发量$E_{t,NE}$。

重力水资源，包括地表水资源和地下水资源，可以通过蓄、引、提、抽等工程措施和提水设备来加以调节和利用。非重力水资源的利用则通过合理的调整农、林业措施来实现。

3. 分项水资源估算方法

为了对分项水资源进行定量估算，现结合安徽省水科所五道沟试验区历年水文、气象、地下水位和地中渗透仪等项观测试验资料，说明计算方法如下。

（1）降水量计算　五道沟试验区集水面积为0.8km²，降水量地区变化不大，采用试验区单站雨量资料进行统计。

（2）雨期蒸发量估算　根据降雨期实测水面蒸发资料，当水面蒸发E_0<日雨量P时，取$E_g=E_0$；当$E_0>P$时，取$E_g=P$。

（3）河川基流估算　首先根据各次洪水退水段的流量资料，确定地面径流终止点，然后根据河道水位和地下水位的对比分析，分别用直线斜割法、河北省法和洪峰时刻起涨法分割了基流量。以上三法，成果精度并没有显著差别，后两种方法，资料要求较高，一般难以满足，计算也较复杂，本次采用了直线斜割法计算成果。从资料分析来看，河川基流与河川径流之比值随埋深的增加和河川径流量的增大而减小。基流分割方法可参看文献[1]。

（4）地下水降水入渗补给量计算　一次降水的降水入渗补给量由下式计算：

$$P_{r,i}=\mu\Delta h_i \qquad (8)$$

式中　Δh_i——相应于一次降水的地下水升幅；

μ——地下水变幅带含水层的给水度。

由次降水入渗补给量累加可求得逐旬、逐月和逐年的降水入渗补给量数值。

众所周知，降雨入渗补给量的计算精度，主要取决于给水度μ值的计算精度。由于地下水位以上土壤含水量受地下水毛管持水量的影响，在地下水埋深小于毛管强烈上升高度h_p的情况下，μ'值恒小于完全给水度μ值，随埋深Z而变，埋深愈浅，μ'值愈小。有以下关系：

$$Z \geqslant h_p \qquad \mu' = \mu$$

$$Z = 0 \qquad \mu' = 0$$

$$0 < Z < h_p \qquad 0 < \mu' < \mu$$

我们根据五道沟历年各次降水和地下水动态观测资料以及一次降雨的水平衡方程$P_r = P - E_p - P_t - R_s$，采用水文试错法求得$\mu'$随$Z$而变的关系[2]。

（5）包气带降雨入渗补给量和潜水蒸发量估算　分别按式（1）和式（2-1）进行推求。

（6）有效和无效潜水蒸发量估算　年有效潜水蒸发量的大小与耕地率、作物种类、有作物和无作物潜水蒸发比值以及和潜水蒸发量的年内分配情况等因素有关。在以旬为计算时段时，第i旬有效潜水蒸发量$E_{s,s,i}$为

$$E_{s,s,i} = \frac{\eta_i E_{s,i}}{\eta_i + (1-\eta_i)/\beta} = K_{s,i} E_{s,i} \qquad (9)$$

$$K_{s,i} = \frac{\eta_i}{\eta_i + (1-\eta_i)/\beta}$$

式中　$K_{s,i}$ —— 有效潜水蒸发系数；

$E_{s,i}$ —— 第i旬潜水蒸发量；

η_i —— 第i旬农田面积占总土地面积的百分数，即$\eta_i = A_{f,i}/A$，其中$A_{f,i}$为第i旬农田面积，A为总土地面积；

β —— 农田潜水蒸发量与非农田潜水蒸发量之比值，即$\beta = E_{s,f}/E_{s,b}$。

年有效潜水蒸发量由各旬有效潜水蒸发量之和求得。

式（9）中各有关量确定如下：

1）$A_{f,i}$和η_i值的确定：根据五道沟实际种植情况和参照皖北平原有关农业计划安排，耕地率采用80%，在耕地中主要作物小麦、早玉米、高粱等各月的A_f和η值参见图1。

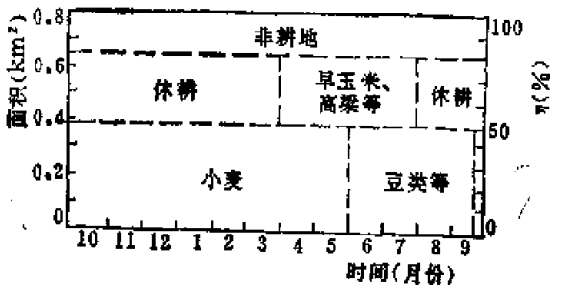


图 1　种植情况示意图

2）β值的确定：五道沟试验区有长期地中渗透仪潜水蒸发试验资料和大田地下水动态观测资料。为了把地中渗透仪试验资料和大田观测资料联系起来，同时考虑到五道沟地中渗透仪资料缺少同期有、无作物潜水蒸发的对比情况，在工作中，首先根据1966～1970年和1973～1978年大田地下水消退段实际埋深，查算出同期相应埋深的有、无作物的地中渗透仪潜水蒸发量，并将其与由动态资料求得的大田蒸发量建立双累积相关关系，参见图2。从图中一段比较长时间的稳定双累积关系来看，小麦和大豆作物，地中渗透仪与大田的潜水蒸发量之比为1.33、1.66，平均为1.5。无作物地中渗透仪与大田潜水蒸发之比值为

0.37。由此推得种植作物与不种作物潜水蒸发量之比值$\beta=1.50/0.37=4.0$。

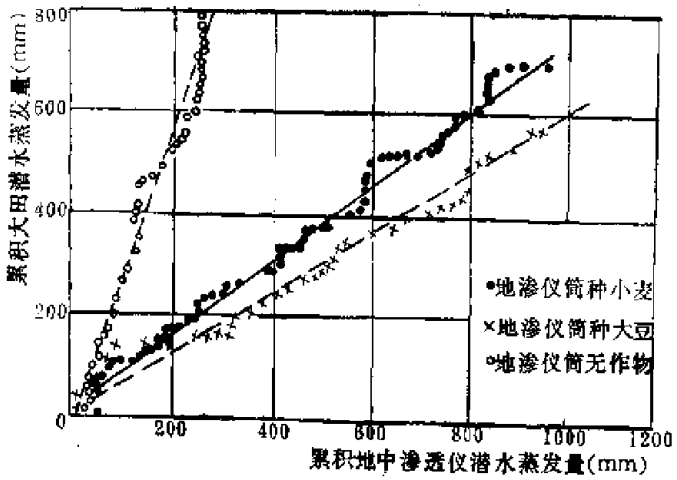


图 2 有作物、无作物地中渗透仪与大田潜水蒸发量关系图

此外，根据豫北忠义试验站种植棉花和不种作物同步期潜水蒸发对比试验资料，建立年潜水蒸发相关图（图3），对棉花，其年β为2.5～4.0。同时，随着棉花生长阶段不同，β值亦不同，在苗期（5、6月），β值较低，在开花结铃、吐絮期（7～9月），β值较高，

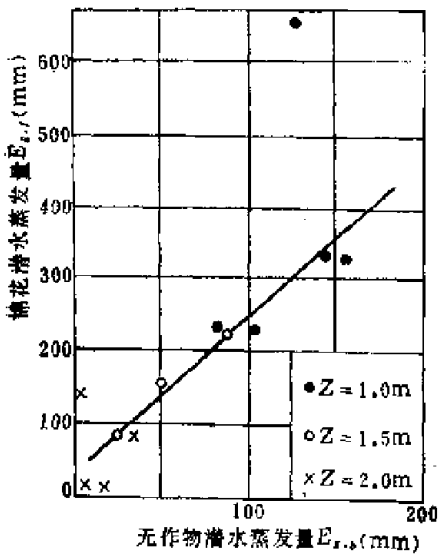


图 3 地渗仪棉花和无作物潜水蒸发关系图

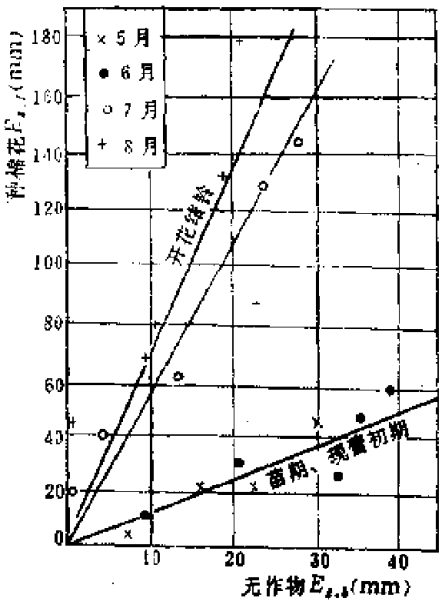


图 4 棉花不同生长期有、无作物潜水蒸发关系图

参见图4。本次估算采用五道沟分析成果，$\beta=4.0$。

为了简化有效潜水蒸发计算，我们根据1964～1981年不连续13年资料求得各年有效潜水蒸发量，无效潜水蒸发量由潜水蒸发量减有效潜水蒸发量求得。经计算，有效潜水蒸发量占潜水蒸发量82%，数量较大。

（7）包气带有效和无效蒸发量估算 限于资料条件，本次未作详细分析，仍用式(9)

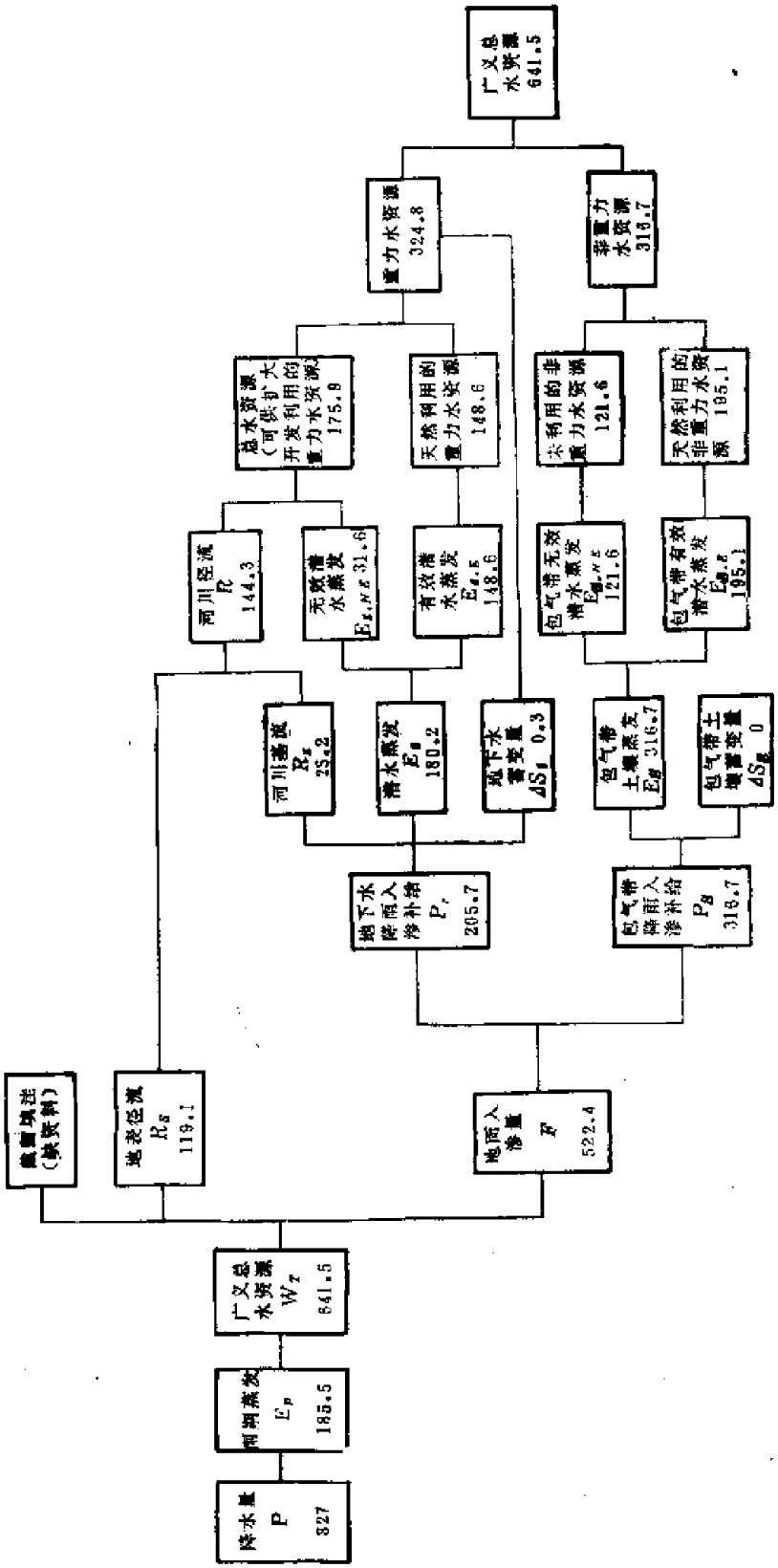


图 5 多年平均水资源分配框图（天然情况，单位：mm）

进行估算，求得五道沟有效蒸发量占包气带土壤蒸发量62%。

4.分项水资源定量估算

根据上述13年水文、气象和地下水动态资料，按上述提出的计算方法进行分项水资源估算。多年平均数据以水资源框图示如图5。

从图5水资源成果来分析，雨期蒸发量为185.5mm，占降水量827mm的22%。这一情况对认识和分析我国北方雨情、旱情有一定的意义。在降雨量中，区域总蒸发量496.9mm，占60%。在总蒸发量中，供作物天然利用的部分为343.7mm，占70%(其中天然利用有效潜水蒸发量为148.6mm，占总蒸发量的30%)，这是无灌溉条件地区作物需水的天然来源。

在地下水资源规划和管理运用中，主要关心和研究的是地下水资源部分。如上所述，在地下水资源205.7mm中，有效潜水蒸发部分148.6mm已作为作物的蒸散发量加以有效利用，因此，这部分量不应再“夺取”过来计入可供扩大开发利用的地下水资源量中。这种“夺取”作物天然利用量的结果，对灌溉农田，势必要增加额外的灌溉定额，耗用了提水动力，并不能起到增加水资源扩大灌溉效益的作用；对非灌溉农田，由于“夺取”作物利用量，势必加重农田缺水情况。

同样，在包括地表水和地下水资源在内的工程规划和管理运用中，主要关心和研究的是重力水资源部分，有的单位和学者称其为“总水资源”。同上所述，在重力水资源324.8mm中，已有148.6mm为作物天然利用，因此，作为一个地区水利规划所依据的“总水资源”似不应是重力水资源324.6mm，而应是扣除天然利用部分的重力水资源部分175.9mm。

二、地下水开采条件下水资源相互转化关系和分项水资源估算

1.水量平衡方程的建立

地下水开采情况下年水平衡方程有

$$P-E_p=R'+E'_i+E'_g+M'+\Delta S'_\delta \qquad (10\text{-}1)$$

或

$$P-E_p=R'+E'_{g,NE}+M'+E'_{i,NE}+E'_{g,E}+E'_{i,E}+\Delta S'_\delta \qquad (10\text{-}2)$$

式中M'为地下水净开采量，其余符号意义同前，符号右上角的“′”号代表地下水开采情况。

对多年平均情况，则有

$$\overline{P}-\overline{E}_p=\overline{R}'+\overline{E}'_{g,NE}+\overline{M}'+\overline{E}'_{i,NE}+\overline{E}'_{g,E}+\overline{E}'_{i,E}+\overline{\Delta S}'_\delta \qquad (11)$$

在地下水多年采补平衡的情况下，则上式中$\overline{\Delta S}'_\delta=0$。

在式(11)中的重力水资源部分，即试验区流域产水量为

$$\overline{R}_t=\overline{R}'+E'_i+M'$$

在重力水资源中，扣除作物天然利用部分$E_{g,E}$，则总水资源亦即可供扩大开发利用的重力水资源为

$$W'_T=R'+E'_{i,NE}+M' \qquad (12\text{-}1)$$

将式(9)关系代入，上式可写为

$$W'_T=R'+(1-K_\delta)E'_g+M' \qquad (12\text{-}2)$$

在上式中，当$M'=0$时

$$W_T=R+(1-K_s)E_s \tag{12-3}$$

$K_s=0$时有

$$W_T=R+E_s=R+P_r-R_s=R_t \tag{12-4}$$

$K_s=1$时为

$$W_T=R \tag{12-5}$$

由上可知，目前采用计算总水资源的公式（12-3）、（12-4）和（12-5）是式（12-2）的特殊情况，是有条件的。

在上述水平衡方程中，各分项水资源量由于受地下水开采埋深加大的影响，在数量上发生相互转化。不同开采水平条件下各分项水资源量需通过地下水调节计算来估算。

2.地下水位改变对水平衡要素的影响分析

地下水开发利用后，地下水位降低，且随着开采水平提高，水位降幅加大，由此将引起水量平衡各要素发生不同程度的变化。为了定量分析这一变化，兹就五道沟流域实测资料，分别进行以下分析。

（1）对河川径流的影响　在平原区降雨径流关系一般与雨前地下水埋深Z有关。同一降雨量P，Z大时，产生的河川径流量小，反之，则大。根据五道沟1964～1981年近40次洪水的降雨、径流和埋深资料分析，建立了$P\sim Z\sim R$关系图（图6）。当雨前埋深由Z增至Z'时，则由图求得径流深相应减少量为ΔR。

（2）对地下水降雨入渗补给量P_r的影响　地下水降雨入渗补给量P_r除与降雨量有关外，还与埋深Z有关。根据1966～1978年近80次降雨和地下水动态资料，建立了$P\sim Z\sim P_r$关系图（图7）。

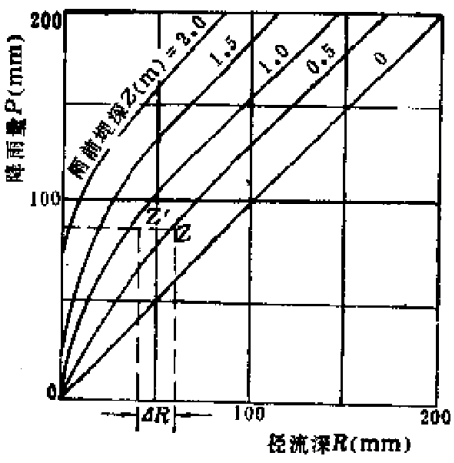


图 6　$P_r\sim Z\sim R$关系图

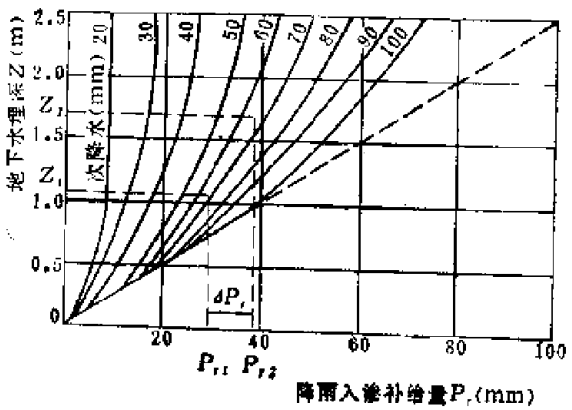


图 7　$P\sim Z\sim P_r$关系图

在开采情况下，埋深由Z_1增至Z_2时，则由图求得相应的入渗补给量由P_{r1}增至P_{r2}，增量为ΔP_r。

（3）对潜水蒸发E_s的影响　根据五道沟试验流域实际资料，分季点绘E_s与Z关系图（图8）。根据实际点据绘出平均、外包和内包三条E_s与Z关系线。在应用时，由开采前的实际E_s和Z_1，在图上找出A点，然后由A点沿关系线下滑至开采后的埋深Z_2，则相应A'点

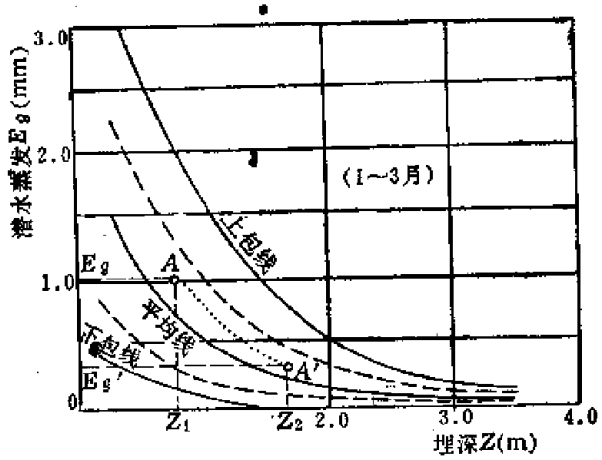


图 8 E_g～Z关系图

的E_i'即为开采后的潜水蒸发量数值，我们把这种方法称之为实际潜水蒸发量埋深改正法。

3.地下水调节计算

1）调节计算方法：调节计算采用时历法。

2）计算时段：按灌溉年（第一年10月至次年9月）逐旬计算。

3）资料系列：采用1964～1981年共13年不连续系列。

4）开采水平：拟采用三种地下水开采水平，即灌溉面积占整个农田面积的百分率为40%、60%和100%

5）地下水调节旬水量均衡方程：

$$P_i'+m-(E_i'+D_i+M)=S_i'-S_i'' \qquad (13\text{-}1)$$

或
$$\Delta S_i=P_i'-E_i'-D_i-(M-m) \qquad (13\text{-}2)$$

及
$$Z''=Z'-\Delta S_i'/\mu \qquad (13\text{-}3)$$

式中 P_i' —— 旬地下水降雨入渗补给量；

M，m —— 旬灌溉水量和地下水灌溉回归水量；

D_i —— 地下水抽排水量；

E_i' —— 旬潜水蒸发量；

S_i'、S_i'' —— 旬初、旬末地下水蓄水量；

Z'、Z'' —— 旬初、旬末地下水埋深。

在均衡方程中，P_i'、E_i'的计算已在上节作了说明，其它分项的计算说明如下：

1）灌溉用水量M计算：

①农作物组成和种植面积参见图1。

②农作物需水量采用安徽省水利厅水科所试验数据。

③灌溉用水量分以下三种情况进行计算：

播前灌溉用水量M=（要求的播前土壤含水量）－（播前土壤实际蓄水量）；

生长期灌溉水量按下式计算：

$$\left.\begin{array}{l}\text{当}U_c-(P-E_p-R'_t-P'_t)-E'_t-S'_t\geqslant 0\text{，则}M\geqslant 40\text{mm}\\ \text{当}U_c-(P-E_p-R'_t-P'_t)-E'_t-S'_t<0\text{，则}M=0\end{array}\right\}\quad(14)$$

其中，U_c为作物需水量；

在一旬内若有两种以上作物时，则灌溉用水量为

$$M=M_1\frac{A_{f1}}{A}+M_2\frac{A_{f2}}{A}+\cdots\cdots\quad(15)$$

式中符号意义同式（9）。

2）地下水排水量计算：

①防渍地下水埋深控制。当地下水埋深过浅，土壤中水多气少，导致土壤状况恶化，造成作物受渍。根据一些试验和调查资料，在调节计算中拟采用的防渍地下水埋深如表1。

表1 作物防渍要求地下水埋深表

月　份	10月至11月中旬	11月下旬至2月上旬	2月中旬至5月	6月至9月中旬
控制地下水埋深(m)	0.5	0.6	1.5	0.3
主要控制作物	小　麦	小　麦	小　麦	玉米、高粱、豆类

②排水量计算。在调节计算中，当出现地下水埋深小于表列数值时，则需进行排水，使排水后的地下水埋深达到防渍要求，其排水量用下式推求：

$$D_t=P'_t+m-E'_t-M-\mu(Z''-Z')\quad(16)$$

当Z''大于表1数值时，$D_t=0$；当Z''小于表1数值时，则以表列数值作控制，将其值代入式（16），并计算D_t值。

地下水调节计算用列表法进行。

4.开采情况下水资源分项估算

1）通过地下水调节计算，可求得不同开采水平条件下的水资源分项估算成果。

2）开采前后分项水资源比较情况见表2。表列数字表明，与开采前相比，开采后河川径流、地表径流和基流量均有所减少，而地下水降雨入渗补给量和包气带降雨入渗补给量均有所增加，地下水开采愈多，这种减少或增加也愈显著。流域产水量开采后虽有减少，但幅度不大，而且对不同开采水平，流域产水量相差不大，数值比较稳定。

3）地下水开采量分析，由式（7）和（11）可以求得

$$\overline{M'}=\overline{R}-\overline{R'}+\overline{E}_t-\overline{E}'_t+\overline{E}_r-\overline{E}'_r+\overline{\Delta S'_t}\quad(17\text{-}1)$$

或

$$\overline{M'}=\overline{\Delta R}+\overline{\Delta E}_t+\overline{\Delta E}_r+\overline{\Delta S'_t}\quad(17\text{-}2)$$

对不同开采水平，式中各项数值列入表3。

根据表2计算成果绘制开采前后水资源分配图（图9）。由图9可看出地下水开采量与其它量增加或减少的关系。同时也可看出，在开采水平小于等于60%时，地下水可以采补平衡，不出现超采情况。这时从河川径流和潜水蒸发中“夺取”的量中的一部分用以增加包气带蒸发，一部分用于地下水开采。在开采水平为100%时，从河川径流和潜水蒸发中“夺

表 2 开采前后多年平均分项水资源统计表 单位：mm

项目			地下水未开采	地下水不同开采水平			开采前后数值差（未开采项减开采项）		
				40%	60%	100%	40%	60%	100%
年降水量P			804.9	804.9	804.9	804.9			
雨期蒸发E_p			184.5	184.5	184.5	184.5			
包气带降水入渗补给量P_r			311.7	325.4	325.3	322.4	−13.7	−13.6	−10.7
河川径流R	河川径流R		156.8	136.6	101.8	52.6	20.2	55.0	104.2
	在河川径流中	地表径流R_s	127.2	76.2	62.4	42.9	51.0	64.8	84.3
		基流R_g	29.6	0.4	0.4	0.4	29.2	29.2	29.2
		地下水人工排泄D_g	0	60.0	39.0	9.3	−60.0	−39.0	−9.3
地下水降雨入渗补给量P_r	P_r		181.5	213.8	232.7	255.1	−37.2	−51.2	−73.6
	在P_r中	潜水蒸发E_g	155.3	70.8	49.2	9.1	−39.7	111.3	151.4
		基流R_g	29.6	0.4	0.4	0.4	29.2	29.2	29.2
		地下水开采量M	0	91.0	147.5	279.0	−91	−147.5	−279.0
		地下水人工排泄D_g	0	60.0	39.0	9.3	−60.0	−39.0	−9.3
		地下水蓄变量Δt_g	−3.4	−3.4	−3.4	−42.7	0	0	−39.3
流域产水量R_t			308.7	295.0	295.1	298.0	13.7	13.6	10.7

注 河川径流R包括地下水排泄量在内，多年平均系13年系列平均值。

表 3 不同开采水平地下水开采量分析表 单位：mm

开采水平	地下水净开采量$\overline{M'}$	$\overline{\Delta R'}$	$\overline{\Delta E'_g}$	$\overline{\Delta E'_r}$	$\overline{\Delta S'_g}$	注
40%	91	20.2	84.5	−13.7	0	$\overline{\Delta S'_g}>0$代表超采情况
60%	147.5	55.0	106.1	−13.6	0	
100%	279.0	104.2	146.2	−10.7	39.3	

取”的量还不能满足增加包气带蒸发和地下水开采的要求，因而出现地下水超采情况。

按表列数值估计，在开采水平低于35%时，$\Delta R\approx 0$，即开采地下水对河川径流影响不大。开采水平高于35%时，地下水开采将“夺取”一部分河川径流，开采水平越高，“夺取”河川径流越多，其结果势必要影响下游已有河流灌区灌溉效益的发挥。

再有，在开采量M中，约有45%～80%系“夺取”有效潜水蒸发量，参见表4。如前所述，这部分量原就为作物生长所利用，因此对有灌溉的农田，“夺取”这部分量只能改变作物天然均匀分散的供水方式为人工集中的供水方式，这对浇好作物关键水，因而对农业增产可能有一定的作用，但这也只是属于管好用好水资源的问题，不是开辟新的水资源。对无灌

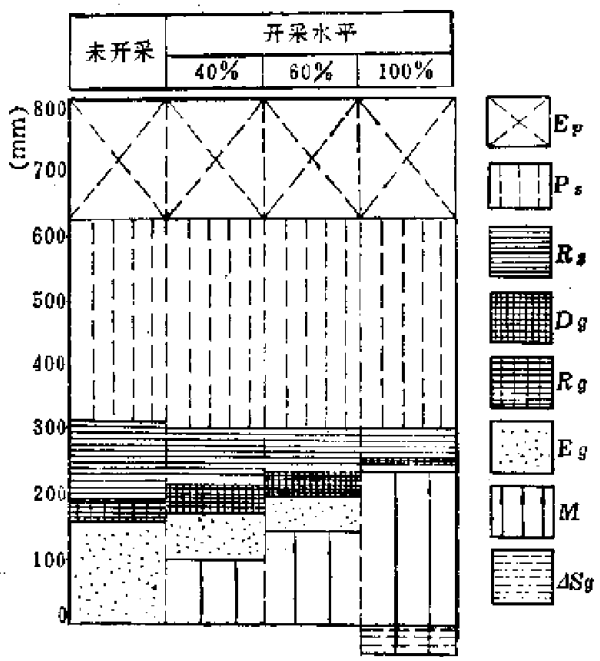


图 9 开采前后分项水资源变化图

表 4 不同开采水平地下水开采“夺取”有效潜水蒸发量表 单位：mm

开采水平	净开采量 M'	在开采量M'中			$\Delta E_{s,g}/M'$
		夺取有效潜水蒸发$\Delta E_{s,g}$	在$\Delta E_{s,g}$中		
			灌溉农田	非灌溉农田	
40%	91.0	73.8	29.4	44.2	80%
60%	147.5	91.4	54.8	36.6	62%
100%	279.0	124.5	124.5	0	45%

溉农田，“夺取”其有效潜水蒸发，只能降低农田的抗旱能力。

4）开采前后分项水资源统计特性的变化。开采前后和不同开采水平下分项水资源统计特征值列如表 5，其频率曲线示如图10。

从这些图、表资料，我们还可以做以下两方面的分析。一方面由于地下水开采，相当部分的河川径流量转化为地下水降雨入渗补给，换言之亦即河道蓄水工程的入流量减少，地下水蓄水层入流量增加。从安徽省淮北平原来看，天然蓄水沟塘包括大沟一级，每平方公里约为 2 万m^3，河道蓄水能力全区约为8.7亿m^3，在闸化条件下，有效库容约为5.8亿m^3，折合每平方公里1.6万m^3。而根据调节计算，在地下水开采水平为40%、60%不超采情况下，地下水调节库容折合每平方公里为14.0～24.0万m^3。显然通过地下水开采利用，促使地表水向地下水转化，在地下水库的调节下，水资源可以得到比较充分的利用。再从另一方面来

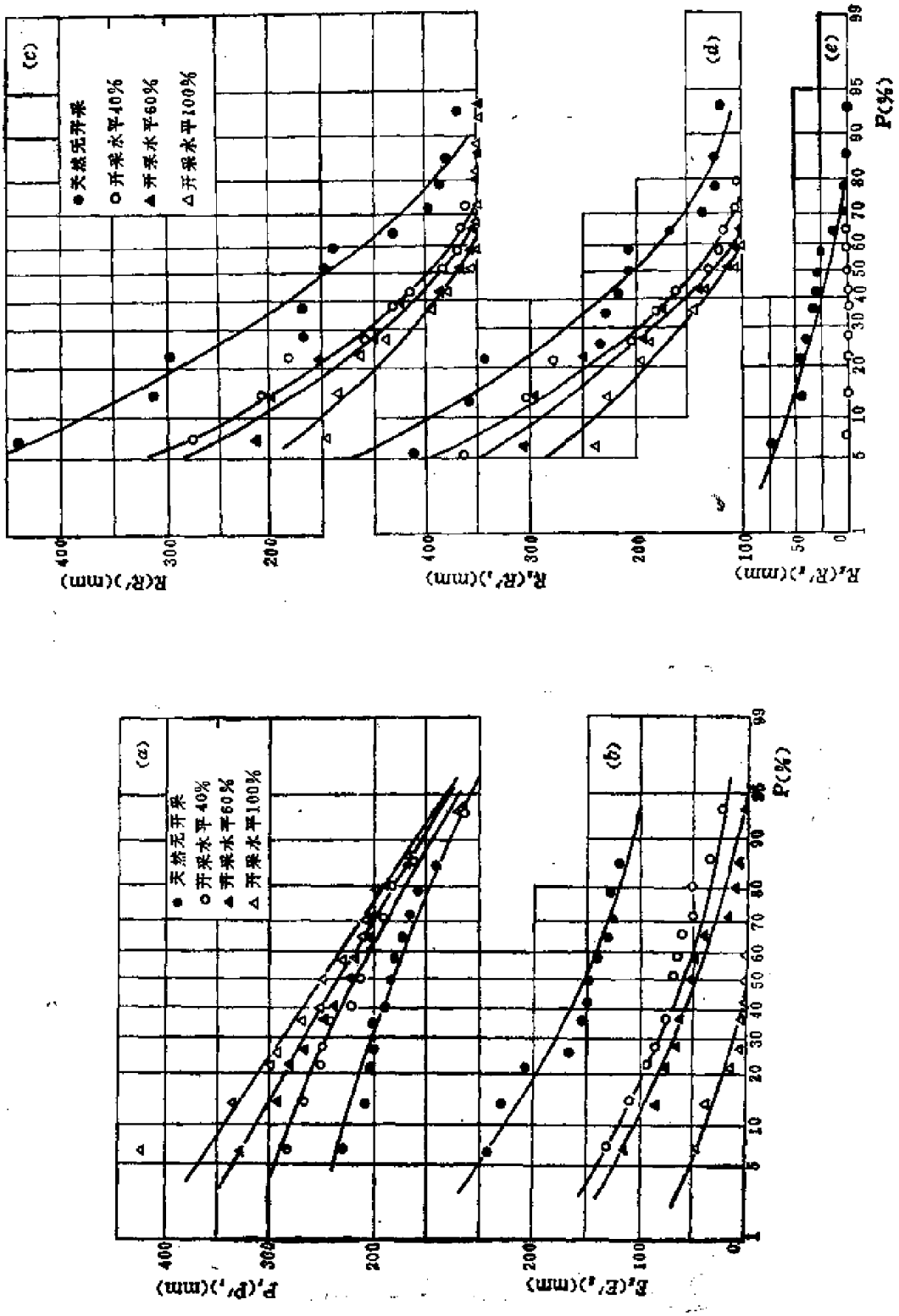


图 10 开采前后分项水资源频率曲线变化图

表 5 地下水开采前后分项水资源统计参数表

统计参数	河川径流 R				地表径流 R_s				河川基流 R_g				地下水降雨入渗补给 P_r				潜水蒸发 E_g		
	开采前	开采水平			开采前	开采水平			开采前	开采水平			开采前	开采水平			开采前	开采水平	
		40%	60%	100%		40%	60%	100%		40%	60%	100%		40%	60%	100%		40%	60%
均值$\overline{X}$ (mm)	160	78	60	37	130	78	60	37	29	0	0	0	81	212.6	236.0	255.0	162	70	49
变差系数C_v	1.0	1.5	1.8	2.3	1.0	1.5	1.8	2.3	0.9	0	0	0	0.24	0.25	0.27	0.29	0.32	0.55	0.85
偏差系数C_s													−0.20	−0.50	−0.40	0			
C_s/C_v	2.0	1.5	1.0	1.0	2.0	1.5	1.0	1.0	2.0	0	0	0					4.0	2.0	1.5

注 1.统计参数系适线法成果；

2.表中河川径流R未包括地下水排泄项在内；

3.开采后，在R、R_s、R_g系列中出现零值项，适线均值与算术均值差别较大，零项愈多，差别愈大。

看，由于地下水开采，河川径流转化为地下水的部分主要是河川径流中的基流部分和洪水过程中的中低水流量部分，因而在地下水开采后河川径流的C_v值高达1.5～2.3，年内、年际变化都很大，这将影响下游原有地面蓄水工程，尤其是无坝引水灌溉工程效益的发挥。

三、结 束 语

地表水、地下水和土壤水等都来源于大气降水，是广义总水资源的有机组成部分。因此，在进行某分项水资源的研究时，应采取从整体到局部的研究方法，着重分析各项水资源在一定条件下的相互影响和数量上的相互转化。在进行水资源量的估算时，要注意把一个地区所具有的水资源量和由于水资源划分而产生的水资源重复量，以及由于一水多用而产生的水资源重复利用量，从概念上加以区分。同时，在重力水资源（流域产水量）中，要把作物可天然利用的部分和可供扩大开发利用的部分加以区分，这样才能对一个地区的水资源作出客观的评价，为水资源规划和管理提供比较确切的水资源数据。

地下水动态变化对降雨径流关系、降雨与地下水入渗关系，以及对潜水蒸发的影响分析，是研究水资源相互转化的基础。在进行这些关系分析时，要扩大地下水埋深的变化范围，注意收集开采水平较高地区的开采量资料以及降雨、径流和地下水动态资料。同时在分析和应用中要注意人工开采地下水动态和自然地下水动态对上述关系的不同影响。

给水度μ是地下水资源评价的一个重要参数，μ的计算精度直接决定了地下水降雨入渗补给量P_r和潜水蒸发E_g的计算精度。现行确定μ的方法，未考虑地下水埋深小于强烈毛管上升高度区的μ值随埋深减小而减小的情况，致使在地下水埋深较浅地区的P_r和E_g的计算成果偏大。在实际工作中用μ为变量计算E_g时，出现埋深浅的E_g小于埋深深的E_g的不合理现象，这些问题还需作进一步研究。

参 考 文 献

[1] 宋德敦、汪静萍，平原地区地下径流计算方法的探讨，平原地区水资源研究，学林出版社，1985。

[2] 张世法、戴星、曹万金，对水位变幅带岩土给水度的研讨，平原地区水资源研究，学林出版社，1985。

[3] 杨褚英，平原地区地下水开采条件下的河川径流量及总水资源的估算，平原地区水资源研究，学林出版社，1985。

黄淮海平原地区“三水”转化流域水文模型*

山东省邓集试验场
南京水文水资源研究所第二室**

本文根据黄淮海东部平原地区地下水埋深比较浅，地表水、土壤水、地下水三者之间有密切联系的特点，指出将地面水地下水分开进行评价以及目前广泛应用的经验性相关法展延系列存在的问题，提供以统一考虑三水转化关系为基础的水文模型，作为解决上述问题的具体方法。

本文提出的平原地区三水转化模型，用日降水量和日水面蒸发量为输入，次产流量和逐日地下水位过程为输出，以二个小流域的实测资料进行了验证，拟合情况良好。模型还可以满足平原地区不同开发利用情况下水资源计算的需要。

一、平原地区水文水资源特点及现行计算中存在的一些问题

黄淮海平原地区地下水位比较浅，降雨满足了包气带的缺水量之后，一部分水补给河川径流，有相当大部分补给地下水库。任何一场较大的降雨，都会发生相应的地下水位上升。雨过之后，特别是在比较干旱的季节，潜水蒸发又是土壤和植物获得水分的重要来源。因此不论在湿润或干旱的气象条件，平原地区地表水、土壤水和地下水的垂直交换在水文循环过程中都起着重要的作用。在对平原水资源分析过程中已经发现，由于开采地下水而造成地表产流量、地下补给量、潜水蒸发量、包气带蓄水量以及地下径流量都发生变化。这就是说，平原地区水资源及其分配是与其开发利用程度密切有关的。根据以上分析，平原地区水资源评价必须地表水和地下水统一进行，而且在预测将来的水资源时必须和开发利用计算结合在一起。

目前在黄淮海水资源计算中，存在着各类不同性质的问题，下面列举三类主要问题：

第一类是资料代表性问题。迄今为止，很少能找到一个流域的地面水和地下水具有配套的、同步的、较长的资料系列。另外本地区缺水，水资源的供需矛盾很大，因此无论是地表水还是地下水，用水量较大，实测地表水和地下水资料与未开采利用以前相比，出入很大。正由于在本地区人类活动对水文影响非常突出，天然流域状态包括流域界线经常发生变动，致使具有配套的资料在地区上分布既少又不均匀。这个问题，只能靠建立一个地表水和地下水

*本文于1985年12月完成。

**参加本项工作的有本所张海清、杨蒂英，邓集试验场侯金章、姚树礼、李忠义等。

统一的代表流域和实验流域站网●来解决。

第二类是在水资源计算中参数的确定和应用问题。有的参数如给水度，不管是室内还是野外抽水实验，总是在某种条件之下（如某种埋深、湿度、地下水降速、实验方法等）进行的，因此即使某一次实验精度很高，得出参数值仍不能说是绝对正确的。参数分析和应用中的另一个重要问题，是在某一点上的实验数据（包括实验小区、蒸渗仪或野外单项实验）如何应用到流域上，也即是空间外延问题。目前在计算中给水度等参数的取值正确与否无法进行比较，解决办法之一是引用流域实测资料对这些参数进行验证并修正。

第三类问题是在分析平原水文过程这个复杂系统时，为了建立各项因素的定量关系，普遍应用经验相关法，如次和年的降雨、埋深和补给量关系，有时还加上前期影响雨量。由于受空间坐标的限制，计算中能选择的影响因素少，致使相关关系不好，此外，经验性相关法原则上是不好外延的（时间和空间）。因此利用这种关系不能预测将来在进一步开发利用情况下的水资源量，也不能在地区上移用，以解决缺乏资料地区的水资源计算问题。

二、平原地区三水转化流域模型

为了克服现行方法中的问题，本文提出一个以水循环各要素的水量平衡为基础的地表水、土壤水、地下水统一的三水转化流域水文模型。模型利用计算机技术，只要根据流域自然特性确定了模型参数，用最普通的气象资料（逐日降水量和水面蒸发量）作为输入（有抽水时输入逐日抽水量），就可以通过演算，输出流域逐日地下水过程和次河川径流量，同时可得到其他各项水均衡要素，如逐日陆面蒸发量、降雨入渗补给量、潜水蒸发量等。模型用实测地下水过程和次地表径流量进行模拟和检验，以确定参数并保证其计算精度。

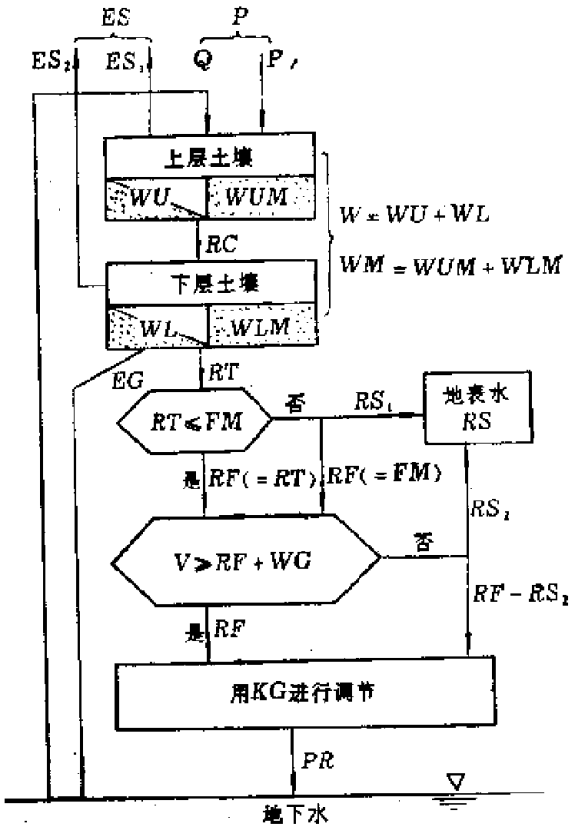


图 1 模型结构图

1.模型的结构

模型的结构●如图1，将包气带土壤计算层（影响层）分为上下两层，上层包括植物截流和地表填洼的影响等，假定上层土壤蒸发量ES_1等于蒸发能力，下层土壤蒸发量ES_2与该层的蓄水量WL成正比。两层各有土壤张力水的蓄水（容量田间持水量）WUM、WLM作为各自土壤蓄水量WU、WL的上限。土壤吸水过程和蒸发过程都自上层

●张海普，关于平原地区水文站网布设的几个问题，江苏水利科学技术专刊，1984.2。

●张海普、杨裕英，汉普年降雨径流的一种方法，水利电力部南京水文研究所研究报告第三集，1982.12。

至下层顺序进行。上层土壤蓄水到达其容量并满足土壤蒸发后，剩余的水量RC补充到下层，同样下层的剩余水量RT称为总产水量。根据包气带的入渗能力FM、重力水蓄水能力V以及前期包气带剩余重力水蓄水量WG等条件，将RT分配成地表径流RS和可入渗补给量RF两部分。RF经过包气带调节后，形成入渗补给地下水量PR。潜水蒸发EG由地下水库进入包气带，补充第二层土壤，再参加到土壤蒸发中去。因此，模型中的土壤蒸发即是陆面蒸发。抽水是为了灌溉，因此抽水结果除了降低了地下水位，又看成降雨量的一部分参加计算。

因模型所依据的实测资料来自季节性河流，没有枯水径流，因此没有考虑地下水出流的计算。如果有枯水径流，再加一个地下水库的线性出流即可。

下面简述各水文要素的计算方法。

（1）降水量P' 大气降雨是平原地区水资源量的主要来源。用算术平均法或泰森法计算逐日平均降水量。

（2）地下水开采量Q 地下水的抽水加到降雨量中去，所以修改流域逐日降水量$P=P'+Q$。

（3）最大可能蒸发量EM 最大可能蒸发量是计算土壤蒸发和潜水蒸发的依据。在作物生长期间，除了土壤表面蒸发外，还有作物叶部的大量蒸腾，因此，作物生长期的蒸发能力用大于1的系数C_0乘于水面蒸发量E_0：

$$EM=C_0\cdot E_0 \qquad (1)$$

式中，作物生长期$C_0>1$，非生长期$C_0=1$。

（4）陆面蒸发量ES 陆面蒸发量由上下两层土壤蒸发量ES_1、ES_2相加求得。蒸发自上层向下层顺序进行。因上层土层很薄，与空气直接接触，加上植物截留及洼地积水的蒸发，故设上层土壤蒸发量等于蒸发能力。下层蒸发量与蓄水量成正比，限制条件是陆面蒸发量不能超过蒸发能力：

$$\left.\begin{array}{ll}\text{当}P+WU\geqslant EM\text{时} & ES_1=EM,\ ES_2=0\\ \text{当}P+WU<EM\text{时} & ES_1=P+WU,\ ES_2=(EM-ES_1)\cdot WL/WLM\end{array}\right\} \qquad (2)$$

（5）潜水蒸发量EG 模型不把潜水蒸发量计入陆面蒸发量，而视为下层土壤水分的收入项。在非饱和带内，土水势梯度是潜水蒸发的原动力[2,4]，因而潜水蒸发量的大小不仅决定于贴地层的气象条件（地表空气对蒸发水汽的交换能力，用EM表示），而且也与表层土壤蓄水量和地下水埋深有关。潜水蒸发公式要满足两个边界条件：①当上层土壤的蒸发量为零时，表土蓄水量也为零，潜水蒸发量决定于气象条件和地下水埋深；②当上层土壤蒸发量达到蒸发能力时，蓄水量达到上限，包气带土水势为零，潜水蒸发量受到抑制也等于零。指数取1，并使之符合上述条件，则阿维里扬诺夫潜水蒸发公式可改为：

$$EG=(EM-ES_1)\cdot(1-D/D_0) \qquad (3)$$

式中，D、D_0为地下水埋深和极限埋深，m。

（6）土壤蓄水量W 整个土壤计算层的蓄水量W等于上、下层土壤蓄水量WU与WL之和，蓄水容量WM等于上、下层蓄水容量WUM与WLM之和。用下标i和$i+1$表示一日中时段初、末时刻的量，下面方法可推求出逐日上、下层土壤蓄水量变化。

1）上层土壤蓄水量的计算：当$P+WU_t>ES_1$时，上层土壤蓄水量提供蒸发后仍有余量，若余量大于或等于上层土壤蓄水容量，时段末蓄水量达到蓄水容量；若未蓄满，时段末蓄水量按水量平衡方程式计算，即

$$\left.\begin{aligned} WU_{t+1}&=WUM \quad (P+WU_t-ES_1\geqslant WUM)\\ WU_{t+1}&=P+WU_t-ES_1 \quad (P+WU_t-ES_1<WUM)\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

当$P+WU_t\leqslant ES_1$时，土壤蓄水量全部消耗于蒸发，$WU_{t+1}=0$。

2）下层土壤蓄水量的计算：满足上层土壤蓄水和蒸发后，剩余的水量RC当作补充下层的水量，同理可得

$$\left.\begin{aligned} WL_{t+1}&=WLM \quad (RC+EG+WL_t-ES_2\geqslant WLM)\\ WL_{t+1}&=RC+WL_t-ES_2+EG \quad (RC+EG+WL_t-ES_2<WLM)\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

式中当$RC>0$时，实际上上层已达到饱和，$ES_2=0$，$EG=0$。

（7）上层剩余水量RC和总产水量RT　上层剩余水量RC是降水量扣除上层土壤蒸发及满足土壤蓄水后的余水量，则

$$RC=P+WU_t-ES_1-WUM \tag{6}$$

计算流域总产水量RT分全流域产流和局部产流两种情况进行[8]。设流域蓄水容量的分配为$f/F=1-(1-WM/WMM)^b$，分配曲线的蓄水量为A：

$$A=WMM[1-(1-W/WM)^{1/(b+1)}] \tag{7}$$

式中　WMM —— 流域最大蓄水容量，$WMM=(b+1)WM$；

b —— 蓄水曲线的形状系数；

F、f —— 流域面积和部分面积。

若$P+A-ES>WMM$，土壤计算层的总水量已经大于流域蓄水能力，发生全流域产流，根据流域水量平衡方程式，得

$$RT=P+W-ES-WM \tag{8}$$

若$P+A-ES\leqslant WMM$，不发生全流域产流。由于土壤蓄水量在流域上分布的不均匀，形成局部地区产流，这种现象用流域蓄水曲线描述，可推算得

$$RT=P+W-ES-WM+WM[1-(P-ES+A)/WMM]^{1+b} \tag{9}$$

发生局部产流时，为了保持水量平衡，须对已计算的土壤蓄水量进行修正，即减去局部产流量RT。

在产流条件下，$EG=0$，故水量平衡方程式中设有EG项。

（8）地表径流量RS和可入渗补给量RF　总产水量进一步被分为地表径流量RS和可入渗补给量RF。在分配上分两步进行。

1）设置一个包气带每日最大入渗补给量FM（或称日入渗能力），满足此部分入渗容量后，余量才转成地表水。根据先补给地下，后补给地表的次序，得

$$\left.\begin{aligned} &\text{当}RT>FM\text{时} \quad RF=FM,\ RS_1=RT-FM\\ &\text{当}RT\leqslant FM\text{时} \quad RF=RT,\ RS_1=0\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

式中，RS_1为第一次分出的地表水量。

2）设时段初地下水埋深以上非饱和带重力水蓄水库容为V，得

$$V=1000\mu D \tag{11}$$

式中 μ——给水度；

D——地下水起涨埋深，m。

又设前期滞留在包气带中的重力水量为WG_t，若$RF+WG_t>V$，地下水溢出地面，形成第二次地表径流量RS_2：

$$\left.\begin{aligned} RS_2 &= RF+WG_t-V \\ RF' &= RF-RS_2 \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

式中，RF'为第二次分配后的RF。

经第二次分配后，$RF=RF'$，$RS=RS_1+RS_2$

若$RF+WG_t<V$，RF、RS为第一次分配值。

（9）日降雨入渗补给量PR 考虑到降雨入渗补给量在包气带运动过程中受到调节作用，其蓄泄关系用线性水库形式来模拟：

$$PR=(WG_t+RF)\cdot KG \tag{13}$$

式中，KG为包气带入渗水量的泄流系数，$KG<1$。

同时可求得本时段末留在包气带中的重力蓄水量WG_{t+1}：

$$WG_{t+1}=(WG_t+RF)(1-KG) \tag{14}$$

（10）逐日地下水埋深D 地下水埋深变化受下面三个因素影响：

1）地下水的开采增加了地下水埋深ΔD_1（ΔD以米计）：

$$\Delta D_1=(1-a)Q/(1000\mu)$$

式中，a为地下水侧向补给和灌溉回归影响的综合系数，$a<1$。

采用系数a的原因：①抽水降低本流域地下水位，造成外流域无抽水地区向本流域侧向补给，使本流域的地下水得到部分补偿；②把抽水量Q当作降水量的一部分均匀分配在全流域上，计算结果一般只增加了上层土壤蓄水量，不能产流，实际上受灌溉的田面产生回归水，即部分产流。因此侧向补给和井灌回归结果，地下水实际损失量小于抽水量，所以$a<1$。

2）潜水蒸发增加了地下水埋深ΔD_2：$\Delta D_2=EG/(1000\mu)$。

3）降雨入渗补给减少了地下水埋深ΔD_3：$\Delta D_3=PR/(1000\mu)$。

最后得

$$D_{t+1}=D_t+\frac{[(1-a)Q+EG-PR]}{1000\mu} \tag{15}$$

只要给出一个初始地下水埋深，就可推算出逐日地下水位过程。

2.参数的确定和灵敏度分析

模型共有9个参数需要确定：水面蒸发修正系数C_0，上、下层土壤张力水蓄水容量WUM和WLM，给水度μ，日最大可能入渗水量FM，包气带对可入渗水量的泄流系数KG，潜水蒸发极限埋深D_0，地下水侧向补给和灌溉回归影响系数a，蓄水曲线的形状系数b。

这些参数中，b可直接采用经验数据（平原地区0.1～0.2）。D_0已有较多研究，一般3～4m，可模拟稳定下降的枯水期地下水过程确定。a可选择抽水期枯水地下水过程模拟确定。KG不能改变入渗总量，但它对地下水过程的峰形起决定作用，可用计算机来调试。FM决定了地表水量，可用实测地表水量来确定。上述参数比较稳定，容易确定，模型主要取决于C_0、μ、WUM和WLM这4个参数。下面说明如何调试这4个参数。

（1）*改正系数C_0的分析*　C_0的变化影响到地下水过程中的植物生长期（包括部分枯期和部分汛期）。如图2所示，C_0调大，整段过程线下移；C_0调小，过程线上移。因此可调整C_0来控制总入渗补给量。

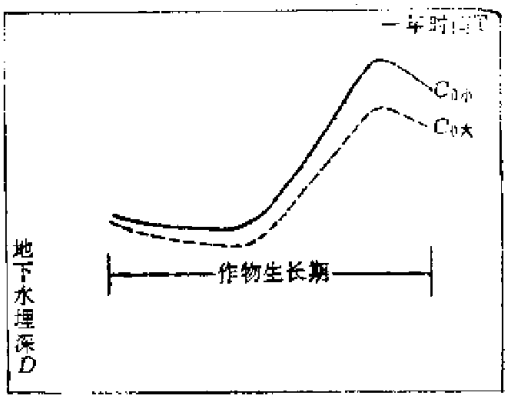


图 2　C_0对地下水过程线的影响

（2）*给水度μ的分析*　μ的变化影响到整个地下水过程。μ调大，枯期地下水位降落少，汛期地下水位上升也少，使整个地下水位变化缓慢；μ调小，枯期水位降落多，汛期上升幅度也大，地下水过程变陡。对地下水位的影响汛期和枯期正好相反，如图3所示。μ的调整能影响地下水位变幅，但不能影响降雨入渗补给量和潜水蒸发量的大小。

（3）*土壤蓄水量WM的分析*　WM的取值只影响到降雨入渗补给量的大小，所以在模拟地下水过程中，主要影响到汛期段。如图4说明，WM越大，降雨入渗补给量越小，汛期地下水位上涨幅度也小。

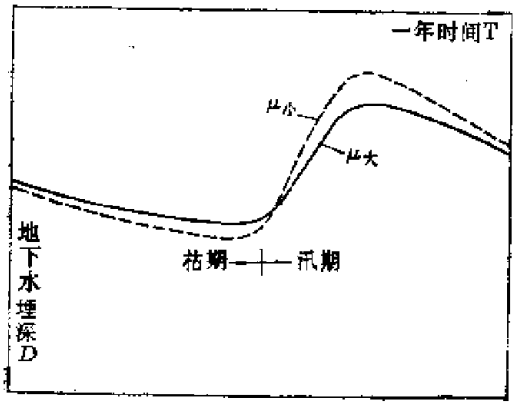


图 3　μ对地下水过程线的影响

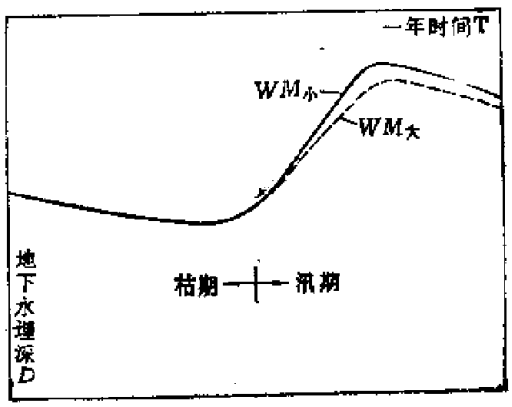


图 4　WM对地下水过程线的影响

从上述分析可以看出，4个参数（WUM和WLM拼合为WM）影响地下水过程的不同时段，因此在模拟过程中不能互补，具有一定独立性。

3.模型在两个实验流域的检验结果

（1）*两个实验流域的基本情况*　周寨试验站（江苏省徐州地区）和邓集试验场（山东省荷泽地区）是平原地区三水转化专题研究的专用站，集水面积分别为34.1km²和7.3km²。

实验区均属于黄泛冲积平原，表层松散的亚沙土覆盖为主，夹有部分沙土或亚粘土，为多层次结构。多年平均年降水量700mm左右，水面蒸发量1000mm左右，潜水埋深2～5m。区内设有降雨、蒸发、流量、土壤含水量、地下水观测井等比较齐全的观测项目，有2～3年资料。

（2）模拟和检验的方法　用两年实测逐日地下水过程线及次地表径流量率定模型参数，并用另外两年资料进行检验计算。地下水逐日过程拟合好坏程度的标准用效率F'来表示：

$$F'=\frac{100(F_0-F_1)}{F_0}\ (\%)$$

式中　F_0——初始方差和；

F_1——计算和实测方差和。

F_0和F_1的计算如下：

$$F_0=\Sigma(D_i-\overline{D}_i)^2$$

$$F_1=\Sigma(D_i-D_j)^2$$

式中　D_i——实测逐日地下水埋深，m；

$\overline{D}_i$——D_i的平均值；

D_j——计算的逐日地下水埋深，m。

拟合好坏程度还用计算的和实测的年平均地下水埋深进行比较。

表1　模型参数表

站名	WUM (mm)	WLM (mm)	μ_1	μ_2	C_0	D_0 (m)	b	KG	α	FM (mm)	附注
周寨	30	140	0.080	0.040	1.32	3.4	0.2	0.4		24	$D<2.4$时$\mu=\mu_1$
邓集	30	140	0.085	0.050	1.30	3.6	0.2	0.4	0.5	25	$D\geqslant2.4$时$\mu=\mu_2$

表2　模拟和检验成果表

站名	年份	实测$\overline{D}$ (m)	计算$\overline{D}$ (m)	实测RS (mm)	计算RS (mm)	F' (%)	附注
周寨	1984	2.52	2.58	26.2	28.7	99.5	模拟
邓集	1984	3.26	3.24	0	0	97.2	模拟
邓集	1982	3.69	3.71	60.0	56.5	100	检验
邓集	1983	3.62	3.62	0	0	0	检验

（3）率定的参数和检验的结果　选用了周寨站和邓集站1984年实测资料模拟计算，作为确定模型参数的依据，选用邓集站1982～1983年实测资料进行检验计算。率定的参数见表1，检验的成果见表2图5。表1中两个站的参数变化甚微，说明其稳定性。表2及图5中计算值及过程线与实测的拟合良好，计算精度较高。

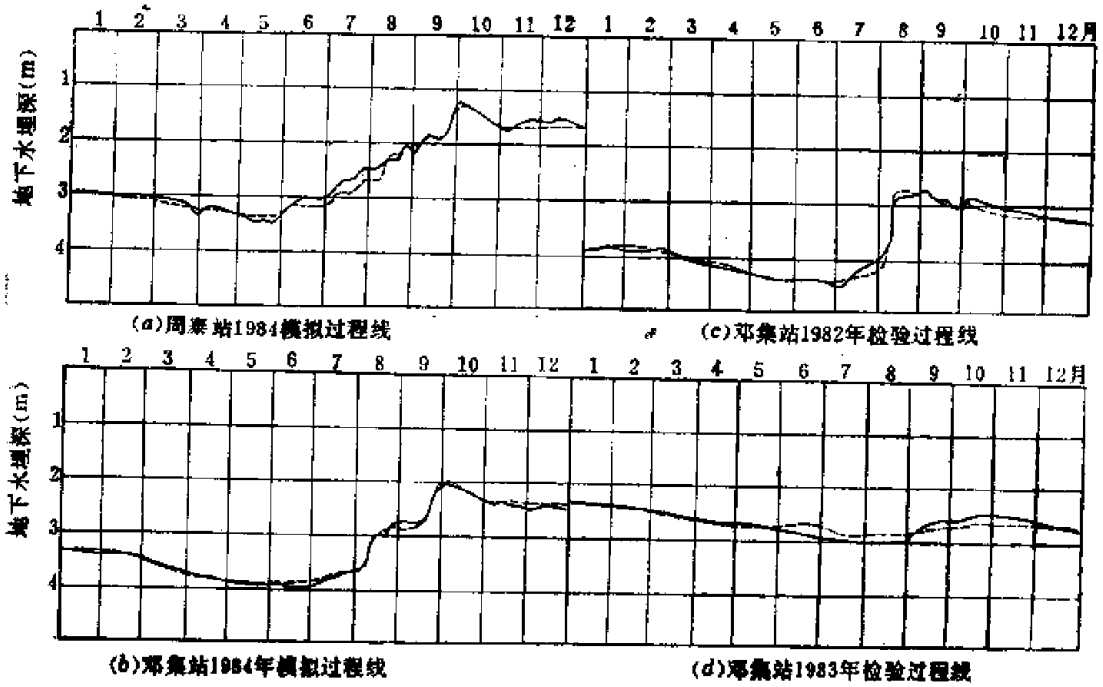


图 5　地下水计算过程线与实测过程线比较图

虚线—计算过程线，实线—实测过程线

参 考 文 献

[1] Report Prepared by the International Commission on Groundwater, Surface Water and Groundwater Interaction, A Contribution to the International Hydrological Programme, 1980.

[2] P.J.M de Leat,Model for Unsatuated Flow Above a Shallow Water, —table, Applied to a Regional Sub—Surface Flow Problem, Agricultural Research Reports,1979.

[3] 华东水利学院，中国湿润地区洪水预报方法，水利电力出版社，1978。

[4] 李宝庆，在降雨补给地下水过程中土壤水势的变化，水文地质工程地质学报，1985年第二期。

推求岩土给水度的水文学方法*

张世法 汪静萍

岩土的给水度μ是反映土壤的释水性能和蓄水性能的一项重要指标，是正确估算地下水潜水蒸发量和降雨入渗补给量的一项重要参数。岩土给水度以往多通过稳定流和非稳定流抽水试验以及室内和野外筒测试验等方法加以确定。近数年来，随着地下水资源评价工作的开展和地下水动态观测资料的积累，各种建立在水文气象和地下水动态资料基础上的计算给水度μ的水文学方法有所发展。由于这些方法所要求的资料条件及所提供成果的内容、精度等不尽一致，为了更好地了解和运用这些方法，本文结合实际资料分析，指出这些方法的适用条件和存在问题，并在此基础上指出改进给水度计算的蓄水容积法，供参考和使用。

一、给水度和补水度

给水度是指地下水下降单位深度土壤孔隙所能排出的水量，而补水度(即自由空隙率)是指地下水上升单位深度土壤所能储存的水量。根据文献[1]的研究，在无蒸发、入渗情况下，给水度是土壤的饱和含水率与土壤脱湿水分特征曲线的差值，补水度是土壤饱和含水率与土壤吸湿水分特征曲线之差值，两者概念不同，由于同一高程的吸湿水分特征曲线的含水率低于脱湿水分特征曲线的含水率，所以补水度一般大于给水度，参见图1。

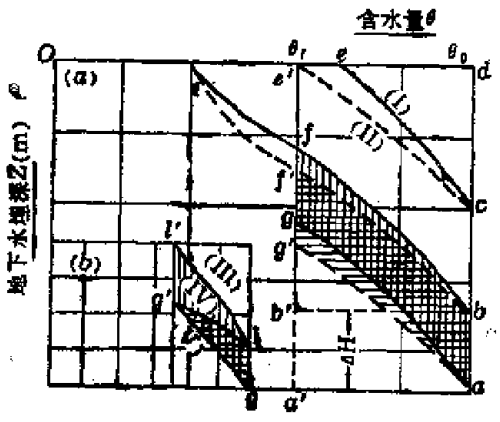


图 1 土壤水分分布曲线示意图
(Ⅰ)—脱湿水分特征曲线；(Ⅱ)—吸湿水分特征曲线

图1在补给情况下，地下水位由c点上升至地面，其平均补水度μ为图中面积cde'除以水位升幅cd；而在释水情况下，地下水位由地面下降至c点，其平均给水度μ为面积cde除以水位降幅cd，显然前者大于后者。这表明，在地下水埋深小于脱湿水分特征曲线的毛管强烈上升高度(脱湿水分特征曲线上饱和含水量θ_0与田间持水量θ_f相应的高程差)时，吸湿和脱湿水分特征曲线之间的差别对用补水度代替给水度可能会带来一定的误差，这一问题有待作进一步研究。在地下水开采情况下，含水层在一定时间内所能释放的水量为图1中面积$abfg$或面积$abb'a'$，亦即为土壤饱和含水量θ_0与田间持水量θ_f差值(即给水度μ)与地下水位降幅之乘积，即等于$(\theta_0-\theta_f)\cdot\Delta H$。在地下水降雨入渗补给情况下，包气带土壤含水率先达到

*汪静萍同志承担主要计算工作并提出报告初稿。本文于1984年2月完成，1986年4月进行了补充和修改。

最大田间持水率，然后，土壤中重力水才能向下补给地下水。由于地下水的上升毛管水前缘受渗漏水的活塞水流作用，地下水位迅速上升并较快地形成新的稳定的毛管水分布（图1中Ⅲ线）。降雨入渗补给引起的地下水位上升，与室内试验室从底部供水引起的地下水位上升不同，前者是形成接近稳定的毛管水分布，而后者是形成非稳定的毛管水分布（图1中Ⅳ线）。因此，在降雨入渗补给情况下，地下水得到的补给量为图1中面积$ab\,b'a'$或面积$ab\,f'g'$，亦即为土壤饱和含水率与田间持水率的差值（即补水度）与地下水升幅之乘积，即等于$(\theta_0-\theta_f)\cdot\Delta H$。这表明，在补水和释水过程中，吸湿水分特征曲线与脱湿水分特征曲线之间的差别对稳定给水度的数值影响不大。由此可见，在降雨入渗补给条件下，用稳定补水度作为稳定给水度是合理可行的。

二、水文学方法推求给水度的资料条件和类型划分

现行推求给水度的水文学方法，一类是根据地下水的退水期资料，从土壤的释水性能出发，通过计算潜水蒸发量或地下径流量直接计算给水度；另一类是根据地下水涨水期的水文、气象资料，从土壤的蓄水性能出发，通过计算降雨入渗补给量和补水度的方法来间接推求给水度。属于前一类的有潜水蒸发经验公式法、地下水位流量关系曲线换算法和参数优选法。属于后一类的有蓄水容积法、入渗差值法和潜水位增幅法。在上述计算方法中，有的方法是使用了单井地下水动态资料和相应的降水、蒸发资料；有的方法是使用了流域地下水动态资料以及流域的降水、蒸发和径流资料。由于所依据的资料条件不同，有些方法只能计算稳定的给水度，有些方法除计算稳定给水度外还可计算随埋深而变的给水度数值。不同的水文学方法分类情况见表1。

表1　　推求给水度水文学方法分类表

方法	收集资料的范围和内容			成果
	范围	资料	内容	
潜水蒸发经验公式法	单井	地下水退水期资料	水面蒸发、地下水位	单井给水度
参数优选法	单井	地下水涨水期资料	时段降雨、水面蒸发、地下水位	单井给水度
地下水位流量关系曲线换算法	流域	地下水退水期资料	地下水的水位、流量关系曲线	流域平均给水度和给水度随埋深变化情况
蓄水容积法	流域	地下水涨水期资料	流域降雨、地下水位、雨期蒸发、出口断面流量	流域平均给水度和给水度随埋深变化情况
入渗差值法	流域	地下水涨水期资料	流域降雨、地下水位、雨期蒸发、出口断面流量	流域平均给水度和给水度随埋深变化情况
潜水增幅法	流域	地下水涨水期资料	流域降雨、地下水位、雨期蒸发、出口断面流量	流域平均给水度

三、水文学方法推求给水度的基本原理

用水文学方法推求给水度μ值的基本公式为

$$\mu=\frac{\Delta S}{\Delta H} \tag{1}$$

式中 H——地下水位，m；

ΔH——地下水位上升和下降的变幅，m；

ΔS——相应变幅ΔH的地下水的蓄变量，m^3；

μ——地下水变幅ΔH土层内的平均给水度。

地下水蓄变量ΔS分以下两种情况来推求：

1.应用退水期资料计算μ值

在无降雨补给及地下水水平排泄可忽略不计的情况下，ΔS由潜水蒸发量来推求。在地下水水平排泄为主而潜水蒸发可忽略不计的情况下，ΔS由地下径流量来推求。

2.应用地下水涨水期资料计算μ值

在这种情况下ΔS由降雨入渗补给量P_r来推求。一次降雨的地下水入渗补给量用下式计算：

$$P_r=P+P_a-I_m-R_s-E_p \tag{2}$$

式中 P_r——降雨入渗补给量，mm；

P——降雨量，mm；

P_a——雨前土壤含水量，mm；

I_m——土壤最大田间持水量，mm；

R_s——河川地表径流量，mm；

E_p——雨期蒸发量，mm。

四、对几种推求给水度的水文学方法的分析和讨论

1.潜水蒸发经验公式法

这种方法是利用单井地下水退水期的潜水位和相应的水面蒸发等资料，通过选用不同的潜水蒸发经验公式间接推求井点的给水度μ值。该法要求资料项目较少，一般容易满足，因此应用较为广泛，但该法存在问题较多。

众所周知，应用这种方法，首先要根据无降雨，无水平排泄，无开采的时段资料，建立地下水位降幅Δh与同期水面蒸发E_0之比值$\Delta h/E_0$和时段地下水平均埋深Z的相关关系（图2）。然后根据所选用的某种潜水蒸发经验公式，将关系曲线外延，并假定在地下水埋深为零时，潜水蒸发E_g与水面蒸发E_0相等，或为某一固定比值，在这样的条件下，外延曲线在纵轴上截距即为$1/\mu$，其倒数便是给水度μ值。

用这种方法推求给水度，根据文献●分析，埋深$Z=0$时，比值E_t/E_0并非为一常数，而是随季节和作物生长阶段有较大变化；其次，这种方法在地下水埋深小于毛管水强烈上升高度时，难以考虑μ值随埋深Z而变化的情况；再者，现有三种潜水蒸发经验公式，不管地下水埋深如何变化，潜水蒸发总是随水面蒸发的增加而增加，即：$E_t \propto AE_0$或$E_t \propto AE_0^n$。试验资料表明，在一定的地下水埋深下，开始时潜水蒸发E_t随水面蒸发E_0的增加而增加，当增加到相应于一定埋深下的土壤最大输水能力即潜水蒸发能力后，潜水蒸发为一常量，不再随水面蒸发的增加而增加。经验公式的上述不合理的公式结构也给给水度的计算带来误差。此外，正如文献●指出，选用不同的经验公式计算μ值，其结果相差很大。南四湖湖西地区用不同经验公式的计算结果参见图2。

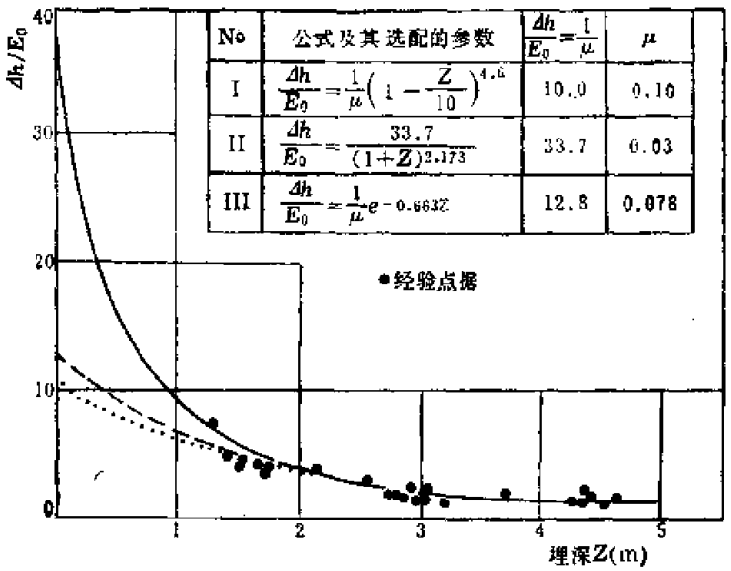


图 2 南四湖湖西地区不同经验公式对$\frac{\Delta h}{E_0}\sim Z$实际点据拟合图

必须指出，在经验公式所存在的上述问题中，有些是带有根本性的问题，这些问题不是方法本身所能完全解决的。因此，这种方法求得的成果还应与其它方法求得的成果进行比较，合理地加以选定。

2.参数优选法

参数优选法是根据井点的前期降雨和本次降雨的时段雨强资料以及地下水涨水段的潜水动态资料，应用蓄满产流的方法，通过优选水文参数I_m和f的途径，来推求给水度μ值。

如前所述，对第i次降雨，地下水入渗补给量有

$$P_{ri}=P_i+P_{ai}-I_m-R_{ri} \qquad (3)$$

于是给水度有

$$\mu_i=\frac{P_{ri}}{\Delta H_i} \qquad (4)$$

●朱世法、叶水庭，计算给水度的潜水蒸发经验公式之研讨，南京水文研究所，1980年10月。

式中符号意义同前。文献[2]作者在计算P_a时，除一般方法外，还考虑了潜水蒸发对包气带入流的影响。其余各项的计算方法与现行方法相同。

式(3)和式(4)还可改写为

$$\left.\begin{aligned} P_{r,i}&=P_i+P_{a,i}-I_m-\sum_{j=1}^{n}(I_{i,j}-f)\Delta t_i=P_{r,i}(I_m,\ f)\\ \mu_i&=\mu_i(I_m,\ f)\end{aligned}\right\}\quad(I_{i,j}\geqslant f) \tag{5}$$

于是

$$\bar{\mu}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_i=\bar{\mu}(I_m,\ f) \tag{6}$$

$$\sigma_\mu=\sqrt{\frac{\Sigma(\mu_i-\bar{\mu})^2}{n-1}}=\sigma_\mu(I_m,\ f) \tag{7}$$

$$C_{v\mu}=\frac{\sigma_\mu}{\bar{\mu}}=C_{v\mu}(I_m,\ f) \tag{8}$$

式中 Δt——时段，h；

I_j——第j时段的平均雨强，mm/h；

f——与土层和微地貌有关的土壤入渗率，mm/h；

$\bar{\mu}$——平均给水度；

σ_μ——μ值的均方差；

$C_{v\mu}$——μ值的变差系数。

在式(5)、(6)中，$P_{r,i}$，μ_i及$\bar{\mu}$、σ_μ、$C_{v\mu}$等特征值取决于参数I_m，f。当I_m、f取不同的组合值时，可得到不同的上述特征值。关于如何选取I_m，f，亦即如何确定μ值问题，文献[2]作者采用以$C_{v\mu}$取最小值作为优选参数I_m，f，亦即优选μ的标准。以数学式子表示，即需通过解以下联立方程组：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial C_{v\mu}}{\partial I_m}&=0\\ \frac{\partial C_{v\mu}}{\partial f}&=0\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

来推求I_m，f，并进而计算给水度μ值。由于式(8)函数形式比较复杂，解析求解比较困难，所以采用试求的方法，即假设不同的I_m，f，然后由各次地下水位实测资料求得ΔH_i，再由各次降雨资料和假定的I_m、f值求得相应的$P_{r,i}$和μ_i值，然后对不同的I_m、f的组合情况分别计算μ及其变差系数$C_{v\mu}$，其最小$C_{v\mu}$所对应的μ值即为所求，同时参数I_m，f也随之确定。

参数优选法推得的是单站稳定给水度，概念比较清楚，但存在一些值得探讨的问题。

(1) 成果的稳定性问题　资料系列长短对优选给水度μ值有一定的影响。兹以鲁北平原贾白站为例，降雨次数n分别取5、6、7次时，μ值变化于0.06～0.08之间，数值不够稳定

（图3a）。

再以五道站为例，降雨次数分别为6、9和15次时，优选的μ值变化较大，成果不稳定（图3b）。因此在应用该法计算时，应尽量采用长系列资料的优选成果。

（2）μ值成果的非单值问题　用参数优选法计算，在某些情况下，可以求得唯一的μ值（图3a）；而在另些情况下，可能会出现μ值的非单值解，在图3b中，$n=15$，6两种情况都出现μ值的非单值解，在这种情况下，方法本身便难以决择。

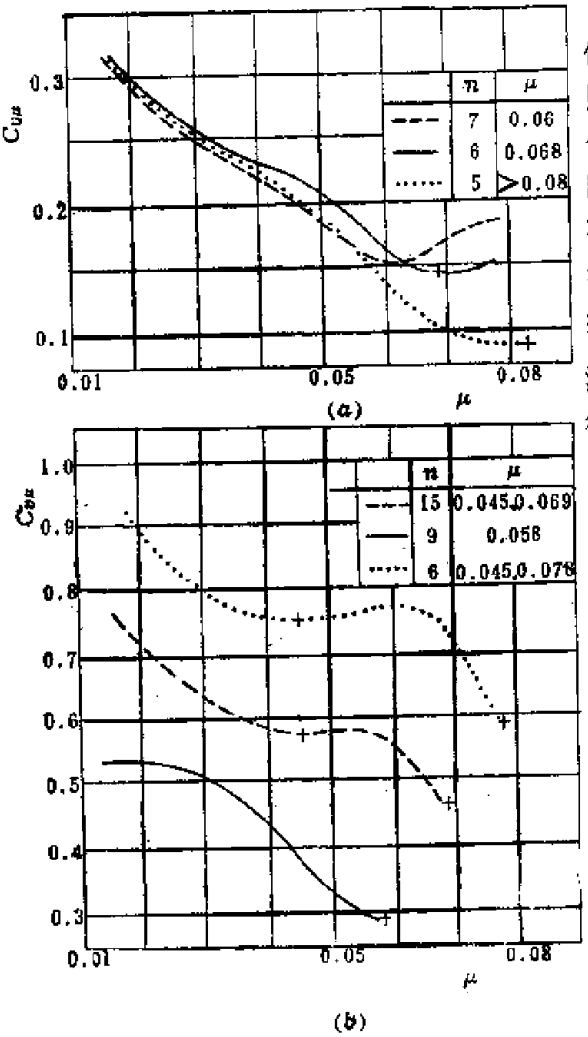


图 3　参数优选法成果分析图

（3）关于参数的优选准则问题　参数优选法是以$C_{v\mu}$最小值作为给水度的优选准则，这一准则带有一定的规定性，这一规定的合理性，也应进行检验，现结合五道沟实验区来进行。五道沟实验区集水面积0.8km²，有长期降雨、蒸发、地下水位和出口断面的流量资料。在检验时，先用参数优选法选出参数I_m和f，然后再用优选的参数求得各次洪水的计算地表径流$\hat{R}_i$，并以之与实测地表径流R_i进行比较，比较结果见图4。

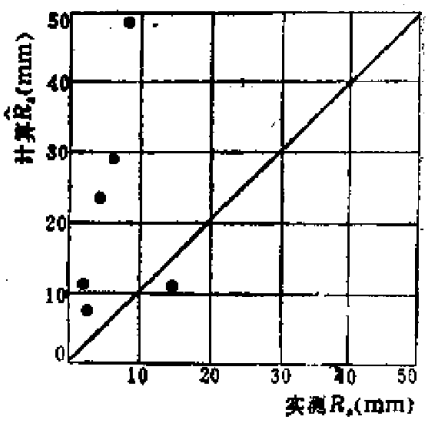


图 4　参数优选法地表径流检验图

图中相关点据散乱，计算$\hat{R}_i$值系统偏大，这除与模式概化和P_a等因子的估算可能引起的误差外，$C_{v\mu}$最小的优选准则也是一个值得商榷的问题。笔者认为，参数I_m和f的优选应满足以下两个条件：

1）由I_m和f计算的各次降雨的地表径流应满足：

$$[\sigma_R^2]=\min\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{R}_{f_i}-R_{f_i})^2\right] \qquad (10)$$

式中 $\hat{R}_{r,i}$——地表径流计算值，其值是I_m，f的函数，即$\hat{R}_{r,i}(I_m, f)$；

$R_{r,i}$——地表径流实测值。

2）由I_m，f计算的地下水位升幅应满足：

$$[\sigma_{\Delta H}^2]=\min\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\widehat{\Delta H}_i-\Delta H_i)^2\right] \tag{11}$$

式中 $\widehat{\Delta H}_i$——计算的地下水升幅，其值是I_m、f和μ的函数，即$\widehat{\Delta H}=\widehat{\Delta H}(I_m, f, \mu)$；

ΔH_i——实际地下水位升幅。

可以设想，若能通过若干实际流域验证，表明凡满足式（11）的参数I_m，f一般也满足式（10），则说明根据单井资料用式（11）来优选参数有一定的可靠性；反之，若不满足式（10），或满足式（10）和式（11）的参数I_m，f值两者相差较大，则以式（11）为单井参数的优选标准便失去依据。从初步检验来看，五道沟试验区属后一种情况。其原因可能由于五道沟实验区地下水埋深较浅，给水度是一个随埋深而变的变量，而参数优选法是在μ值取常量的基础上建立的，因此这种方法在地下水埋深较浅的地区适用性较差。在地下水埋深较深的地区，这种方法的适用性还需结合实际资料进一步检验。

顺便指出，对较大流域在用水平衡法检验时，可以选择有代表性的若干单井资料，用该法优选出参数I_m和f后，分别计算各单井次地表径流深R_r，再按单井所代表的面积加权，求得各次洪水的流域地表径流深$\widehat{R}_r$，以之与流域出口断面的各次实测R_r进行分析和检验。

3.地下水水位流量关系曲线换算法

该法根据流域出口断面的河川基流退水段流量资料和流域地下水位资料，建立流域地下水位流量关系线，然后，再用以推求流域平均给水度。该法的基本原理和需要的资料与“退水曲线法”[2]相同，现就方法的基本内容论述如下。

如所周知，在忽略槽蓄影响的情况下，流域出口断面地表径流停止点以后的流量过程，可近似地作为地下水出流。其退水方程式一般表示为

$$Q_{g,t}=Q_{g,0}e^{-\alpha t} \tag{12}$$

式中 $Q_{g,t}$——t时刻的地下水出流流量，m^3/s；

$Q_{g,0}$——起始时刻的地下水出流流量，m^3/s；

α——退水系数，h^{-1}；

t——时间，h。

对线性地下水库，其地下水的出流量$Q_{g,t}$与地下水蓄量S_t之间有以下关系：

$$S_t=\frac{Q_{g,t}}{\alpha} \tag{13}$$

式中 S_t——t时刻的地下水库蓄量，m^3。

由定义，给水度μ应为地下水库的蓄变量与相应的地下水位的变幅之比值，即

$$\mu=\frac{S_1-S_2}{(\overline{Z}_2-\overline{Z}_1)F}\times 10^{-6} \tag{14}$$

式中 F——流域面积，km^2；

Z_1、Z_2——分别为t_1、t_2时刻的地下水埋深，m；

S_1、S_2——分别为t_1、t_2时刻的地下水蓄量，m。

将式(13)代入式（14）便有

$$\mu=\frac{1}{\alpha F}\cdot\frac{Q_{g1}-Q_{g2}}{Z_2-Z_1}\times 36\times 10^{-3} \tag{15}$$

或写成

$$\mu=-\frac{1}{\alpha F}\frac{dQ}{dZ}\times 3.6\times 10^{-3} \tag{16}$$

用式（16）计算给水度μ，其数值显然与地下水位流量关系曲线的函数形式有关，函数形式一般有以下两种：

（1）线性关系[3] 其关系式为：

$$Z=a-bQ_g \tag{17}$$

将上式代入（16）式，化简后得

$$\mu=\frac{3.6\times 10^{-3}}{\alpha b F} \tag{18}$$

根据淮北平原奎河栏杆集流域资料分析有

$$Z=0.865-0.0247Q_g$$

$$\alpha=\frac{1}{69},\ h^{-1}$$

$$F=622km^2$$

将以上数值代入式（18）得流域平均给水度$\mu=0.0162$。应该指出，在某一级水位区间，地下水水位流量关系可以近似地以线性关系来表示，而就地下水水位变幅带来说，水位流量关系多呈曲线关系。

（2）曲线型关系 根据淮北平原五道沟资料分析有

$$\left.\begin{aligned} Q_g&=0.0556-0.365Z^{1.75} && \text{当}Z=0\sim 0.3\text{m时}\\ Q_g&=0.256e^{-10.48Z} && \text{当}Z=0.3\sim 0.6\text{m时}\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

于是由式（16）得

$$\left.\begin{aligned} \mu&=2.3\times 10^{-3}\frac{Z^{0.75}}{\alpha F} && \text{当}Z=0\sim 0.3\text{m时}\\ \mu&=\frac{9.65\times 10^{-3}}{\alpha F}e^{-10.48Z} && \text{当}Z=0.3\sim 0.6\text{m时}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

同样根据徐州湖西地区资料分析●，地下水水位流量关系有

$$Q=3.92^{-3.61Z} \tag{21}$$

●关祖，分割地下径流的一种方法，江苏省徐州地区水文站，1982，11。

对上式求导数，并代入式（16）得

$$\mu=\frac{5.09\times10^{-2}}{\alpha F}e^{-3.612}$$

根据五道沟和湖西地区六里井资料分析，α分别为1/27（h^{-1}）和1/37（h^{-1}），F分别为0.8km^2和77km^2，将其代入式（20）和（21），可求得μ值随埋深而变化的关系。参见图5曲线Ⅰ、Ⅱ。

分析表明，在降雨停止后的一段时间内，由于表土湿润，潜水蒸发量相对较小，地下水消退主要由地下水的水平排泄所致。因此，根据这段期间的资料建立的水位流量关系曲线，并据以求得的给水度可望有一定的精度。但随着地下水消退和埋深加大，在平原河槽切割深度较浅的情况下，地下水水平流动减弱，地下水排入河道的水量急剧减少，地下水主要通过潜水蒸发消耗。显然，在这种情况下仍机械地套用式（16）来推求给水度，必将得出显著偏小的结果。如五道沟试验区在埋深大于0.6m时，由于排入河沟的水量已很微少，地下水几乎全部通过潜水蒸发排泄，这时用式（16）计算的给水度μ值几近于零（图5曲线Ⅱ），六里井也有类似的情况（图5曲线Ⅰ），这一结果显然是不合理的。

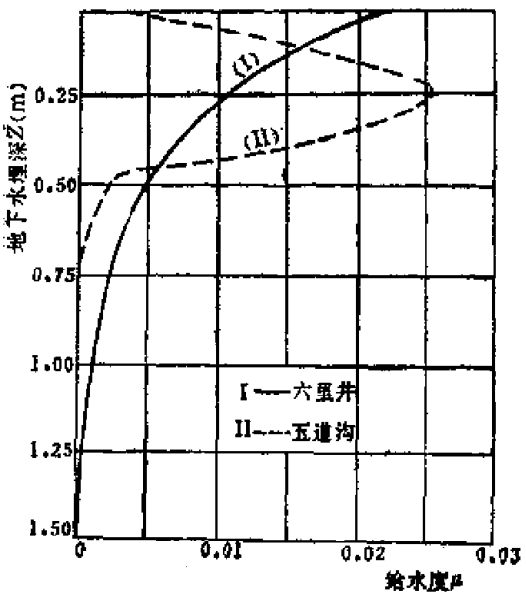


图5 五道沟、六里井μ值随埋深Z变化图

因此，在应用本法时，必须注意建立水位流量关系曲线所依据的资料条件，要尽力排除潜水蒸发的影响，但实际难以做到，因为在地下水埋深较大和排水沟较浅的情况下，水平流动占地下水排泄量的比重相对较小；而在地下水埋深较浅的情况下，水平流动虽然较强，但潜水蒸发随之较强，潜水蒸发的影响也难以实际消除。在这种情况下，由水位流量关系曲线换算法求得的μ值偏小，五道沟、六里井等流域的计算结果也说明了这一点。同样，用这一方法推得的给水度μ值随地下水埋深而变化的关系存在问题也很多，难以实际应用。

4.蓄水容积法●

蓄水容积法是在流域次降雨的水量平衡基础上，通过计算补水度来间接推求给水度μ及其随埋深而变化的定量关系。

一次降雨的地下水入渗补给量由下式计算：

$$P_r=P-E_p-P_i-R, \qquad (22)$$

式中 P_r——包气带降雨入渗补给量；其余符号意义同前。

对多数次降雨，由于$P_i>0$，故有$P_r<P-E_p-R_s$。但如能从实际资料中挑选出前期土壤饱和（$P_i=0$）的次降水资料，则有$P_r=P-E_p-R_s$。又因$P_r=\bar{\mu}\cdot\Delta h$，所以有$\bar{\mu}=(P-E_p-R_s)/\Delta h$。为了求得$\mu$随埋深而变化的定量关系，先勾绘一条假定的地下水

●张世法、宋克强，淮北平原水资源及其相互转化关系的定量估算，水电部南京水文研究所水资源研究室，1983.2.

埋深与地下含水层容量曲线，即$Z\sim S_s$关系线（图6中曲线Ⅰ）。然后由某次降雨的地下水起涨后的埋深Z^*，在线Ⅰ上定出A点，由A点沿横轴截取AB段，使等于本次降雨的$P-E_p-R_s$，再由B点沿平行于纵轴截取线段BC，使C点纵标为地下水起涨前埋深Z_*。同样对其它各次降水，按上述步骤亦可求出各相应的C点，并绘制各C点外包线，如该线与原假定的$Z\sim S_s$线相一致，则原假定的$Z\sim S_s$线即为所求。否则以C点的外包线作为新假定的$Z\sim S_s$线，重复以上步骤，直至一致为止。

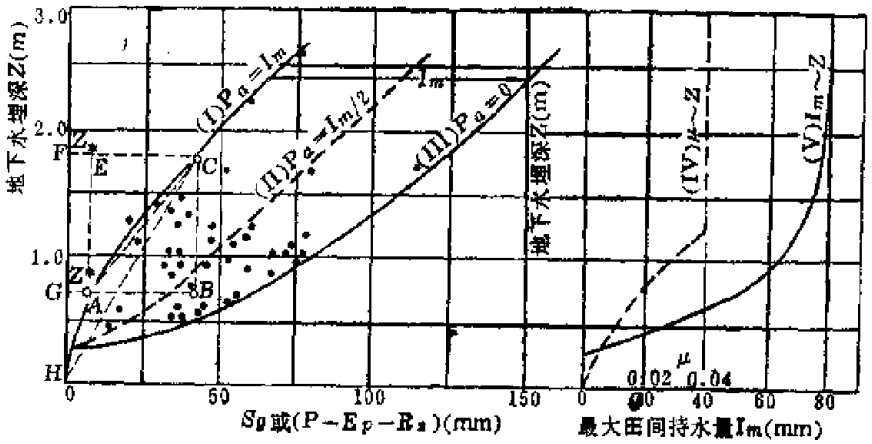


图 6 蓄水容积法$\mu\sim Z$、$I_m\sim Z$分析图

图6中Ⅰ线即为按上述方法求得的五道沟$Z\sim S_s$关系线，该线是一条相当于雨前土壤含水量达到田间持水量的关系线，也是一条反映土壤贮蓄重力水能力的地下水位库容曲线。该曲线上任意一点割线斜率之倒数，即为相应地下水变幅区间的平均给水度$\overline{\mu}$。如图6中割线$\overline{AC}$斜率之倒数$\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}}$便为变幅区间（$Z_*\sim Z^*$）的$\overline{\mu}$；同样割线$\overline{CH}$斜率之倒数$\frac{\overline{CF}}{Z_*}$便为水位埋深$Z_*$至地表变幅区间的$\overline{\mu}$。由此推出在$Z\sim S_s$曲线上地下水埋深等于$Z$的点上的曲线斜率之倒数便为该埋深所对应的$\mu$值。$\mu\sim Z$关系线点绘如图6曲线Ⅳ。曲线Ⅳ表明，在$Z>1.2$m时，$\mu$为一常数0.04，在$Z<1.2$m时，$\mu$值为0～0.04。

在图6中，还绘制了点群下包线，即曲线Ⅲ，该线相当于雨前土壤含水量$P_a=0$的情况。易知，曲线Ⅰ、Ⅲ对应横座标之差值即为相应埋深Z的土壤最大持水能力I_m，$I_m\sim Z$关系线见曲线Ⅴ，曲线表明，在一定的埋深范围内，I_m随地下水埋深增加而加大，在埋深$Z\geq 1.7$m时，I_m渐趋达到最大稳定值80mm。在曲线Ⅰ、Ⅲ之间的曲线（如图中平均线Ⅱ），系雨前土壤含水量小于田间持水量的情况，即$P_a<I_m$，该线的横标必须减去相应的不足量（I_m-P_a）后，才是$Z\sim S_s$曲线。

5.入渗差值法

入渗差值法●的基本点是给水度μ为土壤饱和含水率与田间持水率之差。其值由下式求得：

●徐圣清、徐国顺，平原地区水文地质参数和径流计算方法的探讨，安徽省水文总站。

$$\bar{\mu}=\frac{P_{f_1}-P_{f_2}}{Z_*} \tag{23}$$

式中 $\bar{\mu}$——地下水位以上土层的平均给水度；

Z_*——雨前地下水埋深，m；

P_{f_1}——地下水位由雨前埋深Z_*升至地面所需的下渗量，该量的一部分为使0～Z_*土层由雨前含水量增至田间持水量，另一部份为田间持水量增至饱和含水量，mm；

P_{f_2}——地下水位以上土层由雨前含水量增至田间持水量而不造成地下水位显著上升情况下所需的下渗量，mm。

在用式（23）计算前，先根据雨后地下水位上升至地面的资料，用下式计算P_{f_1}

$$P_{f_1}=P-E_p-R_s \tag{24}$$

对地下水位上升到接近而未达到地面的资料，则用下式

$$P'_{f_1}=P_{f_1}+\mu\Delta h \tag{25}$$

修正为上升至地面情况的入渗量P'_{f_1}。式中μ值由于$\mu\Delta h$项数值所占比重不大，可用估设值进行计算。

其次，再根据雨后地下水位微微上升的资料，按下式

$$P_{f_2}=P-E_p-R_s \tag{26}$$

计算P_{f_2}，对雨后地下水位微量上升Δh的资料，则用下式

$$P'_{f_2}=P_{f_2}-\mu\Delta h \tag{27}$$

修正为土壤含水量达到田间持水量而不引起地下水位上升的入渗补给量P'_{f_2}。

对各次降雨用上述方法求得相应各次雨前埋深Z_*的P'_{f_1}，P'_{f_2}值，并分别建立Z_*～P'_{f_1}，Z_*～P'_{f_2}关系线，如图7曲线Ⅰ、Ⅰ′所示。

对不同的地下水埋深，由图7分别查得P'_{f_1}和P'_{f_2}值，将其代入式（23），便可求得给水度μ随埋深Z而变的关系。

入渗差值法与蓄水容积法相比，后者较前者更具一般性。为了说明这一点，可将图6（蓄水容积法）的纵坐标方向改为向下为正，则图6便有图8的形式。再比较图7和图8，便可看出前者是后者的一种特殊情况。

蓄水容积法点绘的埋深Z_*与入渗量（$P-E_p-R_s$）的相关图呈一带状分布（图8），其左边线（图8曲线Ⅰ）相当于雨前土壤含水量$P_a=I_m$的情况，右边线（图8曲线Ⅲ）相当于雨前土壤含水量$P_a=0$的情况，在分布区内相当于雨前土壤含水量$P_a=0$～I_m的情况。而入渗差值法点绘的埋深与入渗量关系采用了单一线（图7曲线Ⅰ），显然该线不能概括各种雨前土壤含水量情况。而只能代表某种特定的雨前土壤含水量情况。

同样，蓄水容积法点绘的埋深Z_*与缺水量（I_m-P_a）相关图，亦呈一带状分布（图6、

图8），其左边线（图8曲线Ⅰ′）相当于$P_a=I_m$情况，右边线（图8曲线Ⅲ′）相当于$P_a=0$情况，在分布区内相当于雨前土壤含水量$P_a=0\sim I_m$情况。而入渗差值法埋深与缺水量关系线亦采用单一线（图7曲线Ⅰ′），该线同样不能概括各种雨前土壤含水量的情况，只代表某种特定的雨前土壤含水量情况。

再有，蓄水容积法在绘制图8过程中，对地下水起涨后的埋深Z^*没有提出限制条件，即可适用于$Z_*\geqslant 0$情况。而入渗差值法仅能选用雨后埋深接近地表即$Z^*\approx 0$和雨后地下水位微微上升即$\Delta Z\approx 0$两种情况的资料。由于入渗差值法在资料挑选上受上述限制，不少资料不能用来进行分析，资料信息不能得到充分的利用。

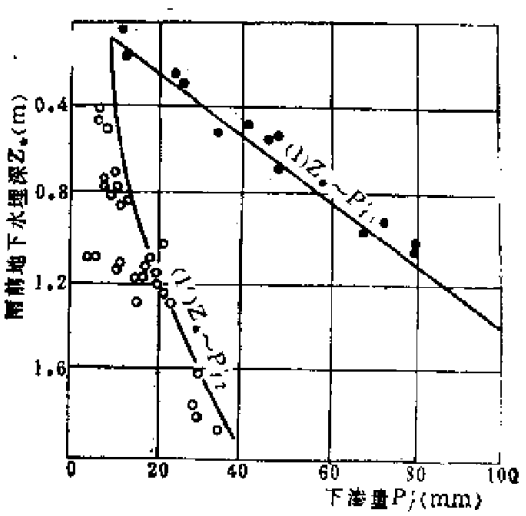


图 7　雨前地下水埋深Z_*与下渗量关系图

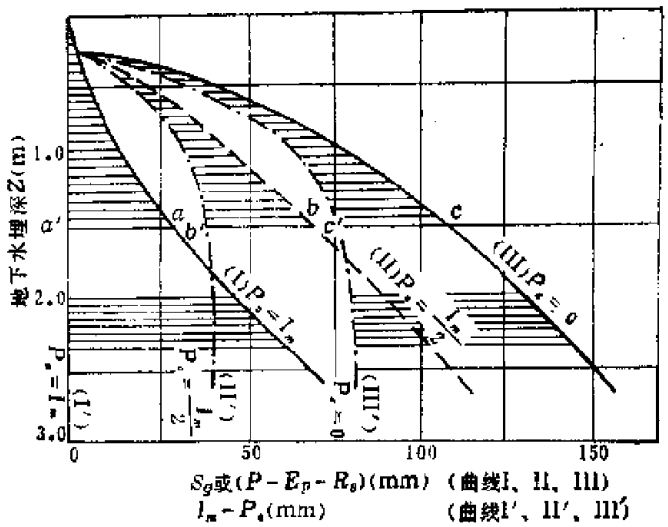


图 8　蓄水容积法与入渗差值法比较图

蓄水容积法在点绘$Z_*\sim(P-E_p-R_s)$和$Z_*\sim(I_m-P_a)$关系图时，由于采用了全部资料，因此，二者资料基础一致，因而对某一埋深Z_*分别查图8中相同的雨前土壤含水量曲线求得的入渗量与缺水量之差值即入渗补给地下水量是相等的。如图8，由$P_a=I_m$的曲线Ⅰ、Ⅰ′计算，则$P_r=aa'$；由$P_a=0$的曲线Ⅲ、Ⅲ′计算，则$P_r'=cc'$；由平均$P_a=I_m/2$的曲线Ⅱ、Ⅱ′计算，则$P_r''=bb'$。显然，由不同的曲线所求得的结果是一致的，即$P_r=P_r'=P_r''$。为简化计，蓄水容积法直接用曲线Ⅰ来推求P_r。

入渗差值法在建立$Z_*\sim(P-E_p-R_s)$关系图时，采用的是地下水接近地表的资料；建立$Z_*\sim(I_m-P_a)$关系图时，采用的是地下水微微上升的资料。可用资料较少，基础又

不一致，定线缺乏统一标准，任意性大，这些都会影响计算成果的精度。笔者应用该法分析了五道沟的资料，分析表明不同做法成果差异较大。

6.潜水位增幅法

潜水位增幅法计算给水度有以下两种形式。

（1）通过建立（$P-E_p-R_r$）～ΔH关系图来推求给水度μ　$(P-E_p-R_r)$～ΔH关系图参见图9*b*。该图可由图8的曲线Ⅰ作如图9*a*的坐标变换来求得，所不同的是在图9*b*中给水度μ是曲线的斜率，而在图8中是曲线Ⅰ的斜率之倒数；前者是关系点据的上包线，后者是关系点据（图中略）的下包线。在图9*a*中取不同的雨前埋深Z_*可得到不同的（$P-E_p-R_r$）～ΔH曲线。图9*b*中曲线$O'BAC$(曲线Ⅰ)与图9*a*中的$Z_*=3.0$m曲线$O''BAC$相对应，图9*b*中曲线$O'AC$(曲线Ⅱ)与图9*a*中$Z_*=1.5$m的曲线$O'AC$相对应。由此可知在图9*b*中不能笼统地作点据的下包线，而必须按不同雨前埋深Z_*分别确定相应的下包线，蓄水容积法与之相比显然简便得多。

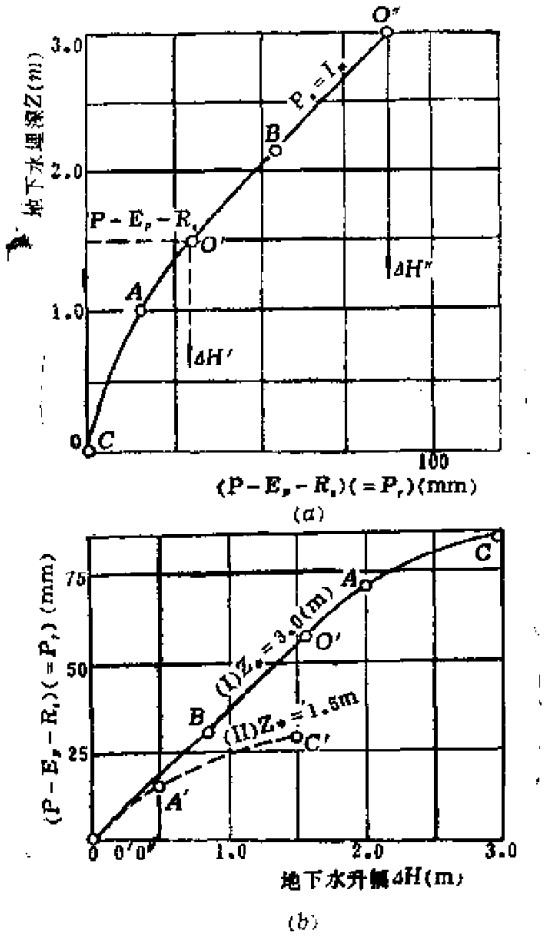


图 9　潜水位增幅法成果比较图

（2）通过建立（$P+P_a-E_p-R_r$）～ΔH关系图来推求给水度μ● 这种途径虽然所建立的关系图的形式与前一途径不完全相同，但它们都可由图8曲线I经相类似的转换推求出来（略），其成果是一致的。

五、结　　语

补水度与给水度是两个不同的概念。用补水度作为给水度是有条件的，用稳定补水度作为稳定给水度误差不大，在埋深小于毛管强烈上升高度的范围内，补水度与给水度随埋深而变，这时用补水度作为给水度数值偏大。这个问题有待作进一步研究。

各种以流域水量平衡为基础的计算给水度的方法，比较全面地应用了流域降水，地下水动态和出口断面流量等长期观测资料，这类方法求得的是流域平均给水度及其随埋深的变化关系，避免了单井资料求得的参数向面上转化问题，因而比较适用于流域和区域地下水资源评价工作。今后随着平原水均衡区的增设和资料的不断积累，将会得到更为广泛的应用。在这类方法中，入渗差值法和潜水位增幅法可以看作是蓄水容积法在特定条件下的转化形式，与前两种方法相比，后一种方法可以比较充分地利用已有的资料信息，方法比较简便，成果

●卜庆芳，降雨补给最大可开采量计算方法的探讨，辽宁省水文总站，1983.3。

也比较合理。

建立在单井资料基础上的参数优选法，其前提在于要有一个比较合理的优选准则。对一个有比较完整资料的流域或水均衡区，除进行单井的参数优选外，还应结合流域或小区的地下水位和出口断面的流量等实际资料的拟合加以综合考虑。

潜水蒸发经验公式法是在所选用经验公式的基础上和采用一些假定的前提下建立的。该法存在问题较多，求得的给水度变幅较大，成果不稳定，必须结合由其它方法求得的成果进行合理选定。

地下水水位流量关系曲线法(包括"退水曲线法")由于受潜水蒸发和排水沟深度等因素影响，方法局限性很大，计算的给水度系统偏小，求得的μ值随埋深而变的关系存在着极不合理的情况，一般不宜采用。

参 考 文 献

[1] 张蔚榛、张瑜芳，土壤释水性和给水度数值模拟的初步研究，水文地质工程地质，1983年第5期。

[2] 叶水庭，潜水或浅层地下水给水度计算方法的探讨，地下水资源评价理论与方法研究，地质出版社，1982。

[3] 张世法、戴星、曹万金，对水位变幅带岩土给水度的研讨，平原地区水资源研究，学林出版社，1985。

[4] Wright, C.E., Surface Water and Groundwater Interaction, UNESCO, 1980.

[5] 刘芳岑，淮北平原水利化的水平衡研究，水文，1982年第6期。

五道沟井排的有限差分计算及成果的初步讨论*

宋 克 强

水文科学的深入发展，要求对水在地下循环的规律有更多的了解。如何满足这些要求，是地下水工作者面临的任务。安徽五道沟试验场在地下水方面积累了丰富的试验观测资料，为地下水研究创造了条件。本文尝试用地下水动力学方法，对五道沟井排资料进行计算。在此基础上，对地下水的一些问题展开初步的讨论。

一、计算地段的基本情况

安徽五道沟排水试验场位于淮北平原南缘，周围地势平坦。试验场地表岩性为亚粘土类土层分布，平均深度7.2m以下即为中细砂层。考虑到主要研究对象为上部亚粘土，加之资料条件的限制，下部中细砂含水层对它的影响暂予忽略。

根据试验场内C_6井的资料，上部亚粘土层浅部的土壤剖面如下：0～0.5m轻粘土，此层疏松多根系，为耕作层和淋溶层；0.5～1.5m为中粘土，此层土质密实，极少根系，为淀积层或自然堆积层；1.5～2.0m为重粘土，土质紧密，属自然堆积层。土壤物理性质测定结果，在0.5m上下显示了明显的不同。因此，按照试验资料，以0.5m深度为界，上部渗透系数K_1取0.7m/d，给水度μ_1取0.053，下部渗透系数K_2取0.4m/d，给水度μ_2取0.044。

五道沟排水试验场具有完整的地面排水系统（图1）。这些排水沟深度1.0～2.0m，影响着浅部地下水的运动。旱季，地下水面在排水小沟以下，微向东部界沟倾斜。雨时，地下水面首先在小沟底部抬高，然后中部突起，形成被排水沟分割的拱形。最后，地下水面又消落在沟底以下（图2）。排水沟始起补给源作用，后成为地下水的排泄出路。由于排水沟对

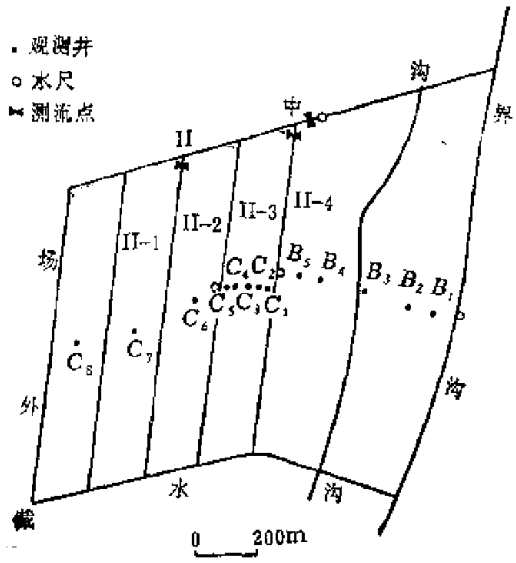


图 1 五道沟Ⅱ试区平面布置图

* 本文完成于1984年6月。

地下水面的分割，使我们有条件进行地段的地下水均衡计算。

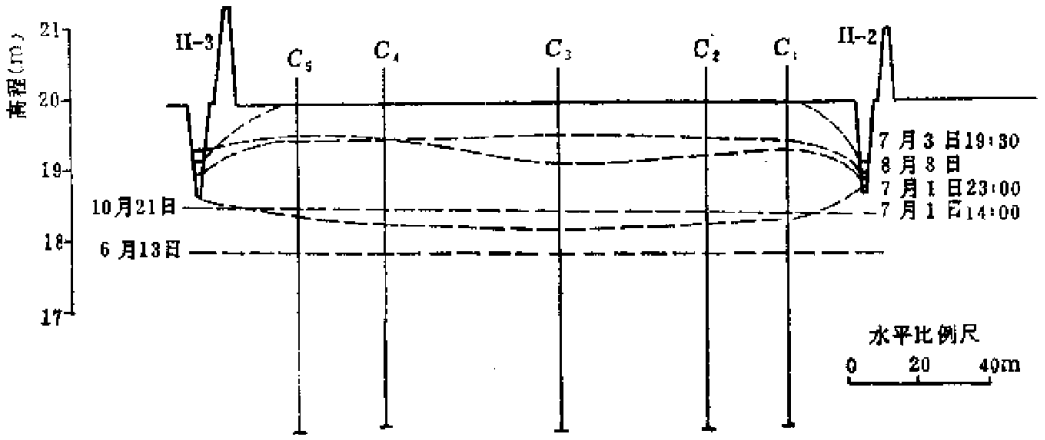


图 2 C_1～C_5排井水位涨落变化图（1965年）

计算地段选择在试验场Ⅱ-3、Ⅱ-4小沟所夹的面积为1000×190m²的地块中。垂直Ⅱ-3、Ⅱ-4小沟，布置有C_1～C_5组成的井排。各井深度均为5 m，逐日观测了上部亚粘土的地下水位。在井排断面上，两侧排水沟亦有水位记录。根据资料的完整情况和代表性，择取1964年4月12日～10月6日共177天作为计算时段。

二、计算原理和框图

一维潜水非稳定运动遵循下列方程[1]：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\varepsilon}{K}=\frac{\mu}{K}\frac{\partial H}{\partial t} \tag{1}$$

将其写成差分形式，并考虑到各观测点间距不等，补给量随时间、地点变化：

$$H_{i,t+1}-H_{i,t}=\frac{K}{\mu}\left(\frac{h_{i-1,t}+h_{i,t}}{2}\cdot\frac{H_{i-1,t}-H_{i,t}}{\Delta x_1^2}-\frac{h_{i,t}+h_{i+1,t}}{2}\cdot\frac{H_{i,t}-H_{i+1,t}}{\Delta x_2^2}\right)+\frac{2\varepsilon_{i,t}}{\mu(\Delta x_1+\Delta x_2)} \tag{2}$$

式中 $H_{i,t+1}$、$H_{i,t}$ —— 第i点在$t+1$及t时刻的水位；

$h_{i-1,t}$、$h_{i,t}$ —— 第$i-1$点及第i点在t时刻的含水层厚度；

Δx_1、Δx_2 —— 第$i-1$点至第i点及第i点至第$i+1$点的间距；

$\varepsilon_{i,t}$ —— 第i点t时刻的垂向补给（排泄）量。

用各观测点的中间断面，将计算地段分割成数个井块（图3）。利用上述有限差分方程，反求各井块不同时刻的ε值，来保持各井块的水量平衡，是本次计算的主要思路。计算中，时间步长以日计，完全可以保证显式差分计算的收敛和稳定。

在分层剖面中计算断面流量时，要根据水位与土层分界的位置关系，选择适当公式，来

代换上式中的有关项：

当水位均在下部土层中时：

$$Q=K_2\cdot\frac{H_i-H_{i+1}}{\Delta x}\cdot\left(\frac{H_i+H_{i+1}}{2}-Z\right) \tag{3a}$$

当水位均在上部土层中时：

$$Q=\frac{H_i-H_{i+1}}{\Delta x}\cdot\left[K_2\cdot M_2+K_1\left(\frac{H_i+H_{i+1}}{2}-Z_1\right)\right] \tag{3b}$$

当前井水位H_i高于土层分界，而后井水位H_{i+1}低于土层分界时：

$$Q=\frac{H_i-Z_1}{\Delta x}\left(K_1\cdot\frac{H_i-Z_1}{2}+K_2M_2\right)$$

$$+K_2\cdot\frac{(Z_1-H_{i+1})(H_{i+1}+M_2-Z)}{2\Delta x} \tag{3c}$$

当H_i低于土层分界，而H_{i+1}高于土层分界时：

$$Q=\frac{Z_1-H_{i+1}}{\Delta x}\left(K_2M_2+K_1\frac{H_{i+1}-Z_1}{2}\right)+K_2\frac{(H_i-Z+M_2)(H_i-Z_1)}{2\Delta x} \tag{3d}$$

上诸式中 Q —— 流量，取前井流向后井为正；

K_1、K_2 —— 上、下层渗透系数；

M_2 —— 下层厚度；

Z —— 下层底板高程；

Z_1 —— 上层底板（土层分界）高程；

Δx —— 两井距离（图4）。

整个计算过程如框图所示。

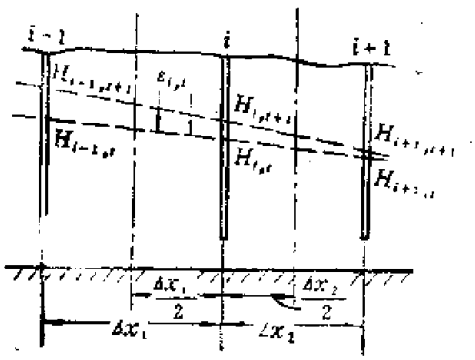


图 3 潜水一维流有限差分计算示意剖面图

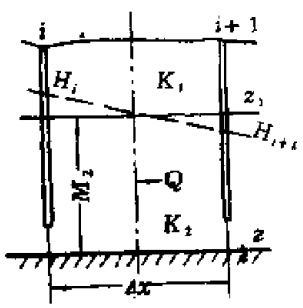
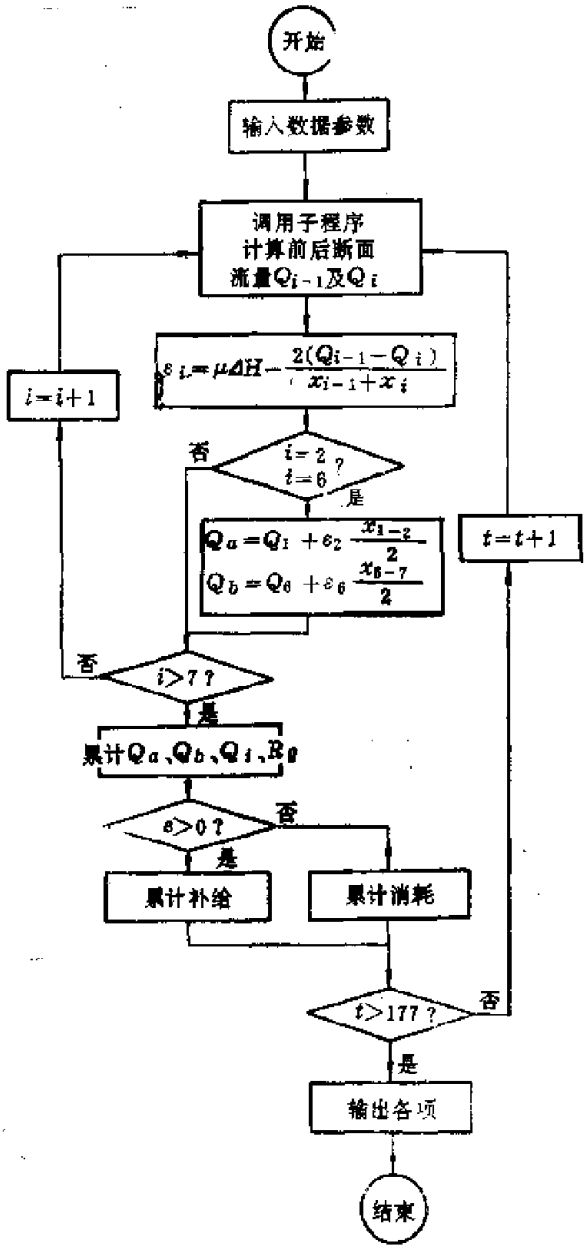
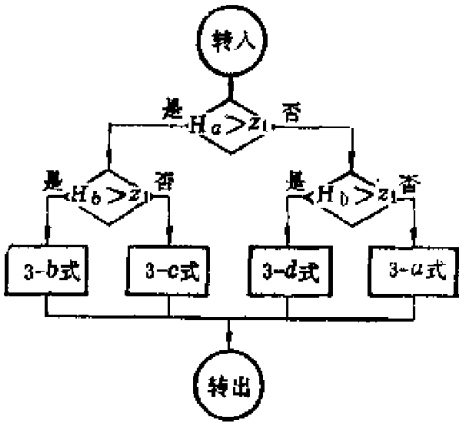


图 4 分层剖面计算示意图



主程序框图



子程序框图

计算框图

三、计算结果及合理性分析

通过计算，求得了各井块逐日的垂向补给量、垂向排泄量、各井块间的水平径流量以及汇入排水小沟的基流量。

在177天计算时段内，长为190m的单位宽度均衡地段接受垂向补给量（降雨入渗）56.234m³，合296.0mm，水平补给量(两侧小沟流入)0.179m³，共接受补给水量56.413m³，

合296.9mm。垂向消耗49.531m³，流入两侧小沟形成基流14.371m³，共消耗63.902m³，合336.3mm。

可以认为计算结果比较合理的依据有五：

1）无论在整个计算地段还是任一井块，在任意长短的计算时段中，地下水各分项都满足水量平衡。

2）根据计算结果，绘制了各井的$\varepsilon\sim t$曲线（图5）。各井地下水的补给都是同时发生的，并能与降雨相对应。

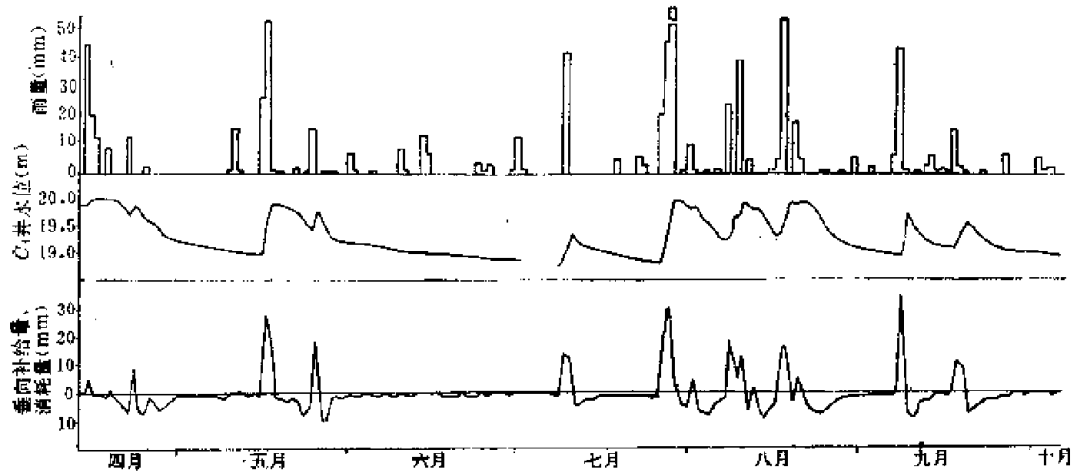


图 5 C_4井地下水位及计算ε值过程线图

3）将流入两侧小沟的水量作为基流，与Ⅱ-4小沟的实测枯水流量相对照，可以看到两者过程相近，数级相当（图6）。

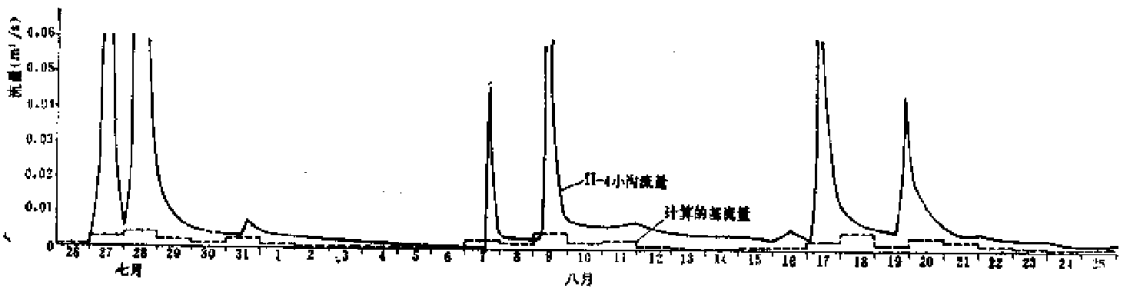


图 6 Ⅰ-4小沟实测流量与计算基流过程线对照图

4）降雨P的分配包括雨期蒸发E_r、地表径流R、土壤水增量W和地下水补给量P_r各项，它们应符合下式：

$$P=E_r+R+W+P_r \qquad (4)$$

在本次计算时段内，式（4）中的各项数据如下：

实测的降雨量共782.7mm；根据日蒸发量用降雨历时折算成雨期蒸发，求得E_r=

54.8mm；利用Ⅱ-4小沟实测的流量减去计算基流量，求得地表径流量为281.3mm；利用试区土壤含水量实测资料，计算雨后地下水位以上的土壤水增量，得W＝145.3mm；计算求得地下水降雨入渗补给量为296.0mm。均衡结果，绝对误差5.3mm，相对误差0.7%。

5)按照计算的地下水降雨入渗补给量求得计算时段的降雨入渗补给系数α＝0.378。由于计算时段内包括了主要降雨时段，该值必然比年降雨入渗补给系数大。此外，考虑到平原的下垫面条件为降雨下渗创造了良好条件，较高的地下径流系数应该是可以接受的。

但是，由于本次计算意图仅在于试验地下水动力学法的可行性以及应用其成果讨论有关的地下水问题，故在计算时段选择上，并未考虑代表性及完整性。所以，本次计算成果不宜直接引用于其它方面。

四、对一些地下水问题的初步讨论

井排的有限差分计算获得了大量的信息，使我们有可能去探索一些地下水问题：

1.平原地下水的水平径流问题

在地下水工作中，普遍认为平原地下水的运动是垂向入渗-蒸发型的，水平运动可以忽略。支持这种观点的重要依据是一般求得的区域地下水水力坡度仅万分之几。

如果在五道沟实验场内选择一些相隔较远的观测井计算水力坡度，其值在万分之四左右。但是，如果考虑到排水沟的影响，用密集井排计算排水沟附近地下水的水力坡度，其值可高达3%以上。图7就反映了这种平原地下水“大平小不平”、“似静非静”的状况。

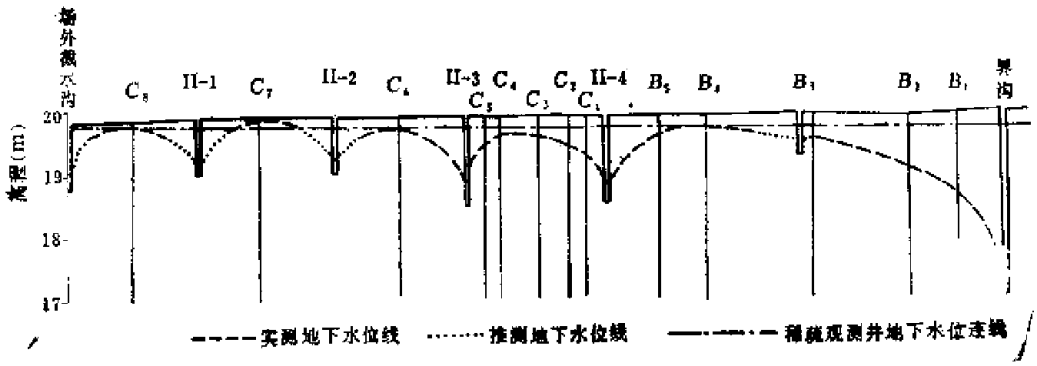


图 7 $B\sim C$排井水位剖面（1964.8.3）

排水沟引起地下水水平运动。基流是地下水水平径流的结果。计算的基流量14.37m³，占总消耗量的22.5%，占总补给量的25.6%，这个量在水均衡中占一定比重，其作用不宜忽视。

运用通常采用的动态法计算了不考虑水平运动的入渗补给量，将其与考虑有水平运动的本次计算结果列表进行比较(见表1)。可以看到，在计算入渗补给量时，在地块中部使用动态法不会造成多少误差。但是，如果观测井距排水沟太近，或者受到人为开采等影响，误差就会很大。所以，在进行地下水参数计算和资源评价时，详细地掌握观测井周围的情况，以便正确地选择计算方法和数据，是很重要的。

表 1 两种方法计算的入渗补给量对照表

井 块	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
考虑水平运动(mm)	310.9	273.6	260.3	294.8	347.3
不考虑水平运动(mm)	264.2	271.8	259.0	293.5	298.1
误 差(%)	15.0	0.7	0.5	0.4	14.2

2.降雨入渗补给与地下水埋深的关系

对于降雨入渗补给（或降雨入渗补给系数）与地下水埋深的关系有两种观点。一种观点依据地中蒸渗仪资料，认为降雨入渗补给随地下水的埋深增加而减少（图 8 ）。另一种观点依据地下水位观测资料，认为在埋深为零时，降雨入渗补给亦为零。随着埋深增加到某一最佳埋深，入渗补给量逐渐增加到最大值，随后随着埋深增加而减少（图 9 ）。

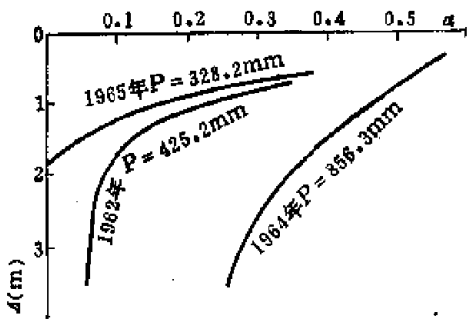


图 8 石家庄站$\alpha\sim\Delta$关系图

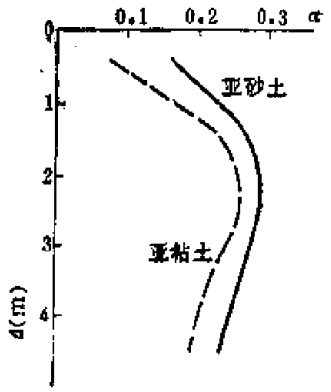


图 9 商丘地区$\alpha\sim\Delta$关系图

我们认为，在讨论两者之间的关系时，必须排除其它因素的干扰。因此我们择取了同次降雨的各井所获补给量来点绘$P_r\sim\Delta$（雨前埋深）图（图10），可以看到，虽然各次降雨时的外部条件均不相同，但对同次降雨而言，总是能得到埋深越大的井获得补给越小的规律。

应该说，上述规律性的变化是符合常理的。如图11所示，在某一埋深时，地下水可能接纳的入渗补给W_r是渗入地面水量W与它沿途消耗W_c的差值，即：

$$W_r = W - W_c = W - \sum_{i=1}^{n} W_{ci} \qquad (5)$$

式中 W_{ci} —— 下渗水流滞留在第i层土层的水量；

n —— 计算埋深以上土层的总层数。

W_c总是随深度增加的，因而下渗水流沿途总在减少。到达地下水面时的入渗补给量P_r势必小于其上任一位置上的水流通量W_r。

降雨补给随埋深增大的观点是违背入渗水流沿途分配的一般规律的。它不能回答“下部增加的补给量由何而来？”这样一个简单的疑问。究其原因，是由于使用包气带做容器去

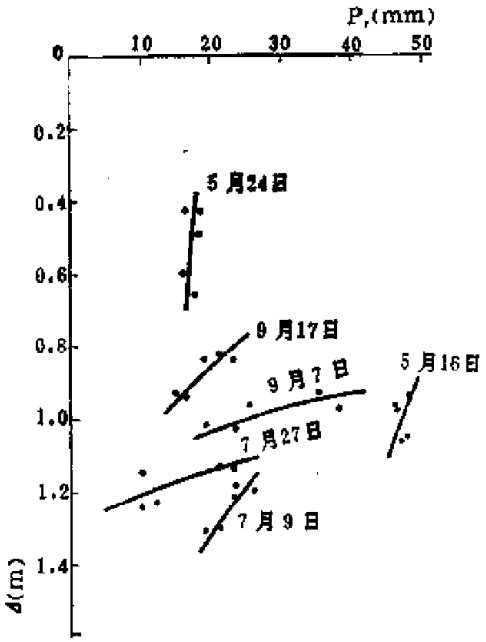


图 10 五道沟C_1～C_8井各次降雨P_r～Δ关系图

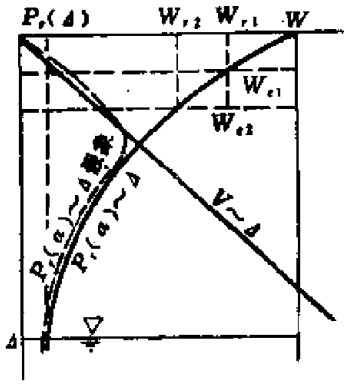


图 11 $P_r(\alpha)$～Δ曲线形成示意图

量测补给量的结果。这意味着在考察入渗补给和地下水埋深两者关系中，掺合了包气带容积的影响。它的曲线形式，正是P_r～Δ曲线与V（库容）～Δ曲线的混合（图11）。这种关系线只能用来描述特定条件下的P_r～Δ关系，而不具有普遍意义。它不能用于条件改变后降雨入渗补给的预测。

包气带容积是入渗补给量的一个外部约束，并不在实质上影响它的数值。可以用杯子接水来比喻。补给杯子的水量并不只限于杯子的容积，还有那源源流出杯外的水流，改变接水条件，那些水就可以纳入杯中。在本次计算中，从表1可以看到，地块中部地下水位经常抬高至地表，与地表水合为一体，降雨补给被计入地表水系统中，单独地下水系统接纳的补给量平均只有276.2mm。而两侧水平径流较强烈，降雨渗入的水量总能为地下水系统所接纳，累计补给量可达329.1mm。如果在地块中部保持相应的开采，那里的渗入补给量完全可以达到329.1mm以上。在这种情况下，包气带容积约束的作用会逐渐减弱以至消失。同样，最佳埋深的说法也失去其原定的意义。

降雨入渗补给是地下水补给的主要组成成分，影响因素众多。除了地下水埋深之外，还有雨量、雨强、包气带岩性、结构、前期土壤含水量等等。上面的讨论仅限于降雨补给与地下水埋深间的一般定性关系，还远不能对它们之间的具体数量关系得出结论。

3.地下水垂向消耗的组成

一般认为，平原地下水位的下降是由潜水蒸发所引起。由图5可以发现，紧接在地下水补给峰之后的垂向消耗量大大地大于平常值。而按理，雨后的蒸发主要应先消耗润湿的土壤水。这样，垂向消耗就很难说是全由蒸发引起的了。

没有确切的资料说明垂向消耗是由哪些部分组成的。为了解释上述现象，我们可以做以下推测：

（1）越流量 上部亚粘土层之下有中细砂层。降雨时，亚粘土层水位首先抬高，破坏了两层之间的动态平衡，较多的水就会被压入砂层，导致亚粘土层水位升后骤降，表现出它的垂向消耗剧增。

（2）水气分离 降雨入渗在近地表形成的饱和层封闭了包气带中的空气，观测井的水位峰值反映了这种水气混和的压力状态。此后，气体从中逸出，导致观测井水位下降。

（3）二次入渗 在自然环境中，亚粘土具有结构成因的超毛细孔隙以及生物成因的虫孔、根孔等通畅的水流通道。降雨首先通过这样的通道较快地补给地下水，在这样的超毛细孔隙系统中水位上升，然后超毛细系统四周的微毛细孔隙从超毛细孔隙中获得补给而充水，造成超毛细系统的水位下降。

以上推测都能很好地解释紧接补给峰后垂向消耗偏大的原因。其中，如果第（2）、（3）两条推测成立，就会对目前地下水工作中的常用方法是否可行提出疑问，从而产生一连串问题。所以，深入研究水在地下运动的机理，有目标、有计划地配置观测试验设施，是一项紧迫的任务。

本文计算、分析的数据资料，全部引自1965年8月安徽省水文总站刊印的《青沟径流实验站水文资料（1962～1964）》。为此，向当年通过自己辛勤劳动，为水文科学积累了宝贵资料的有关人员致以谢意。

参 考 文 献

[1] 薛禹群、朱学愚，地下水动力学，地质出版社，1979。

应用游程理论分析农业干旱的初步研究*

阚贵生 孙荣强 耿雷华

一、概 述

干旱是一种常见的自然灾害，也象洪水一样具有很大的破坏性。一般所提干旱多指发生的干旱灾害而言，和通常所说的气候干旱有着完全不同的概念。干旱的含义众说不一，然而实质上可理解为在一个地区某一个特定时期的自然供水，包括降雨、径流、融冰化雪等，而非人为影响，满足不了最低限度或特定标准的需水要求，从而造成经济上的损失甚至破产则谓之干旱。对农业来说，则是在自然供水不足的情况下，引起土壤水的亏缺以致造成农业大量减产或无收的现象。干旱不仅是我国北方旱作农业发展的主要障碍，在南方象四川的东北部、云贵高原以及广东省湛江和海南岛的西部丘陵地区，因缺少灌溉条件，也经常遭受干旱的威胁。近30年来全国平均每年受旱面积约3亿亩，占全国总耕地的19%，其中减产三成以上的成灾面积约1亿亩，占全国耕地的6.6%，这样每年因受旱而损失的粮食总量大约50亿kg，危害很大。因而研究农业干旱的发生发展规律，尽量减轻灾害程度，具有重要的现实意义，同时，这也是一个相当困难和研究基础十分薄弱的课题。

尽管农业干旱研究工作存在不少困难，但随着生产的需要，这项工作还是一直受到国内外有关学者的重视。从早期的经验公式到七十年代以后的各类数学模型，这些都不断推动着干旱的研究工作。1967年以后应用概率论和随机过程理论研究农业干旱的工作，越来越受到人们的关注，是当前研究农业干旱的一个重要方面。

二、游程理论及其用于农业干旱的分析方法

把概率论和随机过程理论用于干旱的研究始于六十年代，Maria Alzira Barata Antunes Dos Santos[1]将1967年作为点干旱随机特性研究的里程碑。接着出现了为数众多的有关这方面的理论研究，其中V·Yevjevich[2]是这方面研究者的先驱之一。本文从游程理论（run theory）出发，研究了西北地区大范围农业干旱问题。游程理论是指持续出现的同类事件，在它的前后由非同类事件所隔开，如旱涝的交替出现等，假如研究变量是离散序列，对选定的标准量x_0，除正常年份$x_i-x_0=0$外，凡$x_i-x_0>0$者，具有正变差；

* 本文完成于1985年2月。

$x_i - x_0 < 0$ 者具有负变差。由一个负变差居先，后跟连续K（原文中为m）个正变差项，说明序列有一个长为K的正游程，反之为负游程。一个长为K的正游程中一切项的和称为正游程和S；S/K为平均正游程强度，反之为负游程强度。因而用游程理论的概念，负游程长则可表示干旱持续的时间，负游程和表示供水不足的数量，负游程强度则可用来表示干旱的严重程度。

根据上述概念，应用游程长度的概率质量函数$f(K)=qp^{K-1}$可导出用于干旱研究的几何分布形式

$$P=p^{K-1}(1-p) \qquad o<p<1 \qquad (1)$$

D.M.Hershfield，D.L.Brakensiek和G.H.Comer[8]曾应用这一概念分析过美国东部的干旱特性。如所用统计变量是干旱日数，则上式中P是连续K天干旱日出现的概率，此概率是指在统计年限中发生某种长度连续干旱日数的频次占总发生频次的百分数，而不同于一般年最大选样计算的概率；p为分布参数，其物理意义为连续干旱日的条件概率（以下文中均称分布参数），可结合实测资料按下式求得：

$$\frac{\sum_{K=1}^{\infty} S_1 p^{K-1}(1-p)K}{\sum_{K=1}^{\infty} S_1 p^{K-1}(1-p)} = \frac{1}{1-p} \qquad (2)$$

式中S_1为统计年限中各种统计长度的连续干旱日序列的总数(表1中总频次数)，左端分子是干旱日总数，分母是各种统计长度连续干旱日序列总数。为便于对式（2）各项意义及其相互关系的理解，笔者作了如下分析论证：左端分子$\sum_{K=1}^{\infty} S_1 p^{K-1}(1-p)K = S_1(1-p)\times\sum_{K=1}^{\infty} p^{K-1}K = S_1/(1-p)$，左端分母$\sum_{K=1}^{\infty} S_1 p^{K-1}(1-p) = S_1(1-p)\sum_{K=1}^{\infty} p^{K-1} = S_1$；以上两式之比即为方程式（2）。

分布参数确定之后，对各种长度K的连续干旱日数的发生概率均可由（1）式算出。由于气候特性不同，因而可以反映出同一种长度的连续干旱日数，在地区上发生的概率存在着明显的差异，从而客观上反映了干旱规律的地区变化。

三、游程理论法在西北地区分析农业干旱的应用

本文对西北旱作农业区共选用了38个雨量站日降水资料，统计了连续干旱日数和降水日数各种变化特性，年限一般为1951～1980年。年内统计分两个时期，一为全年统计，另一种为作物生长季（4～9月）。降水的干旱（无雨）日标准，参照本地日蒸发能力，是以降水对作物生长无效为原则，同时考虑年内蒸发能力的差别，把一年内根据不同的时期划分为三个无雨日标准，即日雨量＜1、2、6 mm，其意义是分别把12、1、2月以小于1 mm，3～5月、9～11月小于2 mm，6～8月小于6 mm定为干旱日标准，作为一种计算方案。第二种方案是以日雨量＜1、2、10mm为标准，两者差别仅在于6、7、8三个月，即把第一方案6～8月小于6 mm改为小于10mm，以此来作为第二方案的干旱日标准。统计项目为

历年1～30天（个别站为1～100天）各种长度的连续干旱日数及其发生频次；同时为反映干旱的年内变化特性，个别省分还分别统计了历年各月最长连续干旱日数，历年1～12各月连续干旱日数≥20天发生频次。以上统计工作量大部分在PDP-11计算机上实现，并对西北旱作农业区降水资料作了如下分析工作：

1.西北地区干旱的随机特性

应用公式（1）中的分布参数p和各种长度连续干旱日数出现的概率P来反映地区干旱的随机特性。以临汾站为例说明应用实测资料计算分布参数的方法。根据资料统计得出各种长度干旱日的出现次数如表1的第1、2栏，可计算相应的干旱日数及累积频次，如第

表1 临汾站连续干旱日数频次分布（1951～1980）（干旱日标准：日雨量＜1、2、10mm）

连续干旱日长度 (d)	干旱日频次	干旱日数 (d)	累积频次	计算累积频次
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	67	67	722	722
2	53	106	655	658
3	60	180	602	600
4	57	228	542	548
5	39	195	485	499
6	25	150	446	455
7	37	259	421	415
8	33	264	384	379
9	29	261	351	345
10	28	280	322	315
11	23	253	294	287
12	15	180	271	262
13	18	234	256	239
14	18	252	238	218
15	14	210	220	199
16	13	208	206	181
17	10	170	193	165
18	13	234	183	151
19	11	209	170	137
20	12	240	159	125
21	11	231	147	114
22	12	264	136	104
23	10	230	124	95
24	6	144	114	87
25	7	175	108	79
26	8	208	101	72
27	4	108	93	66
28	5	140	89	60
29	4	116	84	55
≥30	80	2400	80	50
合　计	722	8196		

3、4栏，根据式（2）算出$p=0.912$并以此数值乘其累积频次（$722\cdot p^{K-1}$）即得第5栏各种长度K天的计算累积频次，显然两者在K较大时有一定离差，调整参数p值使两者拟合较佳得出$p=0.920$。相应的累积频次分布如图1。

应用单参数线型，弹性虽受到一定限制，但计算方便，且基本上可满足干旱随机特性的分析要求。

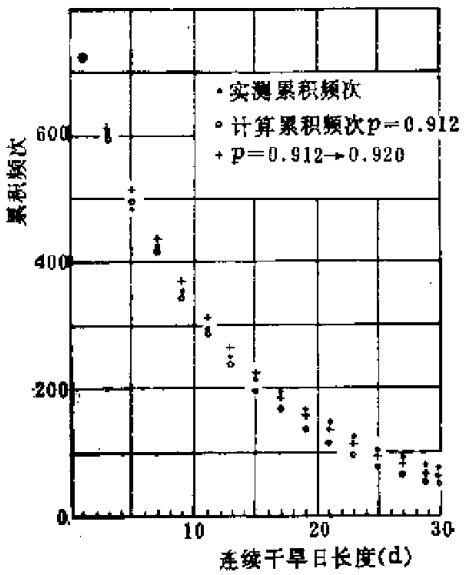


图 1 临汾站连续干旱日数累积频次分布（1951～1980）（干旱日标准：日雨量＜1、2、10mm）

另一方面，单一参数有利于分析各地干旱特性的地区变化规律。为此各站都按上述方法计算并绘制了两种干旱日标准的全年和作物生长季分布参数的地区分布图和连续15、30天干旱日数发生概率图。从结果看两种干旱日标准的参数分布图和各种长度连续干旱日数发生概率图，在反映地区干旱随机特性的规律方面，基本是一样的，不同的仅在于量上的差别。因此文中仅附一种干旱日标准（日雨量＜1、2、10mm）和有代表性的图幅（图2，3）。

图2是全年统计的分布参数，数值越大表示出现干旱的机会越多。干旱较严重的晋、陕北部地区的参数值均较大，在0.90以上；位于关中平原西部气候相对湿润的地区，则在0.88左右。

图3是全年统计连续30天干旱日数发生概率P，该图表明，连续30天干旱日数发生的概率，愈干旱的地区愈大，例如榆林站的发生概率为太寅站的2.3倍。

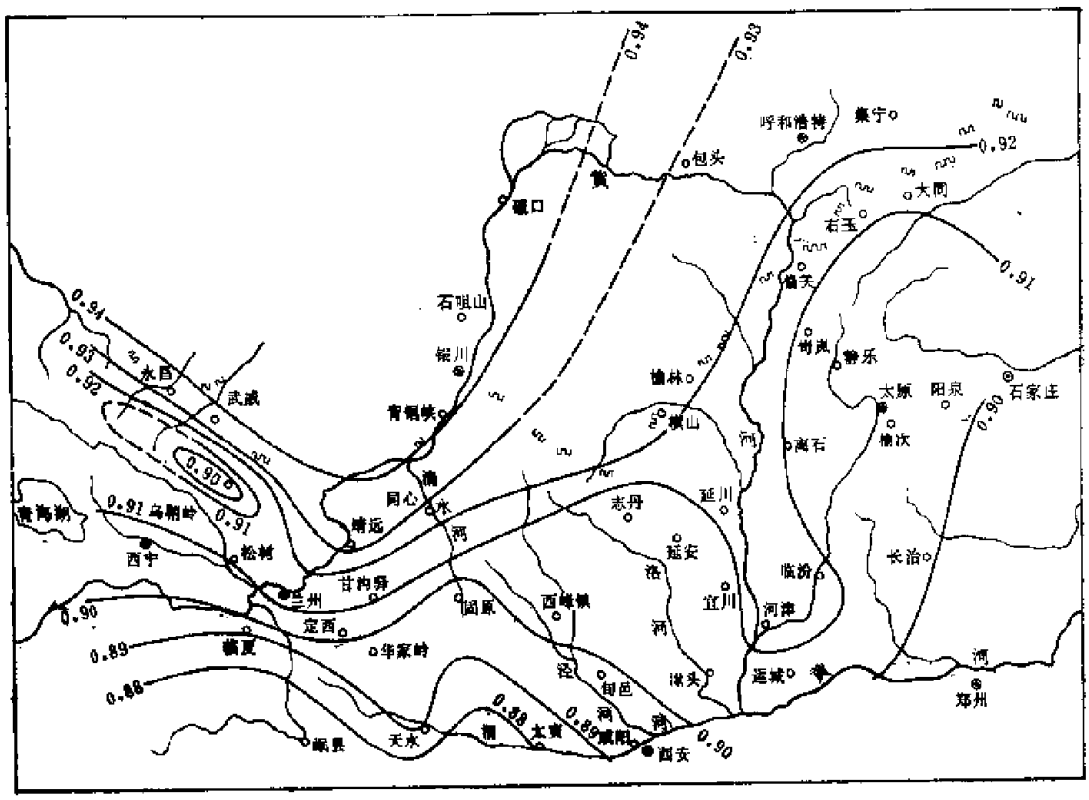


图 2 全年分布参数p

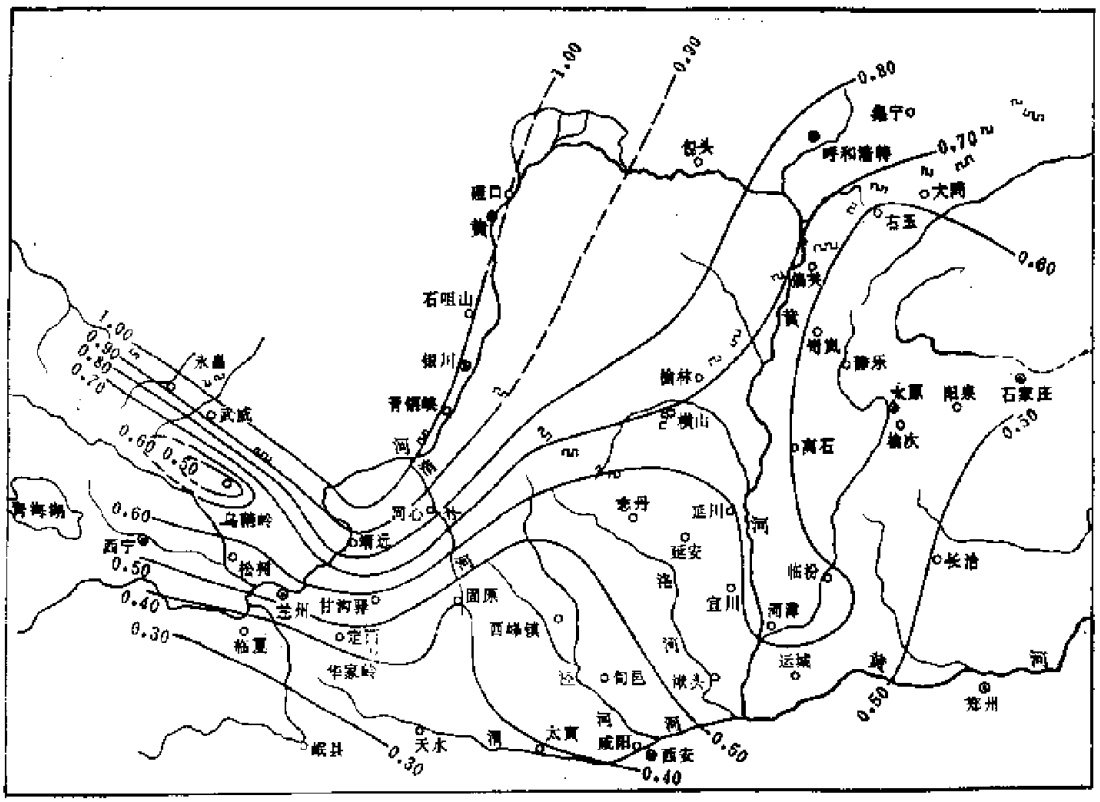


图 3 全年30天连续干旱日数发生概率$\dot{P}$（%）

从以上分析可知，全年分布参数p和连续30天干旱日数发生概率P分布图，大致自南向北逐渐增大，从晋、陕北部的长城沿线向西经宁夏清水河下游、甘肃省的东北部包括靖远、定西、兰州一带是分布参数和连续干旱日数发生概率的高值区，也是西北旱作农业严重受旱区。此外，晋、陕两省交界的沿黄两岸也是本区的易旱区。从等值线来看，一条干舌自北向南直达河津。而晋东南、甘南、祁连山区和六盘山的东南部，则是相对水分较多、发生干旱较少的地区。

2.干旱指标

应用连续干旱日数和降水日数作为检验农业干旱的指标，这在西北地区短缺资料的条件下，显得更有现实意义。根据本区很多雨量站的分析资料表明，凡各年连续干旱日数较长和降水日数较少的，绝大部分是较干旱的年份，作物一般受到不同程度的减产。作物生长季的统计资料，较全年统计反映的上述关系略好一些（图4，5）。

连续干旱日数和降水日数实际上只反映水量的问题，对作物生长需水量来说，同样的降水而年内分配则起着重要的作用。为此，把年内雨型作为一个辅助指标，取得了较好的效果。经过分析，把本区降水划分为三类九型：第一类为正常年（normal year），即年总降水和分配接近常年；第二类为干旱年（dry year），年总降水量小于常年；第三类为丰水年（wet year），年总降水量大于常年（表2）。

表2中的雨型指数，是根据对作物生长有利或有害而经验给定的一个经验数值指标。一般

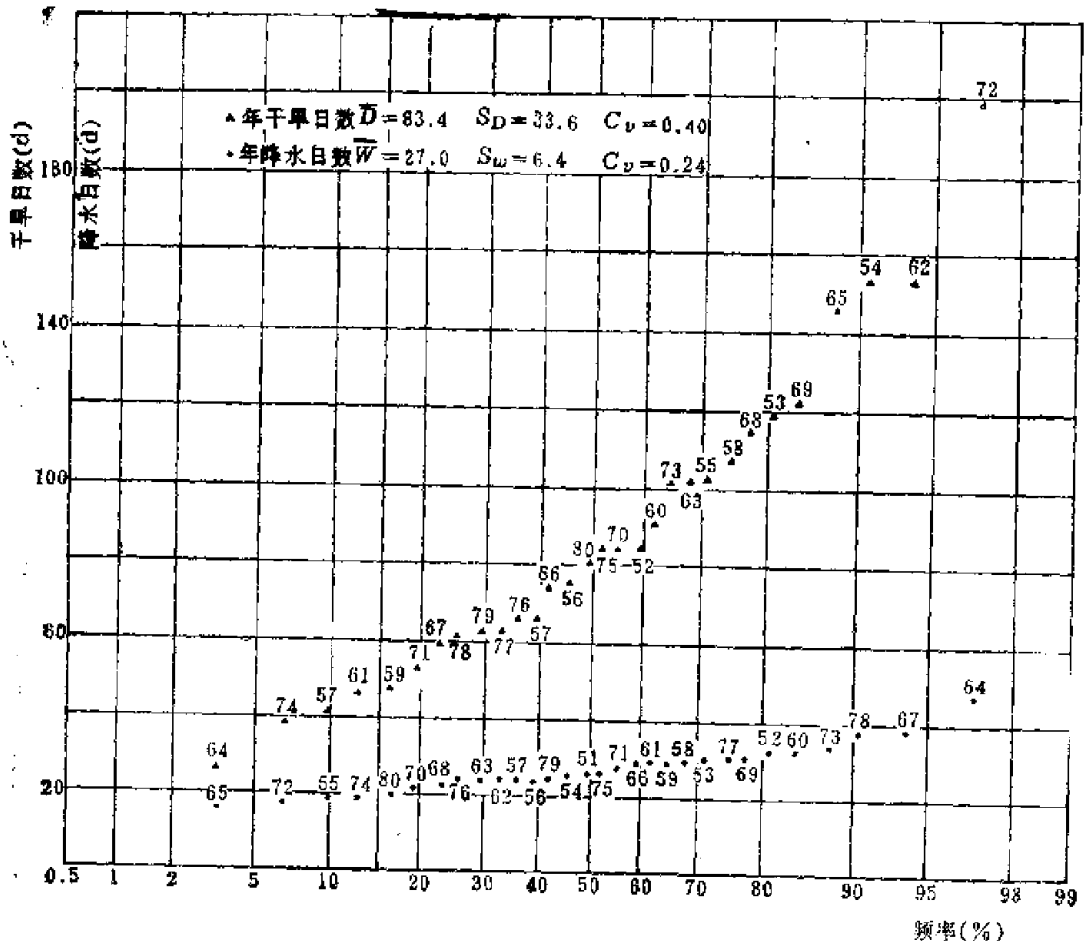


图 4 榆林站年最长连续干旱日数和降水日数在机率纸上的分布

表 2 雨型类别及其说明

类别	雨型	雨型指数	说明
正常年 (N)	N	0	年总降水量和分配接近常年
干旱年 (D)	D_1	−3	全年各月顺序累计雨量均小于常年
	D_2	−1	秋旱年，但春(或夏)季雨量多于常年
	D_3	−2	秋涝年
	D_4	−2.5	春天多雨夏旱年
丰水年 (W)	W_1	3	全年各月顺序累计雨量多于常年
	W_2	1	春夏连旱或春(或夏)旱年
	W_3	2	秋涝年，但春夏季降水均少于常年
	W_4	2.5	春夏多雨秋旱年

情况 下干旱年为负值，数值愈小表示这种雨型对作物生长愈不利。反之则有利。本区以D_1型最多，W_1型次之，榆林站D_1和W_1型之和约占47%，同心站约占55%。

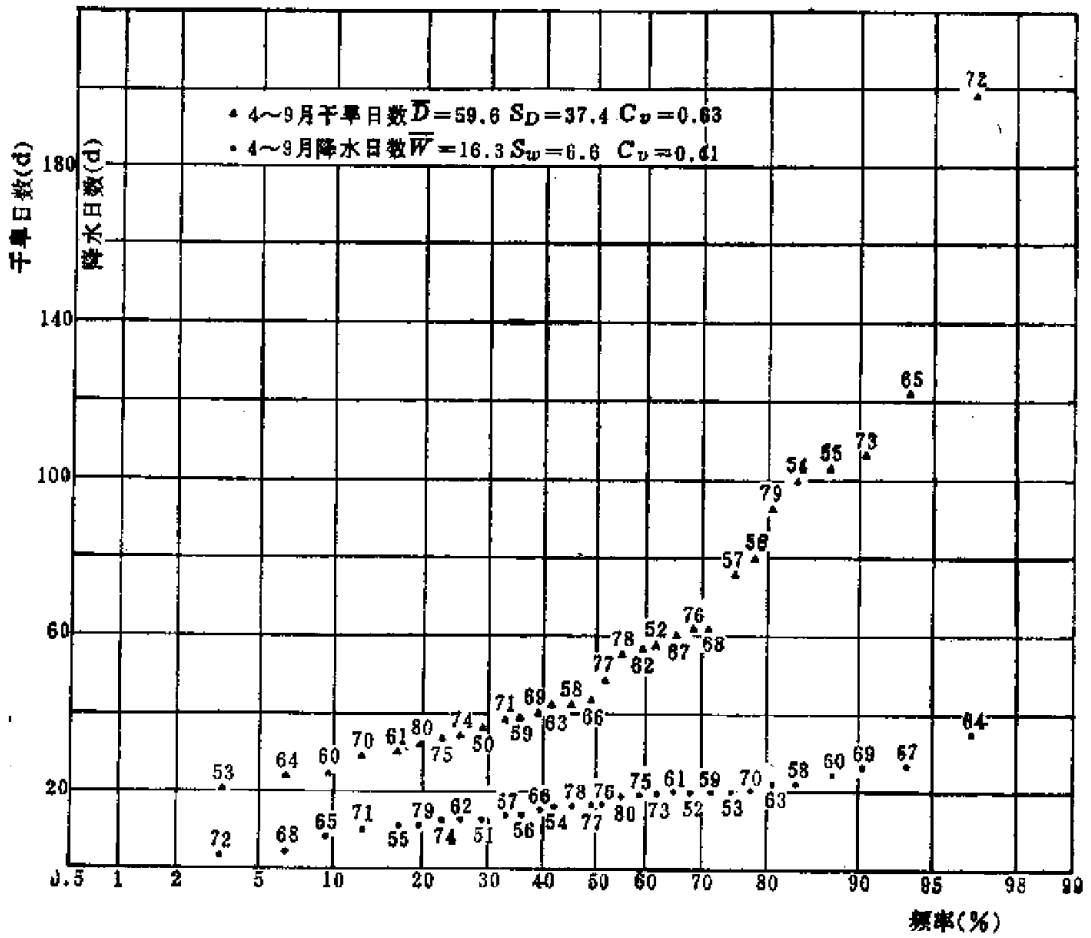


图 5 榆林站作物生长季最长连续干旱日数和降水日数在机率纸上的分布

表 3 榆林地区农业干旱的检验（榆林站雨量*）

年份	雨型	1,2,6mm 降水日数 全年	1,2,6mm 降水日数 4～9月	1,2,6mm 最长连续干旱日数 全年	1,2,6mm 最长连续干旱日数 4～9月	1,2,10mm 降水日数 全年	1,2,10mm 降水日数 4～9月	1,2,10mm 最长连续干旱日数 全年	1,2,10mm 最长连续干旱日数 4～9月	按五年滑动平均标准计算粮食单产距平(kg/亩)
1950										
51	D_3	27	14	42	36	25	12	42	36	−3.5
52	D_1	37	24	83	24	31	18	85	57	2.5
53	W_3	32	22	119	21	29	19	119	21	6
54	W_3	27	16	153	100	25	15	153	100	0.5
55	D_1	21	12	66	66	18	9	103	103	−5
56	W_4	27	16	75	50	24	14	75	75	2
57	D_2	28	16	65	45	24	14	65	65	−1
58	W_4	33	28	107	42	29	22	107	42	7.5
59	W_4	34	24	47	30	29	19	47	39	6
1960	D_1	34	26	91	24	32	24	91	24	−2
61	W_3	32	21	46	30	29	18	46	30	2
62	D_1	28	15	152	57	24	12	154	57	−8
63	W_4	25	23	101	22	24	21	101	42	−1.5
64	W_1	50	38	27	15	46	35	27	24	2

续表

年份	雨型	1，2，6，mm				1，2，10，mm				按五年滑动平均标准计算粮食单产距平(kg/亩)
		降水日数		最长连续干旱日数		降水日数		最长连续干旱日数		
		全年	4～9月	全年	4～9月	全年	4～9月	全年	4～9月	
1965	D_1	18	10	147	82	16	8	147	121	−3
66	W_1	31	20	74	46	29	15	74	46	12.5
67	W_1	39	26	60	60	38	26	60	60	6
68	N	25	5	114	61	23	5	114	61	−2.5
69	W_1	31	28	123	39	30	26	123	40	8
1970	W_1	25	22	85	29	23	20	85	29	3
71	D_1	29	11	53	38	28	9	53	38	4
72	D_1	22	5	141	141	18	3	192	192	−6
73	W_2	34	22	101	87	33	18	106	106	11
74	D_1	19	13	38	5	19	12	38	35	13
75	N	27	19	84	33	26	18	84	35	17.5
76	D_2	27	18	65	61	24	16	65	61	10
77	D_2	34	19	62	49	30	16	62	49	11.5
78	W_1	41	23	61	55	38	16	61	55	1
79	D_2	32	20	62	92	26	11	62	62	3.5
1980	D_1	21	20	81	33	20	18	81	33	0.5
平均		29.7	19.1	84.2	49.1	27.0	16.3	87.4	57.9	

*榆林站雨量记录不全，用邻近赵石窑、李家庙雨量站插补代用。

3. 农业干旱的检验

一般说来，在干旱和半干旱地区，旱作农业产量的高低和降水存在着比较密切的关系，但也并非仅与当年雨量的多少呈线性变化。连续干旱日数和降水日数本身可以反映降水量的丰欠，若再辅以降水年内分配类型，则可相互补充，更好地反映农业干旱程度。本文应用所提标准作为农业干旱的检验时，首先着眼于较大干旱年份，然后再顾及一般旱年。解放以来本区几个重大干旱年份为1955、1965、1972三年，尤以晋、陕两省灾情较重。在宁夏同心地区，除1965年外，1953、1957、1960、1971和1980年也都是干旱年份。现以陕西榆林地区和同心县为例，其干旱的检验结果如表3和图6、7。

表 4 榆林地区农业干旱指标

干旱等级	雨型	降雨日数 (d)		最长连续干旱日数(d)	
		全年	4～9月	全年	4～9月
1,2,10mm					
严重干旱	D_1	<20	<10	>140	>100
一般干旱	D	20～均值	10～均值	140～均值	100～均值
1,2,6mm					
严重干旱	D_1	<25	<15	>100	>80
一般干旱	D	25～均值	15～均值	100～均值	80～均值

从图3、7的检验结果来看，所用指标和农业产量增减变化的关系大部分是吻合的。因此，就可以给出检验农业干旱的数值指标，以榆林站为例，农业干旱指标如表4所列。

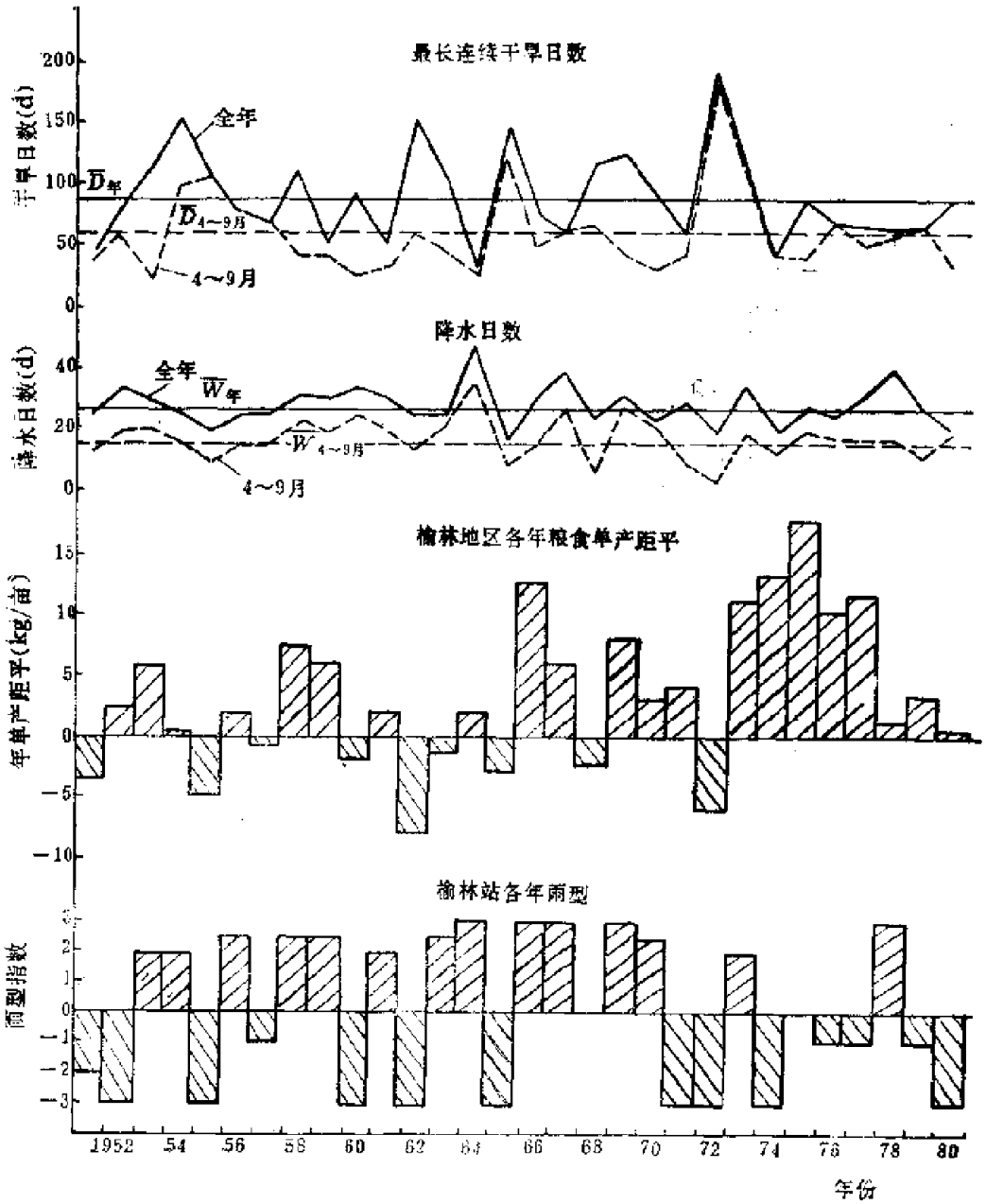


图 6 榆林地区农业干旱的检验（榆林站雨量）

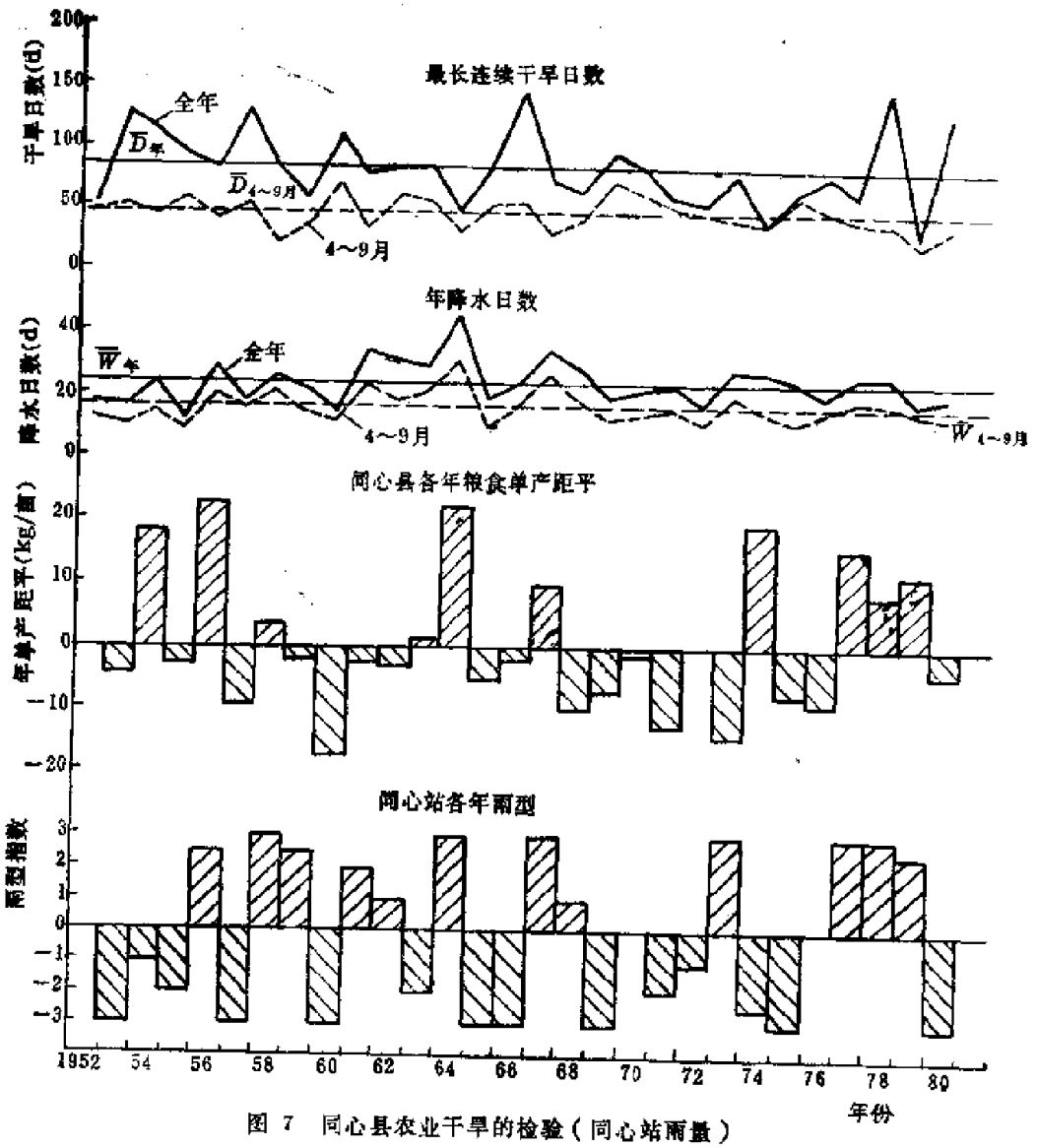


图 7 同心县农业干旱的检验（同心站雨量）

四、结　　语

应用游程理论分析农业干旱问题，是初步尝试，主要着重于方法性探讨。通过西北地区的资料分析，可以得到以下几点认识：

（1）根据分布参数p和各种长度连续干旱日数的发生概率P等值线图，基本上反映了地区干旱的随机特性。

（2）以全年和作物生长季连续干旱日数越长和降水日数越少则愈干旱这样一个基本事实，作为检验农业干旱的标准（无灌溉条件下）。同时应用雨型作为辅助指标，可弥补只用降水总量来反映干旱标准的不足。

本文对大范围农业干旱问题做了一些分析工作。若进一步用于一个地区的生产实践，还须结合当地的实际条件，过细地处理好以下环节：首先要结合作物生长季节划分合适的统计

时段；其次要结合作物生理特点分类进行检验；第三弄清减产原因，因为作物减产并非均由干旱造成。以上三个环节若处理得当，将会进一步改善农业干旱的检验效果。

参 考 文 献

[1] Maria Alzira Barata Antunes Dos Santos, On the Stochastic Charaterization of Regional Droughts, Lisbon, October 1981.

[2] V.Yevjevich, Stochastic Processes in Hydrology, Water Resurces Publications Fort Collins, Colorado, U.S.A., 1972.

[3] D.M.Hershfield, D.L.Brakensiek, and G.H.Comer,Some Measures of Agricultural Drought, Floods and Droughts, 1972.

形成京津冀平原地区主要农作物干旱之天气气候分析*

陈 文 言

一、引 言

京津冀平原地区是我国华北平原的一部分。这里，东滨渤海，西有山西高原及内蒙古沙漠、草原，华北平原属暖温带亚湿润气候区[1]。冬季盛行从大陆吹向海洋的西北风，气候干冷；夏季多偏南风和偏东风，湿热多雨。境内河流较多，地势平坦，土地肥沃，适宜农作物生长，是我国小麦、玉米、棉花的重要产地之一。

然而，这里农作物生产的丰欠，常与降水的多少、及时与否密切相关。当风调雨顺之年，增产丰收，反之，往往造成旱涝灾害。对此，许多学者曾做过大量的研究工作[2~4]。我们研究京津、冀平原地区农业干旱问题，即用我国东部沿海各地4～10月多年旬平均降雨量的变化，研究旬雨量的位移特点，地区分布情况及其与夏季副热带高压脊活动关系，从而找出造成这一研究地区农业干旱的规律。

二、东亚季风之进退与114°～119°E，23°～40°N范围内降雨带的移动

大陆上主要降雨带位移与每年季风的进退有密切关系。如果候总雨量急骤增加的开头作为雨季开始，则华北雨季在7月上旬来到，8月底结束，长约50多天[1]，这是雨带随季风进退的结果。在京、津、冀平原地区历年来农业干旱情况，不仅决定于雨季的到来，而且还决定于7月上旬以前的雨情，为此选择4～10月在114°～119°E（大体相当本研究区东西宽度）和23°～40°N范围内解放后29年中各观测站的多年旬平均雨量，然后按纬度大体一致的测站雨量记录，求出其纬度平均值，填绘在一张图上，分析4～10月逐旬平均雨量之变化规律；同时根据1954～1973年500hPa位势高度多年旬平均图，将西太平洋副热带高压脊线在114°～119°E范围内所在纬度的平均位置也填绘于图上。假定该高压脊活动变化情况代表东亚季风活动情况。通过对比分析，从图上可看出：多年4～10月逐旬平均最大雨量，从春到夏由南向北明显地随副热带高脊线逐步向北位移，然后从夏到秋，由北向南随副高压脊线迅速地南退。这和用候平均最大雨量位移与季风活动关系大体相同。表现在本图中低雨位移与副高压脊活动关系有以下几个特点：

*本文于1982年10月完成，1986年5月修改。

（1）由春向夏过渡期间，西太平洋高压脊曾有一次比较剧烈的南北摆动。四月份脊线在15°N附近，相对稳定少变，到5月上旬突北跳至18°N附近，而后于5月下旬又回退到15°N。这一次副高压脊之摆动，正是西风带大气环流开始巨大变动时期。冬季时由于西风受西藏高原地形影响，沿高原南侧分出一支南支西风急流在江南上空一带稳定少变，地面对应一条华南准静止锋，因此位于锋后28°N附近的最大旬降雨中心就是受此锋影响的结果。到5月中下旬以后，由于地球上整个热力带的北移，上空西风带亦随之北移，因此这时原来

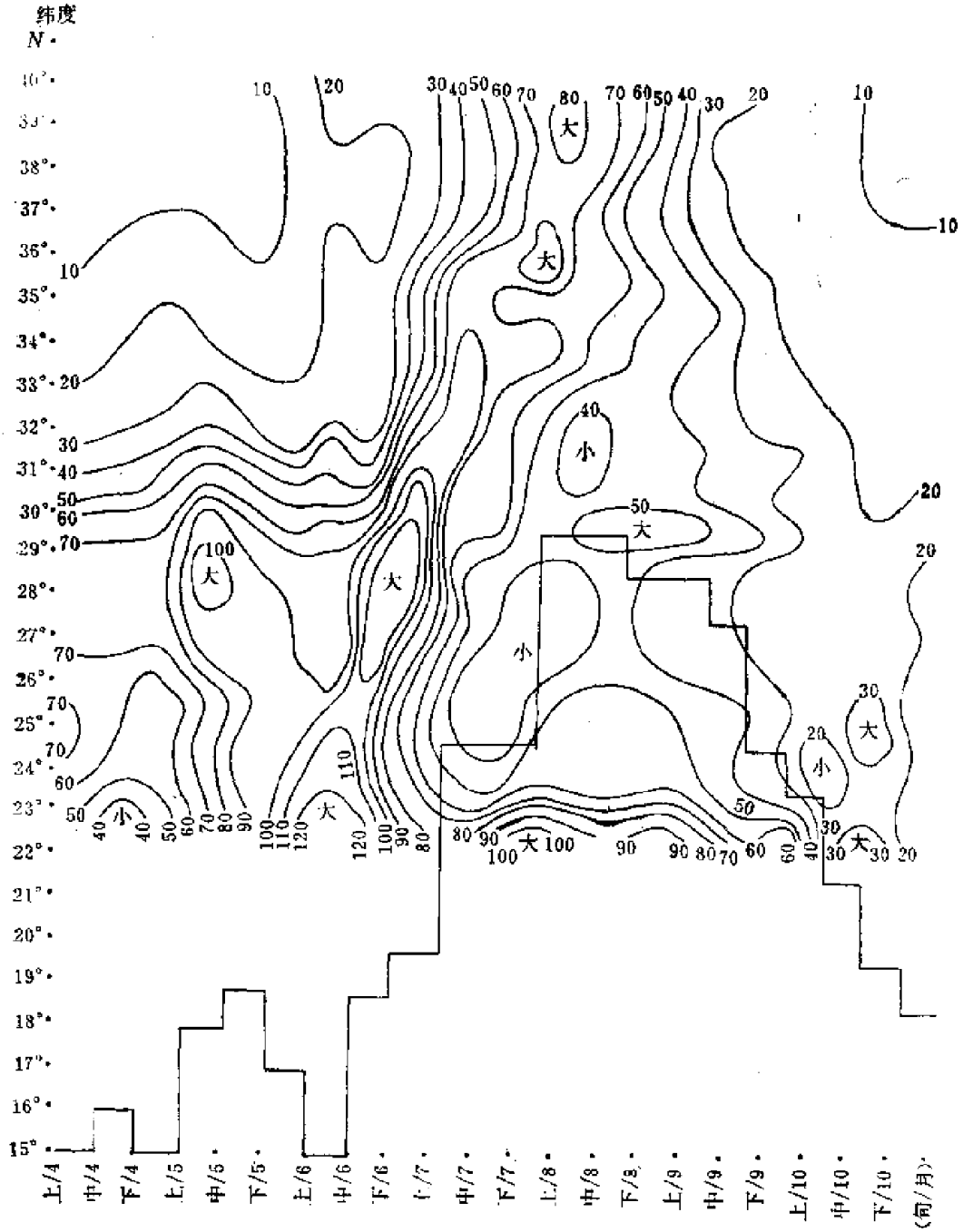


图1　4～6月多年平均逐旬降雨量（mm）及500×10¹Pa西太平洋副热带的高压线直方图在114°～119°E范围内随纬度23°～40°N的变化图

在西藏高原南侧的南支西风急流逐渐消失，地面印度热低压系统逐渐发展扩大范围，华南准静止锋随之消失，高空西太平洋高压脊逐渐发展、加强西伸，开始在低纬度活跃起来，这时华南沿海一带，受偏南风影响，形成华南沿海最大旬降雨中心，雨季来临。

（2）到了6月中旬，西太平洋高压脊线开始北跳到19°～20°N附近，稳定约20多天。这时最大旬降雨中心，已由华南沿海向北位移至长江流域，造成长江中下游的梅雨天气。

（3）到了7月上旬，西太平洋高压脊又发生一次突然北跳过程，一直跳至25°N附近，约稳定半个月时间左右，这时最大旬降雨中心已北移到黄淮一带，形成那里的多雨天气。

（4）到了7月下旬，西太平洋高压脊线发生第三次突然北跳过程，跳到30°N，停滞约半个月时间，这时京、津、冀平原以及以北地区降雨增多，为旬最大多雨中心。

（5）到8月中旬以后，由于气温开始下降，西太平洋高压脊开始减弱南退，到9月中旬迅速回到25°N附近，到10月已移到20°N以南，回复4月以前形势。在副热带高压脊线南撤过程中，与前期相比，降雨量发生很大不同，雨强不大，同时南撤也非常迅速，即历一个多月时间副高脊线由北向南退到南海洋中。

三、京、津、冀平原地区的雨季起迄

我国东部沿海地区最大降雨带随着季风进退而位移，受季风影响较大，时间较长的地区，有一段多雨时期。然而各地不同的降雨历时和雨强，必然影响农业生产。就京、津、冀平原来说，降雨多集中在盛夏7月上旬到8月底，所以要划分雨季的起迄时间。但究竟以什么样的标准来划分雨季？各家有所不同。较早提出划分雨季起迄的有高又禧和徐淑英同志，在他们1962年发表的《东亚季风进退与雨季的起迄》一文中指出："以候雨量的大雨带第一次到达某地和第二次经过同一地区作为地区雨季的起迄。"这里划分雨季起迄日期是不包括过渡时期在内的，所以联系农业实际生产不够紧密。为此我们采用段月薇、许孟英所规定的标准，即R＝汛期（4～10月）总降水量/月时间旬数（21旬），计算R值，将雨量等于或大于R值的旬期作为雨季的开始期，小于R值的前一旬期，则为雨季的终止期。

在京、津、冀平原地区，对1951到1979年共29年的旬雨量资料，分别计算了21个代表站的R值，及各测站4～10月历年的旬平均值$\overline{R}_{旬}$，如下表所示。从表中看出，有以下几个特点：①汛期中平均最大降水量都集中在7月中旬到8月中旬这一个月中，即三伏天降雨最多；②各地进入雨季时间，一般在6月下旬，到8月下旬雨季结束，雨季前后共历约70天，只有个别地区略有例外（提前或推迟）。

四、京、津、冀平原地区农业干旱类型

上述京、津、冀平原地区的雨季起迄属于季风进退正常情况。按照本地区雨量，结合小麦、玉米和棉花主要农作物每年生长需水时雨量不足，反而造成的农业干旱，今把干旱分成春旱、初夏旱、伏旱以及夏末初秋旱四种类型。根据1951～1979年雨量资料，规定各类干旱的指标如下。

表 1　京、津、冀平原地区的雨季起迄情况表

站名	纬度 N	经度 E	4～10月多年逐旬降水量平均值$\overline{R}$旬(mm)																					$\overline{R}$ (mm)	进入雨季平均时间	雨季结束时间	雨季长(旬)
			4月			5月			6月			7月			8月			9月			10月						
			上	中	下	上	中	下	上	中	下	上	中	下	上	中	下	上	中	下	上	中	下				
黑　寨	39°43′	119°10′	5.4	8.3	11.3	10.9	14.9	21.3	32.7	33.6	34.1	55.0	74.1	120.0	81.6	68.2	44.4	21.2	22.7	10.3	10.4	10.2	8.7	33.1	6月中旬	8月下旬	8
唐　山	39°38′	118°10′	5.3	6.5	8.4	9.6	9.4	13.2	24.7	31.8	32.4	57.5	63.7	101.9	74.8	71.3	43.5	19.6	20.1	10.9	10.7	10.8	9.0	30.0	6月中旬	8月下旬	8
乐　亭	39°29′	118°34′	4.5	7.8	10.8	9.6	10.9	17.9	26.3	31.5	27.5	38.3	66.3	89.5	63.4	64.2	40.2	13.7	18.6	9.1	5.3	9.7	6.7	26.9	6月中旬	8月下旬	8
天　津	39°06′	117°10′	5.7	6.8	8.8	10.5	8.3	11.7	30.3	14.4	23.8	49.2	57.3	88.9	74.0	53.0	36.9	17.7	15.3	9.3	8.8	7.8	8.0	25.9	7月上旬	8月下旬	6
塘　沽	38°59′	117°43′	5.6	7.2	8.3	8.9	8.7	11.5	23.5	19.4	22.0	48.5	54.9	103.8	74.2	60.0	46.2	18.9	20.4	12.1	11.0	7.6	7.2	27.6	7月上旬	8月下旬	6
北　京	39°48′	116°28′	6.5	6.4	6.4	7.7	7.7	17.8	20.4	20.7	35.5	45.2	60.9	92.3	105.0	74.3	37.0	20.9	21.0	16.1	9.1	6.1	8.4	29.8	6月下旬	8月上旬	7
保　定	38°50′	115°34′	5.3	6.2	7.6	7.8	9.6	13.7	18.1	15.7	33.2	43.0	56.7	74.1	90.5	66.3	35.4	15.5	14.5	9.9	13.1	6.2	7.7	26.2	6月下旬	8月下旬	7
霸　县	39°06′	116°26′	4.8	6.5	7.2	6.1	7.7	9.8	17.8	17.8	30.7	38.5	58.0	85.1	70.6	65.3	28.1	20.9	12.8	10.6	6.7	8.2	6.5	24.7	6月下旬	8月下旬	7
定　县	38°31′	115°01′	5.0	6.3	8.1	9.3	7.2	12.5	18.3	10.8	27.0	29.8	49.7	56.4	95.2	56.6	33.6	15.8	13.9	10.8	15.8	5.5	6.6	24.0	6月下旬	8月下旬	7
献　县	38°11′	116°17′	5.6	9.8	5.8	7.7	8.7	14.3	20.4	12.4	26.9	45.7	72.6	81.1	62.1	50.6	36.7	20.6	28.3	10.4	11.6	9.3	6.4	26.0	6月下旬	8月下旬	7
沧　县	38°20′	116°55′	6.5	8.0	7.8	9.4	6.6	16.8	24.8	17.6	33.5	57.3	67.1	92.1	61.2	63.9	42.5	23.2	14.2	9.6	10.9	9.3	7.0	28.1	6月下旬	8月下旬	7
石家庄	38°04′	114°26′	6.5	7.1	9.2	11.6	8.5	15.0	13.7	14.9	26.4	37.8	59.6	55.1	87.2	48.6	35.5	25.9	14.6	15.7	15.0	8.5	8.4	25.0	6月下旬	9月上旬	8
衡　水	37°44′	115°42′	6.3	10.7	7.5	7.9	11.6	13.5	16.8	13.8	29.2	38.6	58.6	70.8	56.3	41.2	33.2	16.0	10.2	14.4	10.1	10.3	7.3	23.0	6月下旬	8月下旬	7
德　县	37°26′	116°19′	7.3	10.2	11.4	8.8	11.1	11.6	25.8	15.9	30.1	45.5	62.8	83.8	59.1	53.0	35.5	20.9	13.4	12.4	12.3	10.4	7.9	26.2	6月下旬	8月下旬	7
黄　壁	37°38′	114°21′	5.3	6.5	8.7	10.5	9.8	12.3	14.8	16.7	31.6	37.4	56.2	60.6	63.2	44.6	43.5	25.8	14.8	14.6	14.6	9.5	7.1	28.1	6月下旬	8月下旬	7
南　宫	37°22′	115°23′	5.5	8.8	7.4	10.4	8.5	7.7	15.4	12.7	25.5	34.1	53.0	77.2	55.1	42.1	30.4	20.6	10.9	13.7	11.2	13.0	8.8	22.4	6月下旬	8月下旬	7
邢　台	37°04′	114°30′	6.2	7.5	11.8	10.5	6.5	10.8	15.9	15.9	26.3	34.1	54.5	56.7	82.6	39.4	31.3	23.1	10.3	15.8	15.4	9.7	9.4	23.8	6月下旬	8月下旬	7
威　县	36°57′	115°11′	6.9	11.4	11.2	6.6	7.4	10.0	16.4	18.6	24.6	44.8	60.7	84.5	71.9	44.6	37.5	19.5	14.1	17.9	15.6	12.5	8.8	26.2	7月上旬	8月下旬	6
大　名	36°17′	115°08′	6.4	8.7	15.3	8.1	9.2	11.4	17.6	65.0	26.0	45.2	51.5	79.3	60.8	39.5	33.9	15.9	13.8	13.6	11.0	13.2	9.4	24.0	6月下旬	8月下旬	7
临　清	36°51′	115°43′	7.4	11.0	14.2	10.2	10.2	12.1	25.0	14.7	26.4	42.6	49.7	67.4	65.8	46.5	34.2	19.3	15.6	11.7	14.0	13.2	5.6	25.5	6月下旬	8月下旬	7
安　阳	36°07′	114°22′	6.4	7.9	15.4	10.1	9.7	16.6	15.8	13.3	27.5	46.3	57.5	74.1	72.1	39.7	38.2	22.3	18.7	15.9	14.8	12.5	8.8	26.4	6月下旬	8月下旬	7

1.春旱

1）3～5月降水量小于137mm；

2）4月末下两场大于或等于10mm的雨，或者下一场大于或等于20mm的雨。

规定春旱标准的原因，在于3～5月小麦正处在返青、拔节、抽穗、开花和灌浆时期，正是冬小麦最需要水分时期，同时棉花、玉米也在这期间播种生长，亦需要一定水分。如果这时期雨量不能满足这些作物对水分的要求，就会形成春旱。

而且根据以往各地对冬小麦试验资料，在冬小麦生育期的3～5月，它的需水量是这样求得的，即三种小麦产量的需水情况，分别乘上模比系数，得到小麦生育期起码所需的水量。若亩产50kg的小麦，在3～5月内耗水量为137mm。对照29年内本区21个站3～5月雨量资料，共609个站年雨量资料，只有44站年雨量资料能满足这种条件，约占7%。可见多数站的雨量并不满足此数，所以从自然降水来看，本区春旱是十年九旱。3～5月如果不能浇上返青水、拔节水、扬花和灌浆水，则会引起小麦的减产。

春季虽然干旱，但如果在4月份有两场大于或等于10mm或一场大于或等于20mm的透雨，则春播作物即可乘墒播种，还可缓和作物生育期间的旱情。

根据29年中3～5月21个站的平均雨量，区域雨量较少的年份是：1960年（28.4mm）、1972年（31.3mm）、1965年（32.1mm）、1978年（34.2mm）、1961年（35.5mm）、1968年（36.9mm）、1973年（37.2mm）、1974年（38.1mm）和1976年（39.4mm）。

从4月降水条件统计可知，全区在1955年、1972年、1974年以及1978年这四年都是100%达此标准。

2.初夏旱

本区一般6月下旬开始进入雨季，有的地区6月中旬就进入雨季，但雨季到来时间，各年很不一致。当到7月上旬雨季还未到来，这就会造成初夏旱象。因为在6月下旬到7月上旬，这段时间正在春玉米拔节至抽雄前的大喇叭口阶段，棉花处在现蕾至开花阶段，它们需水较多。同时这期间高温干燥，蒸腾量大，植株会明显受旱，卷叶萎蔫，直接影响春玉米雄花正常发育和抽雄，造成雌雄花期不遇，不能结实或籽粒不饱。另外套种玉米容易发生烤苗，幼苗变黄，形成小老苗；夏玉米不能播种。

根据本区21个站的资料，出现比较明显的初夏干旱是1968年，其次是1972年。

3.伏旱

7月中旬到8月中旬这段时间的干旱称伏旱。一般来说，此时正是本区降水高峰期，多数年份的雨量基本都能满足各种作物生长的需要，但在此期间个别地区个别年份出现短期无雨或少雨，影响各种作物的生长，对套种玉米、夏茬玉米易造成“卡脖子旱”。此外，还影响土层蓄水量，造成底墒很小，这对冬小麦播种以及大秋作物生长和产量有很大影响。

根据29年各测站雨量，可见只是在1957年、1971年于衡水等小范围地区以及1980年于京、津地区发生过这种干旱。

4.夏末初秋旱

8月下旬到9月下旬，华北雨季高峰已过，降水量明显减少。不过，此时大秋作物正处于产量形成时期，需水仍较多。如果降水量很少，会造成夏末初秋干旱，直接影响作物的灌浆成熟，引起早衰，造成晚秋作物的减产。此外墒情不好还会影响冬小麦田的整地和适时播

种。

形成本区这种干旱的比较严重的年份是1977和1979年，占区域总次数的85.7%，其次是1965年占66.7%以及1981和1958年，各占57.1%。

五、小　　结

综合以上分析，形成京、津、冀平原地区农业干旱原因，可归结以下几点：

（1）我国东部地区季风进退与降水带的位移有紧密关系。而季风活动又以500hPa平均西太平洋热带高压脊线南北摆动作代表。在汛期4～10月中，西太平洋高压伸至大陆平原上的脊线表现有三次跃进一次速退。平均每年4、5月间旬平均西太平洋高压脊线开始有一次比较大的南北摆动，摆动在15°～18°N间，正当华南季风开始，华南多雨之时，西太平洋高压脊第一次明显北跳是6月中旬，开始跳到19°～20°N附近，接着稳定20多天，这时降雨中心已由华南移到长江下游，造成长江梅雨；西太平洋高压脊第二次明显北跳到25°N附近是7月上旬，高压脊在此纬度稳定半个多月时间，这时最多旬降雨中心移到黄淮一带，形成那里多雨天气。到7月下旬，西太平洋高压脊发生在第三次北跳过程，跳到30°N附近，停滞半个多月时间，这时正是华北以及以北地区多雨之时，即华北雨季。到八月下旬以后，西太平洋高压脊迅速南撤，9月回到25°N附近，到10月已移到南海以南，仅一个多月时间，已回复到春季四月份位置。

（2）一地降水多寡，常以雨量作标准，此处计算雨季雨量用下面公式计算之。R=汛期（4～10月）总降水量/同时间旬数（21旬），计算R值，将雨量等于或大于R值的旬期作为雨季的开始期，小于R值的前一旬期，则为雨季的终止期。

京、津、冀平原地区，平均6月下旬进入雨季，8月下旬雨季结束。一般雨季长平均约为7～8旬，个别地区、个别年份可能有一点提前和推迟。

（3）按照本地区雨量情况，结合小麦、玉米和棉花主要农作物每年生长期需水量情况，将干旱情况分为四类：

①春旱：3～5月降水量小于137mm；4月末下两场大于或等于10mm的雨或末下一场大于或等于20mm的雨。

②初夏旱：6月下旬到7月上旬，未出现雨季。

③伏旱：7月中旬到8月中旬，旬降水量小于多年旬平均降雨量。

④夏末初秋旱：8月下旬到9月下旬，雨量不足，在雨季标准之下，雨季提前结束。

参 考 文 献

[1] 中国科学院《中国自然地理》编辑委员会，中国自然地理·气候，科学出版社，1985。

[2] 竺可桢，东南季风与中国之雨量，地理学报，创刊号，1934。

[3] 高又谦等著，东亚季风的若干问题，科学出版社，1962。

[4] 段月薇，许孟英，我国东部地区的雨季起迄，地理集刊第11号，1979。

中国河流水化学特征和评价*

卫光玠 杨菊芳 赵海瑞 陈 齐

河流水化学成分已经成为影响人类生存和社会发展的重要问题而受到普遍关注。在联合国教科文组织（UNESCO）国际水文合作计划第三阶段计划（IHP-III）中，已被列为最迫切的课题之一。为了保护水资源，不仅需要了解人为引起的水质污染状况，而且需要研究河流水体在自然界的循环过程中所形成的水化学特征及其时空变化。这是评价地表水资源，为合理利用和保护水资源提供科学依据所不可缺少的重要方面之一。

天然水是一种复杂的溶液，含有许多种化学元素。考虑到水中的主要离子：Ca^{2+}、Mg^{2+}、Na^{+}、K^{+}、Cl^{-}、SO_4^{2-}、HCO_3^{-}、CO_3^{2-}等的含量已占天然水中所含离子总量的98%左右，并根据现有资料条件，选择矿化度、总硬度、水的型类、pH值和离子径流模数等特征，作为分析和评价我国河流水化学成分的时空分布规律的主要指标和计算河川的离子径流量。

一、评价河流水化学特征的指标

1.矿化度、总硬度

天然水中所含各种离子、分子的总量称为总矿化度。但一般都是以溶解于水中主要离子之和来表示天然水的矿化度，它是评价不同水体所含化学成分及其使用价值的重要指标，以mg/L计。矿化度小于1000mg/L属于淡水，大于1000mg/L属于咸水或盐化水。人类生活饮用水的矿化度以不超过500mg/L为宜，超过1000mg/L，则不能饮用。工业生产常常要求用矿化度很低的水。农业用水矿化度过高，不仅不利于作物生长，而且会使土壤盐渍化。

通常，天然水的总硬度就是存在于水中的钙、镁离子的总量，并采用与其总量相当的碳酸钙含量（mg/L）表示。水的硬度与工农业生产及生活用水的关系极为密切，在人类日常生活中，水的硬度过高，不利于使用；作为饮用水，硬度过高或过低，均会严重影响人体的健康；为了保证工业产品质量和生产安全，很多工业用水都要经过处理才能使用。显然水的矿化度愈大、硬度愈高，水处理费用必然愈大，所以硬度也是水质的重要指标之一。

不同用水目标对总硬度或矿化度都有不同的限制值。参照现行各种用水水质标准[1]与河水矿化度及总硬度分级标准[2,3]，结合我国实际情况，提出下列级别指标（表1），作为评价我国河流水质的标准。

2、河流水化学类型的划分

对河流水化学成分的分类方法有多种，各种分类方法都是根据天然水的主要离子组成进行的。河水中各种离子含量的差异是河流所在地区自然地理环境形成的，所以水的类型既能反映水的主要离子组成和水质的优劣，又是探讨水化学成分的空间分布规律和成因的重要的

*本文于1985年完成。

表 1 河水矿化度、总硬度级别指标和评价表

项目 / 级别	矿化度(mg/L)	总硬度(mg/L)	水质评价
一	<50 50～100	<25 25～50	极低矿化度、极软水
二	100～200 200～300	50～100 100～150	低矿化度、软水
三	300～500	150～300	中等矿化度、适度硬水
四	500～1000	300～450	较高矿化度、硬水
五	>1000	>450	高矿化度、极硬水

注 表1所列级别指标，还参照中国科学院、水利电力部水利水电科学研究院水文研究所1963年编制的《中国水文图集》和部分省区编制的水文图集。

综合指标。

我国河流水化学类型的划分方法[8]，根据每一升水中主要阴、阳离子的毫克当量数，首先按占多数的阴离子：$HCO_3^-+CO_3^{2-}$、SO_4^{2-}、Cl^-将天然水划分为三类；重碳酸盐类、硫酸盐类和氯化物类，分别用C、S、Cl符号表示；其次按占多数的阳离子：Ca^{2+}、Mg^{2+}、K^++Na^+分为三组，分别用Ca、Mg、Na符号表示；再次按水中阴阳离子相互对比关系分为四型，分别用Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ表示。第Ⅰ型为$HCO_3^->Ca^{2+}+Mg^{2+}$；第Ⅱ型为$HCO_3^-<Ca^{2+}+Mg^{2+}<HCO_3^-+SO_4^{2-}$，第Ⅲ型为$HCO_3^-+SO_4^{2-}<Ca^{2+}+Mg^{2+}$，或$Cl^->Na^+$；第Ⅳ型为$HCO_3^-=0$，为酸性水，在天然水中实际不存在此型水。一般C类Ⅰ型水的矿化度、总硬度小，水质良好；从Ⅰ型变为Ⅲ型，水的总硬度变到大于总碱度，水的沉淀性减弱，不易软化；S类的矿化度一般大于500～1000mg/L，总硬度大，水质差；Cl类矿化度更高，水质更差，属咸水甚至盐水范围。

二、河流水化学特征的地区分布●

河流水化学成分的地区分布变化，主要受气候水热条件、地质、土壤、地形等自然地理环境的制约。多雨地区，地表不断被冲刷淋滤，可溶盐分难以积累，河水矿化度低。干旱地区，地表水不断蒸发浓缩，土壤盐渍化作用强烈，河水矿化度高。以冰雪融水补给为主的河流，矿化度低。岩溶地区和地下水补给量大的河流矿化度一般较高。

●我国对河流水化学成分的观测工作，始于1956年，到1960年前后才在全国江河上普遍开展，至八十年代初全国先后进行过河流水化学分析的水文站近2000处。根据《水文年鉴》和《水文统计》刊印资料，共统计了141656次水样、11818站年的资料，其中有182站的资料系列达15年以上。考虑到站点的地区分布和资料的代表性，选用1507站的水质资料编制我国河流水化学特征图。在编图过程中还和二十多个省、自治区和流域单位提供的统计资料和有关图件进行对照检查；西部资料短缺地区，引用了中国科学院地理研究所和中国自然资源综合考察委员会的调查和分析资料。

我国河水的矿化度、总硬度、水的类型的地区分布主要受气候条件的影响，有明显的水平地带性分布规律；在西部海拔4000m以上的高山地区，还有明显的垂直地带性分布规律。新疆河流主要靠高山融雪补给，河水矿化度随着河流海拔高程的降低而增加，水化学特征的分布趋势与昆仑山、天山、阿尔泰山等主要山脉走向平行，成狭长带状分布。有的地区主要受地质、土壤等下垫面条件的影响，水化学特征与周围相比，表现出局部差异。如黄河中游含盐黄土高原地区、黄淮海平原土壤盐渍化地区以及云贵高原岩溶地区的河水矿化度、总硬度明显高于周围地区，水的类型也不同。但总的来看，气候条件的影响还是主要的，因而我国河水的矿化度和总硬度大小的地区分布与降水、径流的地区分布相反，除沿海一些受海水入侵影响的地区外，从东南沿海的矿化度小于50mg/L、总硬度小于25mg/L的极低矿化度极软水向西北递增至矿化度大于1000mg/L和总硬度大于450mg/L的高矿化度极硬水，水的类型由重碳酸钠或重碳酸钙I型向西北变为硫酸盐类或氯化物类水（图1～3）。

淮河、秦岭是我国南北气候差异的重要分界线，此线以南大部分是亚热带气候区，为我国降水的十分湿润带和湿润带，径流丰沛，河流水化学特征的地区分布，除云南玉龙雪山以南华坪、楚雄至开远一带和嘉陵江支流白龙江和西汉水的大部分地区，因受下垫面岩层的影响，出现矿化度为300～500mg/L、总硬度为150～300mg/L的中等矿化度适度硬水外，矿化度均小于300mg/L，总硬度小于150mg/L，呈从青藏高原和云贵高原向东南沿海递减的总趋势，水的类型单一，几乎都是重碳酸钙I、II类型或重碳酸钠I型软水或极软水，矿化度低，水质优良，只有云贵高原为重碳酸数III型水。仙霞岭和武夷山东南的瓯江和闽江及台湾省河水的矿化度小于50mg/L，为我国南部也是全国范围最大的最低值区。广东梅州至陆丰一带，雷州半岛及其附近和广西沿海局部地区，河水矿化度小于50mg/L。鉴江石鼓站9年平均矿化度为37.2mg/L，1966年6月实测最小值为8.0mg/L。

东南沿海的浙闽大部、赣东南、台湾省和两广部分地区及海南岛，不仅河水矿化度极低，而且河水中钠离子含量大于钙、镁离子，总硬度为小于25mg/L的极软水。福建交溪白塔站19年平均总硬度为8.5mg/L，1975年5月实测最小值仅3.0mg/L。

淮河、秦岭以北属温带气候区域，随着纬度的增高，自南而北又分为暖温带、温带和寒温带，地貌有森林、草原和荒漠，为我国降水的过渡带、干旱带和十分干旱带。径流从比较多的淮河流域向西北减至干涸，河流水矿化度小至50mg/L，高到大于1000mg/L；总硬度低至小于25mg/L，高到大于450mg/L，河水化学特征的地区分布变化比秦岭以南大得多，水的类型多达13种。以甘肃的祖厉河流域平均矿化度最高，在6000mg/L以上，郭城驿站18年平均矿化度为8550mg/L、总硬度为3130mg/L，1975年5月实测最大矿化度为23900mg/L、总硬度为8250mg/L；宁夏小河小泉站4年平均矿化度为19200mg/L、1950年实测最大达52200mg/L，超过了海水的含盐量。这一带是黄河流域也是我国河水矿化度和总硬度最高值区，河水苦咸，难以饮用，当地人民不得不另找水源挖塘蓄引淡水。

全国十大流域片，以浙闽台河流的矿化度、总硬度最小，水的类型单一；内陆河流域的矿化度、总硬度最大，水的类型变化多。矿化度在300mg/L以下和总硬度在150mg/L以下河水，分别约占全国面积的53%和52%；500mg/L以下矿化度河水约占全国面积的73%，而且除内陆河、黄河和海滦河外，其余各流域小于500mg/L的矿化度河水都占到本流域面积的90%以上。云贵高原受岩溶地层的影响，总硬度为150～300mg/L的适度硬水分布范围

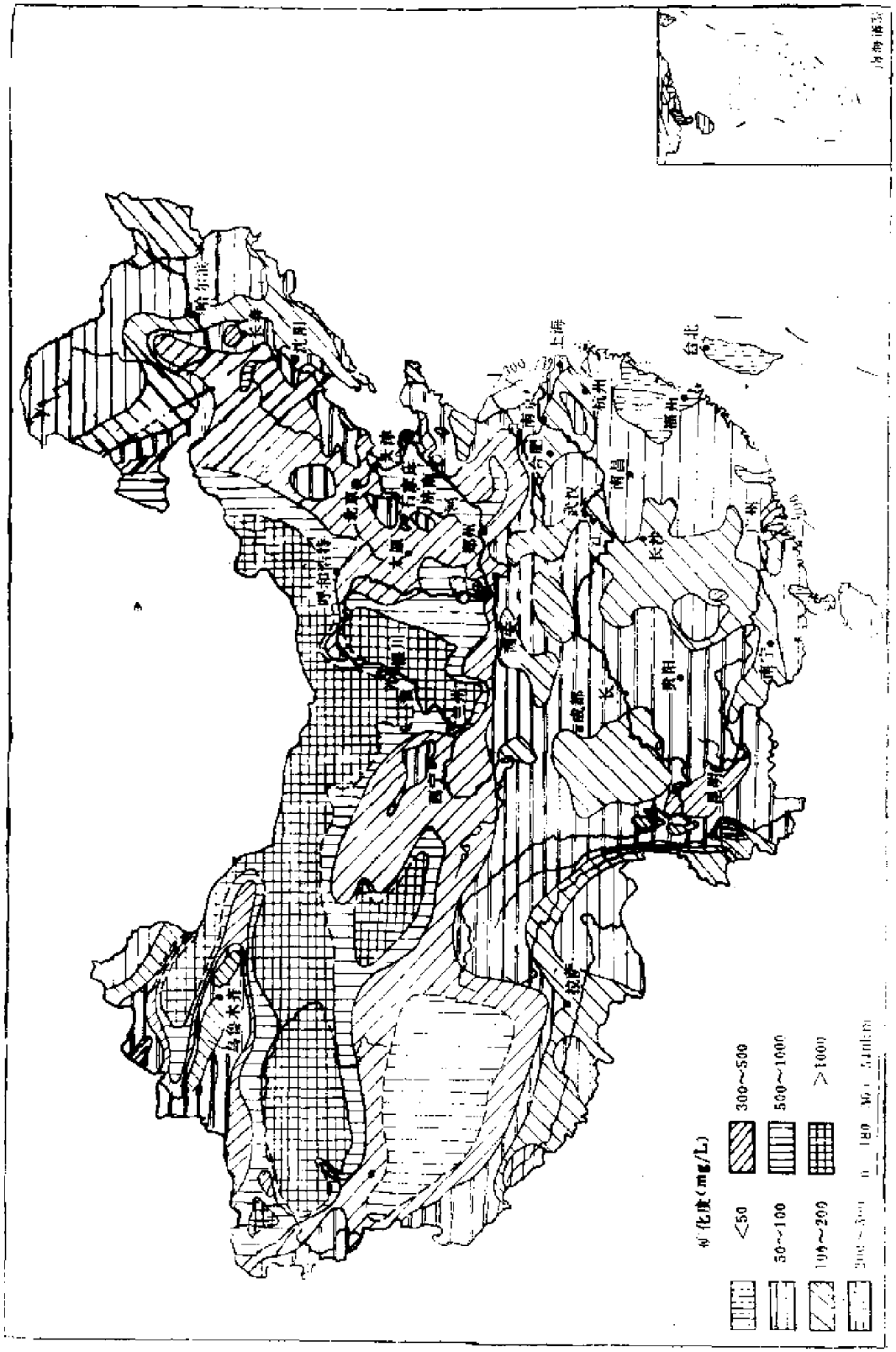


图 1 中国河水矿化度(单位：mg/L)

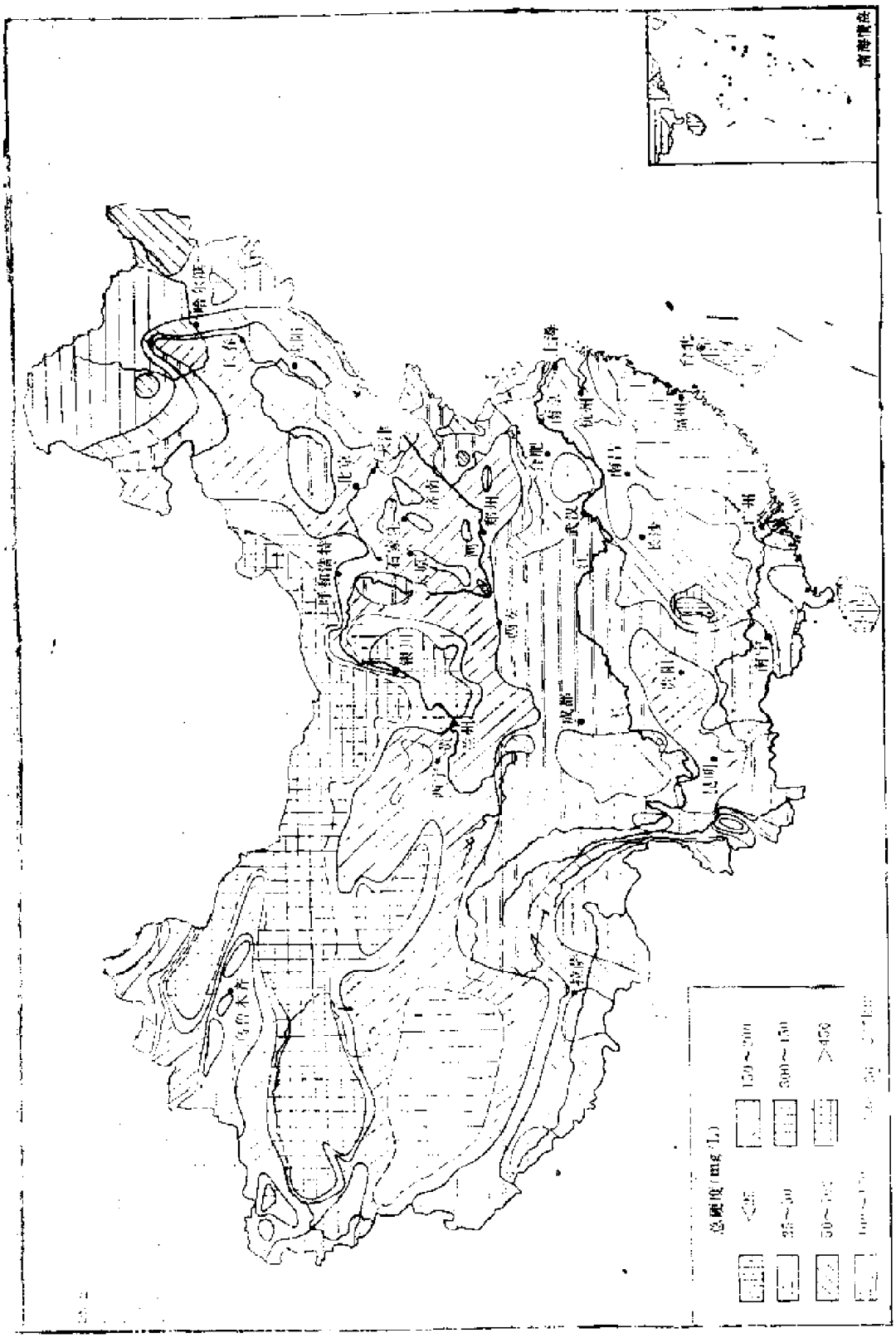


图 2 中国河水总硬度（单位：mg/L）

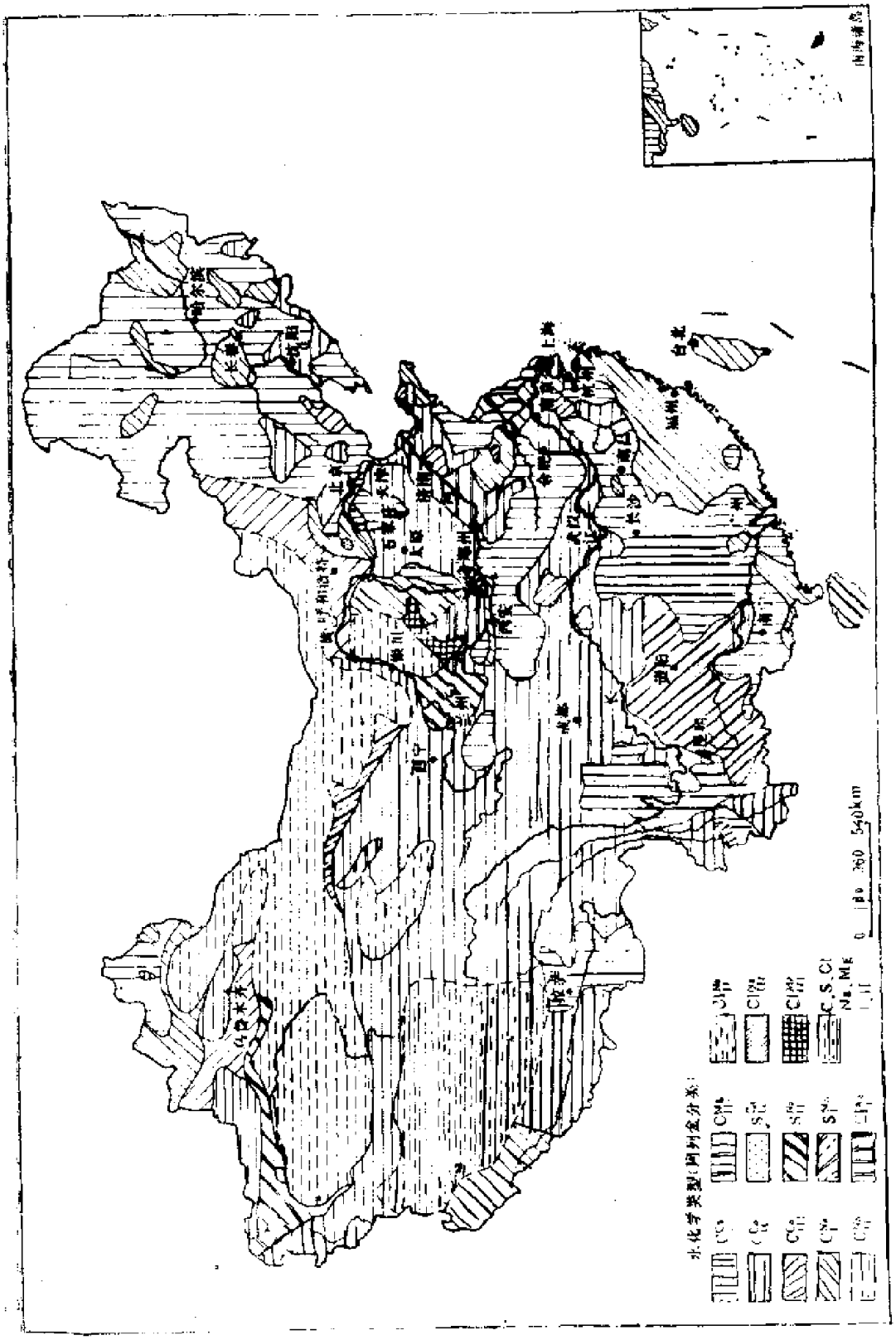


图 3 中国河流水化学类型（阿列金分类）

较大，包括贵州、云南东南部和广西西北部，因而总硬度为300mg/L以下河水约占全国面积的79%，比小于500mg/L的矿化度河水范围稍大。总的来看，我国大部分地区河水的矿化度、总硬度不高，对人民生活用水和工农业用水是适宜的。矿化度大于1000mg/L和总硬度大于450mg/L的高矿化度极硬水，分别约占全国面积的13%和12%，主要分布在内陆河流域的柴达木、塔里木、准噶尔三大盆地，内蒙古北部高原及黄河中游陕甘宁交界处的黄土高原。这种高矿化度极硬河水，对生活用水和工农业生产的发展极为不利。

全国13种类型水中以重碳酸盐类河水分布范围最广，约占全国面积的78%。内陆河流域的三大盆地、陕甘宁黄土高原、海河平原盐渍化地区、沿海非石质性海岸段的河水以及局部受盐湖影响的河流绝大部分为氯化物或硫酸盐类水，分别约占全国面积的15%和2%。藏北羌塘地区重碳酸盐、氯化物、硫酸盐三种水均有，因资料不足，未能明确划分开，这类地区约占全国面积的5%。

上述我国河流水化学特征的地区分布，主要反映了我国中等河流水化学主要特征的地区变化。全国主要江河干流的水化学特征差别较小，都属重碳酸盐类淡水，水的硬度也不高。

我国河水pH值的多年均值变化在6.5～8.5之间，完全符合饮用水的要求。但若以历年pH最小值分析，在东南沿海及东北的东部、中部矿化度极低地区，pH值常出现小于6.5的弱酸性和酸性水，这对混凝土具有腐蚀作用。另外矿化度小于50mg/L的水，由于水中含钙离子少，作为饮用水也是不太好的。

三、河流的离子径流量和离子径流模数的地区分布

1.河流的离子径流量

溶解于河水中的物质以离子状态随水迁移的数量，称为离子径流量，故河流的离子径流量等于径流量与河水矿化度的乘积。各流域的离子径流量如表2。我国河流平均年离子径流量为45268×10^4t，年平均矿化度为167mg/L，离子径流模数为47.4t/(km²·a)。长江流域面积最大，水量丰沛，多年平均离子径流量为15830×10^4t，为全国最大值，占全国离子径流量的35.0%。其次是西南诸河（含雅鲁藏布江，怒江，澜沧江，元江和李仙江等）离子径流量为8664×10^4t，占全国的19.1%。珠江流域离子径流量为6061×10^4t，占全国的13.4%。以上三流域面积占全国面积约三分之一，而离子径流量占全国的三分之二以上。内陆河占全国面积的三分之一以上，因径流量只占全国的3.9%，虽然矿化度为全国最高值区，但离子径流量仅占全国的10.0%。

我国河流可划分为太平洋、印度洋、北冰洋海域和闭流区内陆河，各海域河流的离子径流量如表3。其中以太平洋海域为最大，面积占全国的58.0%，离子径流量为34893×10^4t，占全国的77.1%，其次为印度洋海域，面积占全国的6.2%，离子径流量为5686×10^4t，占全国的12.6%；北冰洋海域，面积占全国的0.6%，离子径流量为107×10^4t，占全国的0.2%；内陆河流域，面积占全国的35.2%，离子径流量为4582×10^4t，占全国的10.1%。

属太平洋海域的离子径流量34893×10^4t中，流入日本海区的有我国黑龙江和图们江的我方部分为1662×10^4t，占4.8%；流入渤海区的有辽河、海河和黄河为4836×10^4t，占13.9%；流入黄海区的有淮河和鸭绿江的我方部分为2070×10^4t，占5.9%；流入东海区的

表 2 十大流域片离子径流量表

流域片	集水面积 (km^2)	年径流量 (10^8m^3)	矿化度 (mg/L)	离子径流量 (10^4t)	离子径流模数 ($t/km^2 \cdot a$)
黑龙江	903418	1166	136	1590	17.6
辽河	345027	487	199	967	28.0
海滦河	318161	288	465	1339	42.1
黄河	794712	662	420	2781	35.0
淮河	329211	741	260	1924	58.4
长江	1808500	9512	166	15830	87.5
珠江	580641	4685	129	6061	104.4
浙闽台	239803	2557	56.9	1456	60.7
西南诸河	851406	5853	148	8664	101.8
西北内陆河	3321713	1064	428	4549	13.7
附:额尔齐斯河	52730	100	107	107	20.3
全国	9545322	27115	167	45268	47.4

表 3 分海域海区离子径流量表

海洋分区		集水面积 (km^2)	年径流量 (10^8m^3)	矿化度 (mg/L)	离子径流量 (10^4t)
太平洋	日本海	926279	1217	137	1662
	渤海	1360304	1220	396	4836
	黄海	361677	903	229	2070
	东海	2048303	12069	143	17286
	南海	580641	4685	129	6061
	间接入南海	261824	1538	194	2978
	小计	5539028	21632	161	34893
印度洋		589582	4315	132	5686
北冰洋		52730	100	107	107
闭流区(内陆河)		3363982	1068	429	4582
全国		9545322	27115	167	45268

有长江和浙闽台地区为17286×10^4t，占49.5%；流入南海区的有珠江、澜沧江、李仙江和元江的我方部分为6039×10^4t，占25.9%。其中以东海区为最大，南海区次之，两者之和占太平洋海域的四分之三，日本海区为最小。

我国境内河流年离子径流量为45268×10^4t，从国外流入我国的离子径流量为435×10^4t，共计为45703×10^4t。其中，平均每年有26417×10^4t直接流入大海，占57.8%；有1650×10^4t经边界河流流入海洋，占3.6%；有9080×10^4t流到国外，占19.9%；共计占81.3%，即每年输走盐量37147×10^4t，还余8556×10^4t，占18.7%，滞留于国境内，主要积累在北方河流的中下游平原上和内流区的湖泊盆地中。

2.年离子径流模数的地区分布

根据中等河流的离子径流量除以相应的集水面积算得的全国各地的离子径流模数的分布

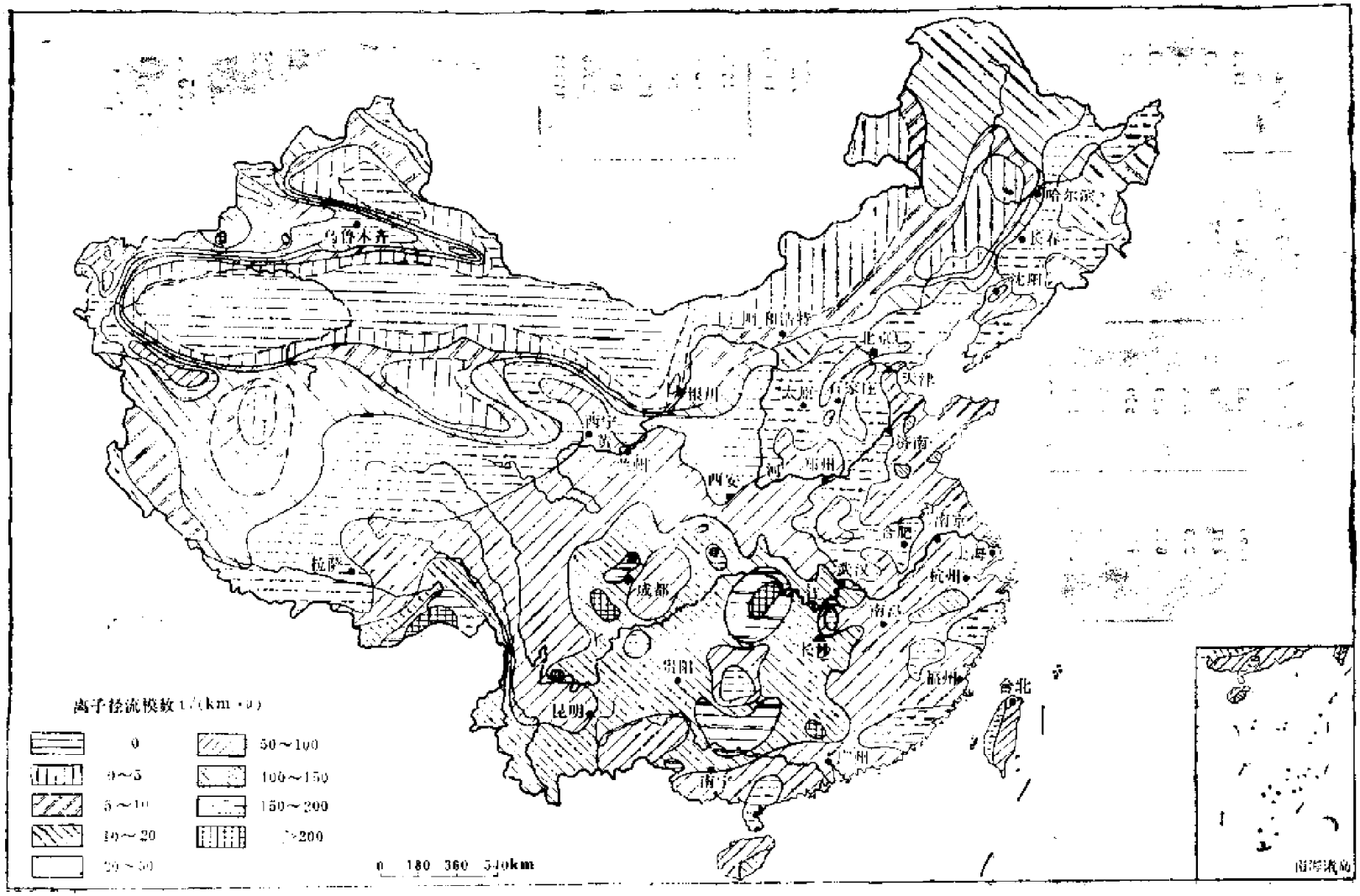


图 4 中国河流离子径流模数（单位：$t/km^2 \cdot a$）

情况，共划分为九级：0、0～5、5～10、10～20、20～50、50～100、100～150、150～200、>200t/(km²·a)，编制离子径流模数图（图4）。由于离子径流模数的地区分布受径流深和河水矿化度分布的综合影响，从图4可以看出，我国年离子径流模数的分布趋势是湿润地区大，干旱地区小，由东南向西北递减。太行山以东，吕梁山及秦岭以南、青藏高原东南部及其以东广大地区，年离子径流模数一般都大于50t/(km²·a)。长白山、燕山、太行山局部地区以及天山西部，也大于50t/(km²·a)。广西、贵州、湖南以及四川盆地周围山区、湖北南部、广东北部、云南东部和藏东南都大于100t/(km²·a)。湖北宜都到湖南桑植一带，以及四川、广东和藏东南局部地区大于200t/(km²·a)，为我国的最高值区。

东北、华北、西北大部分地区和青藏高原中西部，离子径流模数都小于50t/(km²·a)。台湾、雷州半岛和黄淮平原部分地区离子径流模数也比较小，在20～50t/(km²·a)之间。松嫩平原、阿拉善高原、柴达木盆地、塔里木盆地，淮噶尔盆地以及新疆东部，离子径流模数都小至零。

四、河流水化学动态

1.河流水化学成分的年内变化

我国降水和径流受季风的影响年内变化很大，致使河流的水化学成分与其他地表水体相比，在一年内随时间变化最大。一般汛期降水充沛，河流水量靠来自降水的地表径流补给，因而河水的矿化度、总硬度变低。枯季降水少，河流水量主要靠地下水补给，河水矿化度、总硬度增大。流域地表在冬春少雨季节，是积存盐类时期，所以初汛洪水矿化度常较汛中洪水矿化度大。汛后有时由于积存于地表的盐类被降水大量淋溶流失，因而秋季矿化度反比汛期低。在高寒地区河水靠冰雪融水补给时期矿化度低。随着河水矿化度的增减，水的化学组成也常起变化，特别当矿化度升高到500mg/L以上时，水的类型常由碳酸盐类变为硫酸盐类或氯化物类水。

图5分别代表干旱的黄土高原地区（祖厉河靖远站）、南方十分湿润地区（闽江竹岐站）、湿润地区（长江宜昌站）和有冰雪融水补给的西藏高原（拉萨河拉萨站）河流的月平均矿化度和流量过程线。图中各站均反映出汛期流量大矿化度小，非汛期反之的总规律，但在十分湿润区，河水矿化度与雨水矿化度接近，浅层地下水矿化度亦不高，因而随流量大小变化的关系不如其它地区有明显规律性。

在全国各流域选择59个站的六十年代和八十年代的资料，用春(3～5月)、秋(9～11月)、冬(12～2月)及年平均矿化度和夏季(6～8月)平均矿化度作比较，分析其年内变化，得出年内矿化度变化的一般规律是：夏季最小、冬季最大，冬季和年与夏季矿化度的比值一般都大于1，只有发生夏旱或六月份水量特别丰沛的年份，夏季矿化度大，与各季的比值才会小于1。如黄河支流清水河韩府湾站1964年6月矿化度高达5790mg/L，比9月矿化度大2.6倍，致使春、秋、冬和年的矿化度比夏季小，与夏季的比值分别为0.96、0.56、0.78和0.67。东南沿海雨季来得早，浙闽台和江西的一些河流，春季矿化度最小，与夏季的比值为0.60至0.90，其余大部分地区都是年与夏季的比值最小，一般在1.20左右，冬季与夏季的比值最大，一般为1.20～1.50，个别地区可达2.0。由于总硬度与矿化度一般成正相关变化，所以

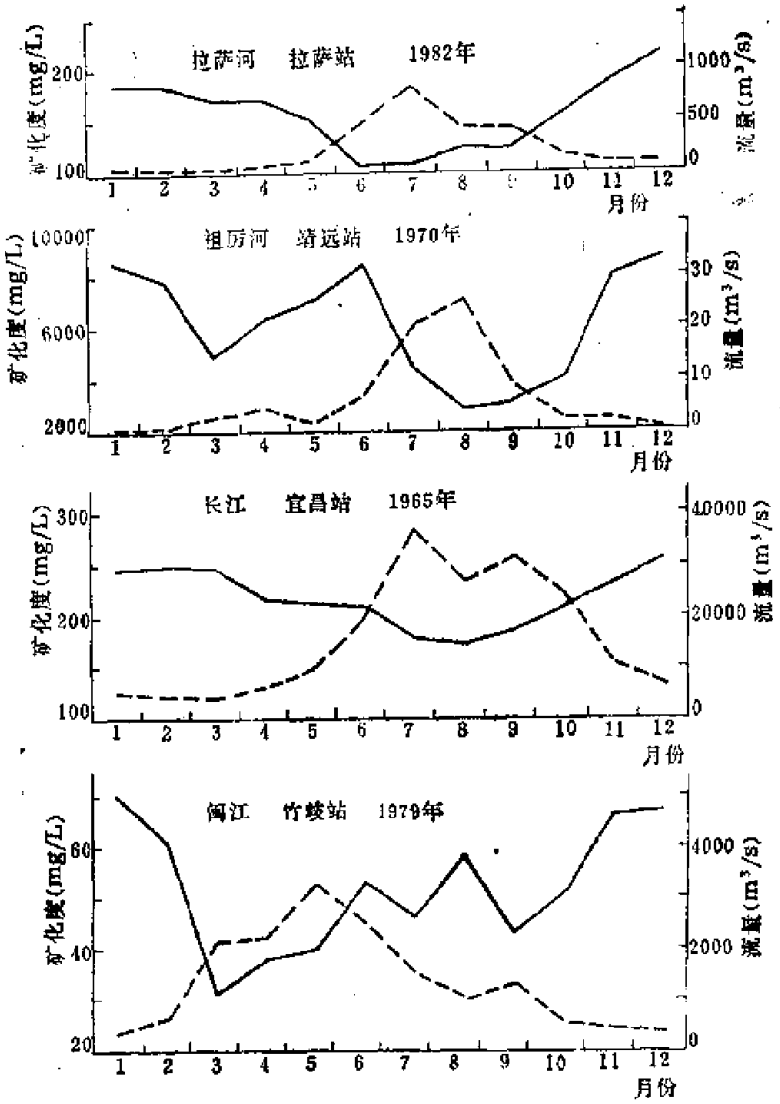


图 5 月平均矿化度与月平均流量过程线对照图

——矿化度；- - - -流量

二者的年内变化规律是一致的。水的类型年内变化的总特点是：年内矿化度在500mg/L左右变化的河流，水的类型多变，一般汛期矿化度小时为重碳酸盐类水，非汛期矿化度大时为硫酸盐类水或氯化物类水。矿化度愈小，水的类型变化愈少，在十分湿润地区和湿润地区的河流，水的类型可全年不变、甚至有历年不变的。

2.河流水化学成分的年际变化

根据全国49个系列大于20年的水化学站（少数站系列小于20年）分析得出河水矿化度的变差系数C_v在0.2左右，年际变化不加流量大，同一站径流的C_v值一般比矿化度的C_v值大得多。淮河秦岭以南矿化度的变差系数C_v普遍在0.10左右；长江流域小于其它流域，多数站C_v小于0.10。历年最大与最小年平均矿化度的倍比值全国在2.0左右，淮河秦岭以南在1.5左右，长江大部分站小于1.5。松花江水系的倭肯河倭肯站、大凌河朝阳站的矿化度从六十年

代向八十年代渐增，倭肯站23年系列的C_v值等于0.33为最大，其余大部分站的C_v值均不大。年平均总硬度的历年变化与矿化度基本一致。

参 考 文 献

[1] 汤鸿霄，用水废水化学基础，中国建筑工业出版社，1979。

[2] 中国科学院《中国自然地理》编辑委员会，中国自然地理·地表水，科学出版社，1981。

[3] O.A.阿列金著，袁龙蔚译，水文化学原理，地质出版社，1960。

苏州水网城市暴雨径流污染的研究*

温灼如 苏逸深 刘小靖 曾桂菊
莫庆源 姚静华**
万绍基***

在都市环境污染综合防治中，暴雨径流非点源污染的研究已成为重要的组成部分。我们针对苏州水网城市的特点，在城市功能典型试验区降雨径流污染的系统监测和遥感技术进行土地利用分类的基础上，建立都市暴雨径流污染的概念模型。此模型经监测资料验证，符合要求。因此，可用它推求暴雨径流过程线和水质（生化需氧量、氨氮、总磷、总氮）的污染负荷过程线，亦可估算日、月、年平均的流量和污染量。

一、苏州暴雨径流污染的概念模型

为了苏州市水污染综合防治规划，需要研究苏州内城暴雨径流的非点源污染，即从内城河各出口输出至外城河的流量及其相应的有机污染负荷量。目前解决这一类都市暴雨水排水管理模型，一般采用概念模型和水动力学模型两种途径[1~3]。我们按照苏州实际情况建立了苏州暴雨径流污染的概念模型。该模型是以降雨为输入，径流与污染量为输出的确定性集总系统，其响应函数为线性的水量单位线和污染负荷单位线，从而实现由净雨量转换为流量和污染负荷量的计算。该模型框图如图1所示，它可作为苏州暴雨水排水排污设计和预测之用。

二、暴雨径流污染的监测

苏州市内城的河网有“三横三竖和两个自流网络区”，与环绕内城的外城河道紧密相连。为了探索不同典型区的产流产污规律，在内城布设了四种城市功能典型试区（工业区、农业区、商业区和住宅区）。针对1984年内城河网现状，在主要进出口处设立七个断面，监测水量和水质。利用城东的苏州市气象台和城西的苏州市环境监测中心站内的自记雨量计实测降雨过程。在各监测断面上，同步监测水位、流量、生物化学需氧量（BOD_5）、氨氮（NH_3-N）；典型试区加测悬浮固体(SS)内包括可溶性固体和非可溶性固体；农业区增测

*本文为“六五”国家科技攻关项目子课题研究成果，参加本课题研究的还有我所：潘之棣、李士鸿、王国兴和蔡亚宾。

**苏州市环境监测中心站。
***苏州市市政工程养护管理处，还有该单位的王子忠。

本文根据1985年10月课题研究报告改写。

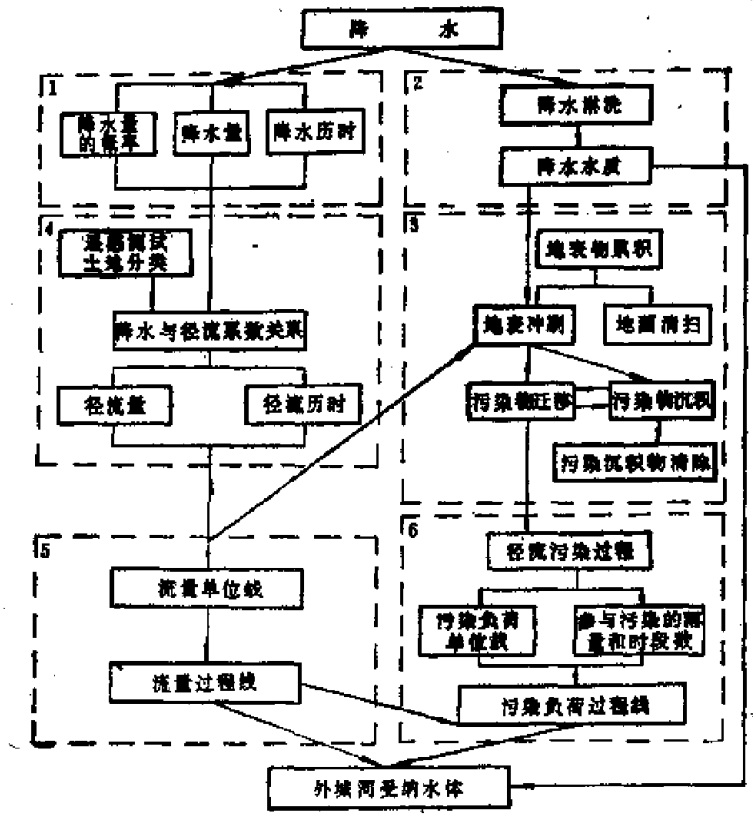


图 1 苏州暴雨径流污染的概念模型框图

总磷、总氮。

根据苏州市气象台53年的降雨资料，经概率计算后表明：1984年降雨量1072.2mm的概率$P=43\%$，重现期$N=2.3$年，属于常遇的降雨。全年降雨日数为124日，其中6～9月共监测暴雨17场，各断面水量10次，其中水质5次，雨水水质4场。此外，还进行了一日连续监测旱流的水量和水质本底值。

三、降雨的淋洗与冲刷

降雨的淋洗和冲刷污染物是形成城市径流污染重要的一环，雨水中含有各种污染物质是随成雨云层中雨核的污染成分和城市近地面大气污染状况而变化，降雨淋洗大气中污染物起了净化大气的作用，而雨水中含有污染物质降落到地面对水体又起污染的作用。降雨淋洗NH_3-N的污染量可按式（1）计算，若测定雨水中含有另一水质浓度，同理亦可按下式计算其污染量：

$$W_d=K_1C_1PF \qquad (1)$$

式中 W_d——雨水淋洗NH_3-N的污染量，kg；

C_1——雨水中NH_3-N的浓度，mg/L；

P——降雨量，mm；

F——汇水面积或水面面积，m^2；

K_1——单位换算系数，$K_1=10^{-6}$。

经我们计算降雨淋洗NH_3-N的污染负荷量，其降落在内城地表的数量为21.68t/a，而直接降落到外城河面上有1.01t/a。

降雨冲刷污染物的作用是与雨量、城市地表堆积垃圾量、沉积污物及其清扫方式和质量有关。苏州内城1984年地表清扫垃圾堆积物有73480t/a，占总堆积物量98.4%，显然，如能及时进行地面清扫，则可大大减少雨水冲刷到水体中的污染物。据分析，地表堆积物中粒径$d>2mm$的固态物质将不受雨水冲刷而移动。当降雨量$P>12.7mm$时，其地表冲刷率将达90%以上；若总降雨量一定，则降雨强度的变化对总固体的冲刷影响不大[4]。据苏州环境卫生部门统计，1984年街道保洁面积达90%左右，大部分地面堆积物已被清除，剩下能被冲刷的污染物质约有70%是来自尘埃。有关固体冲刷情况通过收集与典型阴井淤泥试样的水质分析按下式估算：

$$W_s=K_2C_2G \qquad (2)$$

式中 W_s——雨水冲刷沉积物吸附的污染物中BOD_5或NH_3-N的含量，kg/月；

G——内城每月冲刷沉积物，kg/月；

C_2——单位重量沉积物吸附的污染物中BOD_5或NH_3-N的含量，mg/kg；

K_2——单位换算系数$K_2=10^{-6}$。

苏州内城1984年降雨冲刷夹带的固体沉积量1225t，其中固体沉积物吸附的污染物中BOD_5的含量为8.36t和NH_3-N的含量为0.63t。由于城市建设部门及时清淤才大大地减少了它对受纳水体的污染。

四、苏州暴雨径流污染模型模拟的方法

苏州暴雨径流污染模型的关键是如何模拟不同城市功能区及不同下垫面情况下暴雨的产流、产污规律及其降雨径流过程和相应的各种水质污染负荷过程。

1.降雨径流量的确定方法

降雨径流量的确定跟汇水面积、下垫面情况有关，由于城市地面坡度极为平缓，下水管道纵横交错，如何划分水系汇水面积是一个棘手问题，我们在城建部门协助下通过掌握一级管道系统和二级管道网分布来划分内城和外城河两侧直排的汇水面积。

有关下垫面土地利用分类是采用遥感新技术，取1981年10月23日陆地卫星拍摄的卫片数字兼容磁带，使用南京水文水资源研究所DIPIX数字图象处理系统进行解译，并将地面实况调查资料，通过视频数字化转换器输入该系统，以增强和提高卫片的分辨能力，采用监督分类法进行解译分类，得出苏州内城土地利用卫星影像分类图（图2，原图为彩色相片，现改绘不同符号表示）。该图分类表示：水体；不透水面积：柏油和混凝土道路、楼房、广场、水泥地、码头、仓库堆料场、停车场等；半透水面积：半透水铺石、砖和碎石道路、老式房屋；透水面积：农田、园林、公园、体育场等草地。最后获得内城区面积为$14.34km^2$，其中水面占5.7%，不透水面积占34.4%，半透水面积占54.4%，透水面积占5.5%，同时得到

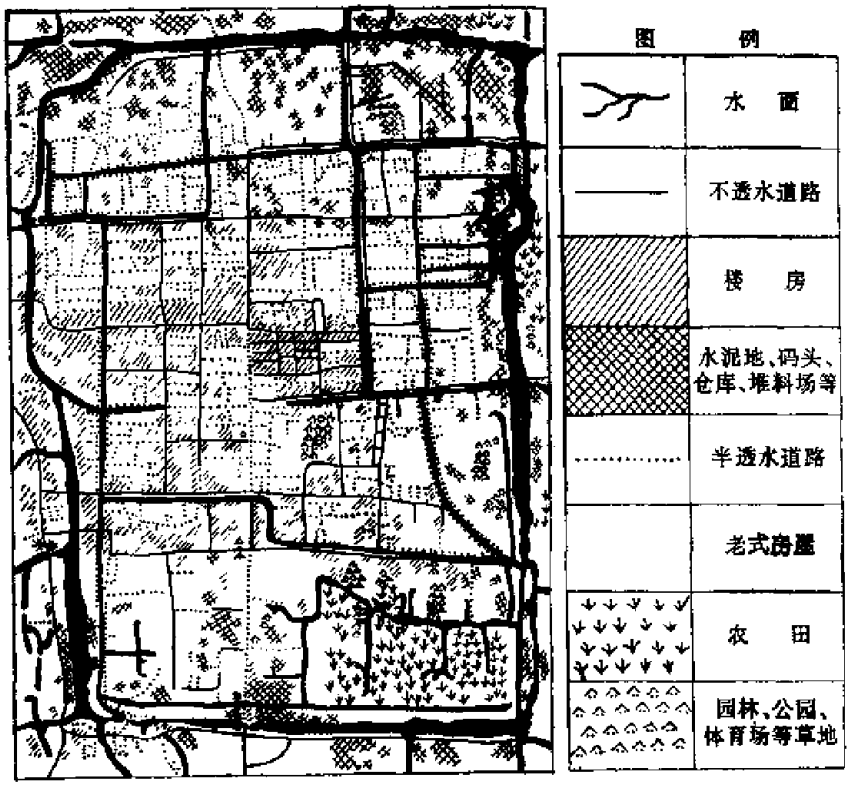


图 2 苏州市内城卫星影像分类图

了上述所有地物分类的面积。

典型试区产流的计算方法是按苏州内城特点来考虑。我们选定观前街的商业区、龙兴桥的综合区、东烧香桥的农业区所监测的降雨径流资料，建立降雨与径流系数关系（图3）。使用各典型试区的径流系数及其相应的土地利用分类数据，建立诸公式如下：

$$C_j=0.02C_0+0.55C_1+0.43C_2 \quad (3)$$

$$C_c=0.288C_0+0.712C_2 \quad (4)$$

$$C_n=0.082C_0+0.918C_3 \quad (5)$$

式中C_j、C_c、C_n分别是商业区、综合区、农业区的径流系数。C_0、C_1、C_2、C_3分别为水面、不透水面积、半透水面积、透水面积的径流系数，$C_0=1$。经联立求解得出C_1、C_2、C_3并与降雨建立关系（图4），其经验公式如下：

$$C_1=0.4723+3.78\times10^{-2}\ln P+6\times10^{-4}P-4.8165\times10^{-5}P^2 \quad (6)$$

$$C_2=1.8081-0.2967\ln P+1.7\times10^{-3}\ P-\frac{21.0276}{P} \quad (7)$$

$$C_3=5.5\times10^{-2}\ln P-\frac{4.0277}{P}-0.0438 \quad (8)$$

内城河各出口断面汇水面积的产流计算，可按所属范围内的土地利用情况及其面积权重，应用上述诸式或图4来推求相应的径流系数。同理，可得不同降雨情况下内城河各出口断面的降雨与径流系数关系。有了降雨资料，就可推算各场次、日、月、年径流量和年平均

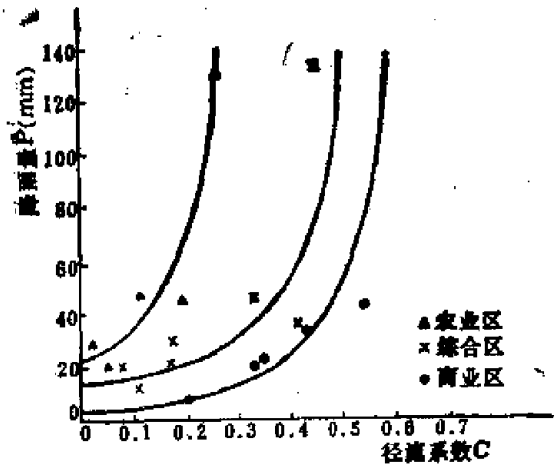


图 3 内城区典型区降雨径流系数关系图

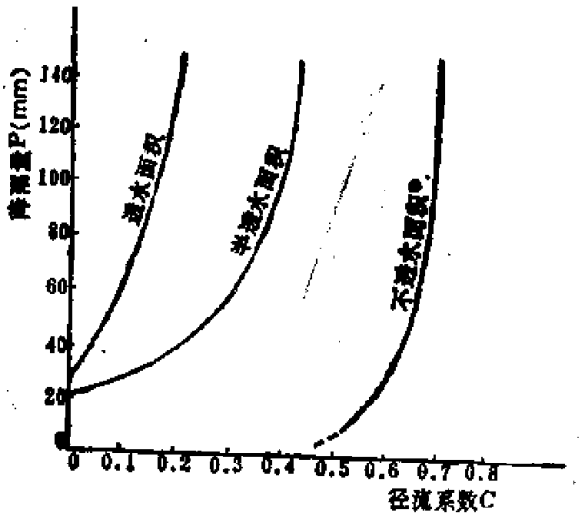


图 4 内城不同土地利用降雨径流系数关系图*

流量。

2.降雨径流单位线的确定和流量过程线的推求

从实测的降雨径流过程中选择降雨时段较少的一次单峰过程，扣除旱流影响，根据单位线原理应用最小二乘法在PC-1500微机上进行选配单位线，并用几场实测过程进行验证和调整，直至配合最佳为止，即为欲选用的1mm流量单位线（图5）。然后，使用单位线就可推求任意降雨过程下的流量过程线（图6）。

3.径流污染负荷单位线的确定

径流污染是暴雨径流夹带与解吸沿程的污染物质并输送到受纳水体。因此，我们可以参照水量单位线的原理推求污染负荷单位线（污染负荷率单位过程线的简称）。其做法是假定污染负荷量与净雨量成线性关系，选择降雨时段较少的一次实测BOD_5或NH_3-N污染负荷过程，扣除旱流本底的影响，推算出BOD_5或NH_3-N污染负荷单位线（图5）。

4.参与径流污染的雨量和时段数的确定

暴雨径流携带污染物的多寡与暴雨量、径流量及雨前地面污染物数量等因素有关。美国“水质管理规划手册”指出，当降雨量$P>12.7$mm时地表冲刷率将大于或等于90%[4]。这说明一场降雨中并不一定是所有降雨时段都参与冲刷污染物，决定性的往往是前面若干时段，这是水质污染负荷过程与流量过程在应用单位线方面的根本区别。因此需要探索一场降雨过程中有多少降雨量及其累积时段数参与径流污染的地表冲刷过程。首先选择不同降雨时段及其相应的雨量，应用水量、污染负荷单位线进行计算得到一组计算值，然后与实测值比较找出偏差最小的降雨时段和相应的累积雨量，即为参与径流污染计算的雨量及其时段数。例如蒋门断面经分析，当BOD_5和NH_3-N的偏差值最小时的降雨时段数为10个，累积雨量为30mm。

*图4中相应于不透水面积的曲线包含地表不透水面积水量损失和所属的下水道至监测断面的渗漏损失，因苏州古城管道陈旧，连接不好，渗漏量较大，经验证，该关系与实际情况相符合。

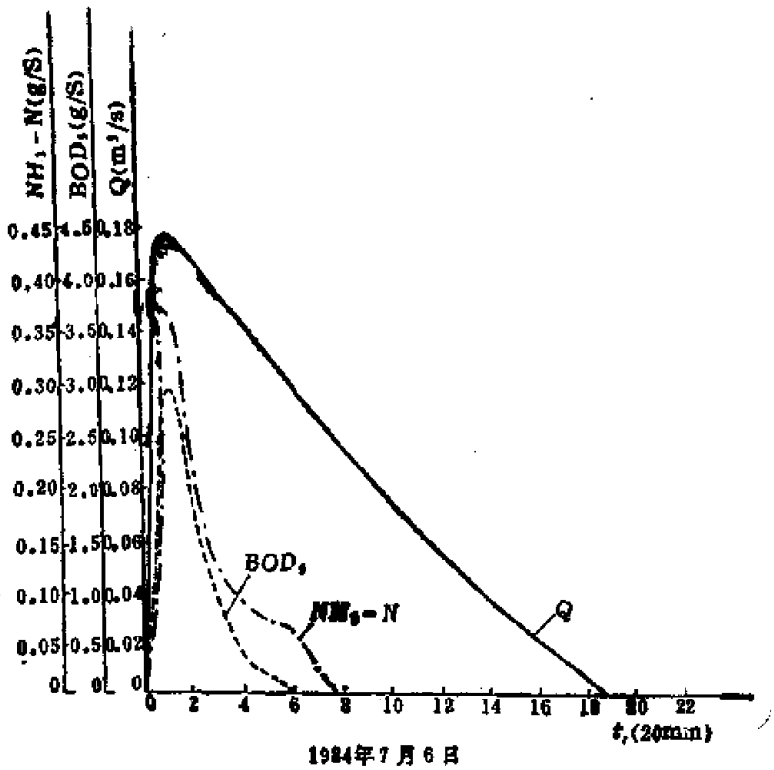


图 5 观前街1mm流量单位线和污染负荷单位线

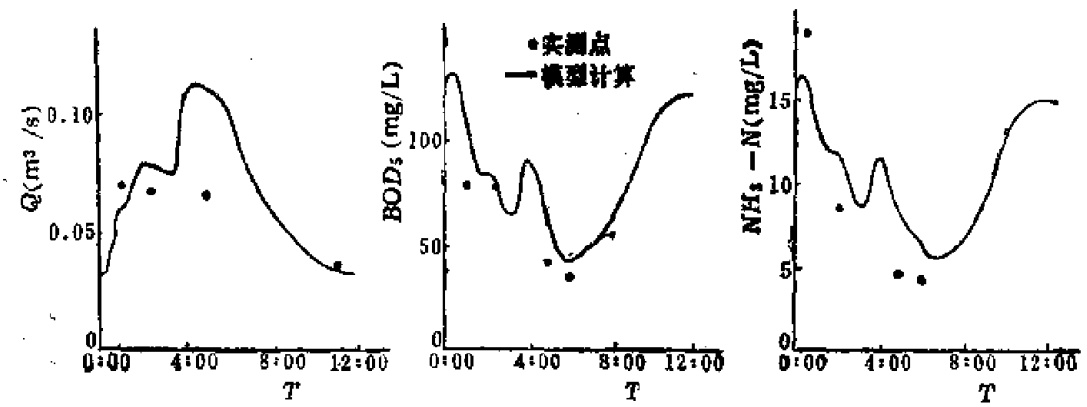


图 6 观前街流量、污染浓度实测与模型计算的比较

5.降雨径流污染负荷过程线及其污染量的推求

根据实测降雨资料和该监测断面参与径流污染计算的累积雨量和时段数，应用水量与污染负荷单位线，在PC-1500微机上连续运算，便得到该场降雨的径流过程、污染负荷过程和各水质的浓度过程。其实测与模型计算比较如图6所示。然后再按上述过程统计出该场降雨的径流量和污染量，若每月有若干场实测降雨过程，亦可相应地推求其径流与污染过程，则可

算得月平均浓度和污染量。同理，可计算内城河各出口断面1984年6～9月平均水质浓度和污染量。

外城河两侧范围内径流污染负荷量的计算是用典型试区的径流模数和污染模数，结合外城河两侧东、南、西、北各部分的土地利用分类和相似城市功能区所占的面积比重，进行加权计算，推算相应的径流量和污染负荷量。按上述计算成果，可建立月水质污染量的经验公式：

$$Y_B=-0.01218+0.2146R^{1.5}-0.12081\ln R \quad (9)$$

$$Y_N=0.0191+0.0314R^{1.5}+0.0835R^2 \quad (10)$$

$$Y'_B=-1.5534+6.9402R-15.2343R^{1.5}+10.802R^2 \quad (11)$$

$$Y'_N=-1.2473+7.0934R-8.3481R^{1.5}+3.1203R^2 \quad (12)$$

$$Y_{TP}=0.005249+0.4665R^2 \quad (13)$$

$$Y_{TN}=0.1213+3.676R^2+0.03283\ln R \quad (14)$$

式中 Y_B和Y'_B——内城河和外城河两侧BOD$_5$月污染量，t；

Y_N和Y'_N——上述地点NH_3－N月污染量，t和10^{-1}t；

Y_{TP}和Y_{TN}——内城农业区的总磷和总氮月污染量，t；

R——分析地点的月径流量，10^5m^3。

使用上述经验公式可按降雨径流量插补出1984年无监测月份的污染负荷量和污染量，从而得到全年降雨径流污染量。

五、结　　语

水网城市暴雨径流非点源污染的研究，国内外尚无成熟的经验可借鉴，本文从监测站点布设与监测开始，提出包括雨水的淋洗和冲刷作用在内的暴雨径流污染系统完整的概念模型，初次借助于遥感新技术与典型试区相结合的方法解决了传统产流模型所不能解决的水网城市暴雨径流污染中的难题。尝试性地提出一种新方法即水质污染负荷单位线法，用来计算缺乏水质监测资料时推求污染负荷过程线及其污染量，它已经过实测资料检验证明可以应用。本模型对城市规划与建设和环境保护等方面均有一定的实用意义。限于监测资料较少，若能采用实时自动监测手段，将可获得较长的系统资料，则有助于扩大模型功能和精度，这些问题有待今后进一步研究与完善。

参 考 文 献

[1] Stephenson D., Stormwater Hydrology and Drainage, Developments in Water Science, Vol.14, Elsevier Scientific Publishing Company, 198 .

[2] Proctor and Redfern Limited and James F.Maclaren Limited, Storm Water Management Model Study, Vol.I, Research Report No.47, and Vol. II, Research Report No. 48, Ontario Ministry of the Envirno-

ment, 1976。

[3] Wanielista M.P., Stormwater Management, Ann Arbor Science Publishers Inc., 1978.

[4] Pavoni J. L. ed., Handbook of Water Quality Management Planning, Van Nostrand Reinhold Company, 1977.

水资源规划利用与经济

6

应用随机动态规划进行水电站水库的最优调度*

谭维炎 黄守信** 刘健民 方淑秀**

一、引 言

在1960年霍华特（R.A.Howard）提出动态规划与马尔可夫决策过程理论[1]以前，人们只是应用动态规划法计算水电站水库的年内调度方案[2]。但在径流随机的情况下，无法规定计算期末水库处于某一固定的蓄水状态，即所谓固定端点边界条件。同时，调度过程实际上是无限持续进行的，该法也很难达到使多年期望效益优化和满足正常供电设计保证率的要求。1963年我们应用霍华特的理论，建立了具有多年调节水库的水电站最优调度的数学模型●，这是一种更为一般的周期性马尔可夫决策过程。不久获得了有关的数学证明，1965年应用于四川省龙溪河梯级水电站●。本文将其进一步推广应用于该梯级电站与若干其它水电站的径流电力补偿调节的情形，并通过概率演算计算出各种期望运行特性，分析了不按调度图的指导运行时可能造成的经济损失，以更好地满足实际调度工作的需要。

二、径流过程的统计处理

在不考虑径流多年波动趋势的前提下，径流过程是一个以年为周期的一般连续随机过程。在实用上，由于实测资料不足，并为使调度计算不致过分繁复，通常都近似地作为时间离散的随机序列处理。在本文中考虑了两种情况：一是作为独立随机序列。枯季以月为时段，汛期以旬为时段。每个时段的径流均服从皮尔逊III型分布。二是考虑时段径流间的相互联系，作为简单马尔可夫序列处理。由于缺乏适用的二维皮尔逊III型分布形式，文献[4]中提出如下设想：先将各个时段的径流值通过函数变换，分别转换为标准正态分布变量，然后假定相邻时段的成对的新变量均服从二维标准正态分布。在具体处理时，前述的函数变换是通过图解法进行的，即通过绘制频率相同的皮尔逊III型变量与标准正态变量取值的关系曲线来变换。关于二维分布的正态性，采用了文献[5]中所述的统计检验方法，设经过变换

---

*本文于1982年7月完成，1986年5月添加个别注解。

**水利水电科学研究院水资源研究所。

●谭维炎、黄守信、刘健民，单一水电站长期经济运行，水利水电科学研究院研究报告，1963年。

●谭维炎、徐贝午，绘制狮子滩水库发电调度图的一个尝试，水利水电科学研究院研究报告，1966年。该文原拟在《水利学报》1966年第7期发表，已排版校样，因"文革"停刊，后重新发表见文献[3]。

所得的第i和$i+1$时段新变量的取值分别记为n_i和n_{i+1}，则在正态性假定下，可以算出

$$\chi^2=\frac{1}{1-r^2}(n_i^2-2rn_in_{i+1}+n_{i+1}^2) \qquad (1)$$

它将服从自由度为2的χ^2分布。式中r为相关系数。因此，由新变量系列按上式算出的χ^2系列，以及相应的经验频率$P(\chi^2)$系列，在$\chi^2\sim\log P(\chi^2)$的坐标格纸上摆动于斜率为-0.217且通过（0，1）点的直线两侧时，便可认为符合假设的要求。在实际应用时，可由条件正态分布通过反变换得到径流的条件分布。

上述统计处理只是径流过程近似的描述。按照这一描述所得到的调度图是否确实效益较大，应根据实测径流系列进行时历演算加以检验。

三、水库的调节过程

水库的调节过程，是指在调度图给定后各时段内水库状态的转移过程。

这里，以时段径流用简单马尔可夫序列处理作为例子。将一年分为N个时段。对某一时段n，即(t_{n-1}, t_n)，水库的状态变量就是前一时段$n-1$的径流Q_{n-1}及时段初水库蓄水量V_{n-1}的组合。为说明简单起见，设状态变量为离散的，在有限个值的集合中取值。水库蓄水量取M个代表值，时段径流量取L个代表值，分别记为V_{n-1}^m，Q_{n-1}^l。这样，某一时段的状态元素共有$K=ML$个。取各时段的发电泄量q作为决策变量。对任一时段n，决策变量依赖于时段初状态变量的关系可表示为

$$q_n=q_n(V_{n-1}, Q_{n-1}),\ n=1, 2, \cdots, N \qquad (2)$$

这里V的下标代表时刻，q和Q的下标代表时段。全年各个时段上述关系之全体称为策略，而其图形表示即为调度图。

水库在时段n的状态转移将随机地进行，取决于时段径流Q_n倚前期径流Q_{n-1}的条件概率分布函数$F(Q_n/Q_{n-1})$和给定的调度图。也就是说，根据这些条件，可由式（2）算出水库在时段初处于状态i而时段末处于状态j（$i, j=1, 2, \cdots, K$）的状态转移概率p_{ij}^n，由它构成的$K\times K$阶矩阵称为状态转移概率矩阵，记为$P[n]$，$n=1, 2, \cdots, N$。显然，$P[n]$由不大于1的非负元素组成，且各行元素之和为1。水库调节过程就是以上述一组N个矩阵表示其状态转移概率特性的周期性马尔可夫过程，其周期长度为N，而以年为时段的状态转移概率矩阵P满足

$$P=P[1]P[2]\cdots P[N] \qquad (3)$$

这样，以年为时段单位时，问题化成与文献[1]相同的数学模型。从任意给定的年初水位出发，经过多年运行后水库的状态将达到稳定的概率分布，而与初始状态无关。以π_i表示水库经多年运行后在年初（t_0时刻）处于状态i的概率，而以π_i为分量的K维行向量记为$\Pi[0]$，则有

$$\Pi[0]=\Pi[0]P \qquad (4)$$

再加上显然成立的公式

$$\sum_{i=1}^{k}\pi_i=1 \qquad (5)$$

由线性方程组理论可知，它有唯一的非零解。由于状态元素数目众多而计算机的内存容量有限，实用上不直接求解线性方程组，而是任意给定$\Pi[0]$初始值代入式（4）行迭代，直至收敛为止。

在解出$\Pi[0]$后，可由下列递推公式计算任一时刻t_n的稳定蓄水概率分布行向量

$$\Pi[n]=\Pi[n-1]P[n] \quad n=1, 2, \cdots, N-1 \tag{6}$$

四、运行特性的计算

求出水库在各时刻状态的稳定概率分布$\Pi[n]$后，可进而计算水电站的各种运行特性的期望值或概率分布，其主要如下：

1.水库蓄水量的稳定概率分布

$\Pi[n]$的各个元素一一对应着水库处于状态V_n^m和Q_n^l的概率$P(V_n^m, Q_n^l)$，$m=1, 2, \cdots, M$；$l=1, 2, \cdots, L$。故t_n时刻水库蓄水量的稳定概率为

$$P(V_n^m)=\sum_{l=1}^{L}P(V_n^m, Q_n^l) \qquad m=1, 2, \cdots, M \tag{7}$$

2.年电量的数学期望

在一般情况下水库泄量由调度图即式（2）确定。但由于入库径流Q_n服从条件分布$F(Q_n/Q_{n-1})$，时段末的蓄水量可能超过各时段分别规定的允许上下界。当达到此界值后，必须改变泄量以维持水库蓄水量不超过允许的范围。由此可求出时段的平均实际泄量q'_n，相应的时段平均实发出力N'_n为

$$N'_n=N'_n(V_{n-1}, Q_{n-1}, Q_n) \tag{8}$$

而时段n的实发出力期望值为

$$EN_n=\sum_{\Omega}N'_n(V_{n-1}, Q_{n-1}, Q_n)P(V_{n-1}, Q_{n-1})P(Q_n/Q_{n-1}) \tag{9}$$

这里，Ω为V_{n-1}，Q_{n-1}，Q_n的各种可能取的离散值的集合。由此可得时段n及全年电量的期望值。

电站的出力送入电力系统可得到一定的效益。电力系统由于供电不足引起的经济损失难以估计，效益可用相对值表示。即当电站实发出力大于或等于保证出力时，效益即为实发出力。而当实发出力小于保证出力时，可按“罚款”的概念将式（9）中小于保证出力的实发出力减去两者的差额与罚款系数（$C\geq 0$）的乘积，从而得到计入损失后的效益期望值。罚款系数与保证出力的保证率成正比，可通过试算得到满足给定供电保证率的罚款系数。

3.水电站弃水量的期望值

仿上理，也可求出水电站全年及各时段弃水量的期望值。

4.水电站正常供电保证率

水电站正常供电保证率定义为一年内水电站出力大于或等于保证出力的历时平均占全年历时之百分数。可根据全年各时段电站出力大于或等于保证出力的概率按各时段的历时加权平均而得到。

五、最优调度图的递推计算

考虑径流随机性的最优调度图计算是一种多阶段随机决策过程。对任一时段n，我们需要根据水库的当前状态i作出决策$q_n(i)$，从而决定了状态转移概率和由此得到的相应“报酬”。设$p^n_{ij}[q_n(i)]$表示在第n时段初处于状态i采用决策$q_n(i)$而在时段末转移到状态j的概率，它影响到时段n以后的发电效益。又设$r^n_{ij}(q_n(i))$为相应于此的时段n的期望发电效益。根据动态规划最优化原理，对任何时刻的任何水库状态，最优决策$q^*(i)$的选择都应使面临时段及未来时期的期望效益的总和极大化。定义$g_n(i)$为水库从时刻t_n处于状态i出发，未来各时段均采用最优决策运行时在从t_n迄至水库停止运行为止的时期内所获得的期望效益。此时最优化原理可写成下列递推公式

$$g_{n-1}(i)=\max_{q_n(i)}\left\{\sum_j p^n_{ij}(q_n(i))[r^n_{ij}(q_n(i))+g_n(j)]\right\},\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ K \tag{10}$$

在求出最优决策$q^*_n(i)$的同时，也得到$g_{n-1}(i)$，后者可用于求解$q^*_{n-1}(i)$及$g_{n-2}(i)$，故常称$g_n(i)$为递推线，并可平移到通过坐标原点而不影响随后的递推计算。于是便可从未来相当遥远的某个时刻出发反时序递推计算。但在计算第一个时段时，需预先假定$g_N(i)$。这样递推计算得到的逐年调度图将会逐步收敛而趋向于一个极限调度图，它就是最优调度图。

对于周期长度为1的马尔可夫决策过程，在文献[1]中用策略迭代法给出了证明。对于我们现在所讨论的周期为N的更为一般的情况，迭代过程的收敛性和解的最优性及其与初始$g_N(i)$假定的无关性已有文献给出了证明[8]。思路是借用了马尔可夫过程理论中对周期链的一种处理方法，即通过把“状态”予以扩大的途径，把周期链化为一个等价的单重链。也就是说：在原来模型中，每个时刻水库共有K个状态，而在扩大以后，系统可能的状态有NK个。可按时段的顺序将每K个一组依次排列。为使状态转移过程与转化前的问题相符，把下面定义的分块矩阵作为所有N个时段的转移矩阵，其阶数为$NK\times NK$：

$$P'=\begin{bmatrix} 0 & P[1] & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & 0 & P[2] & \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & P[N-1] \\ P[N] & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

不难看出，虽然状态扩大了，但由于分块矩阵P'的构造，使得每个时段初实际上仍然只有原来的K个状态是可以达到的，在时段末它们只能转移到相应的K个状态，而不会到达其它的状态，因而数学模型就与文献[1]中的模型完全相同。关于这个问题，1972年国外才有公开发表的论述[6]。

某时刻的稳定递推线，反映出水库处于不同状态对未来效益所产生的相对影响。如果在

实际运行中，给定今后一个或多个时段径流预报值的概率分布，则可用来代替无预报时的径流概率分布，优选出这些时段的考虑预报的最优泄量。

还需指出，在递推计算中，可以求出对应每一状态元素下不同决策与期望效益总和的关系曲线。在实际运行中由于各种原因不能按最优调度图执行时，它能给出偏离最优决策运行时所损失的效益。

如果考虑由于电能送入系统的时间先后会得到不同的效益，则可在递推计算中引入一个"折扣系数"β（$0 \leqslant \beta \leqslant 1$），把下一时段的期望效益乘以$\beta$折换成本时段的效益。

六、最优模糊决策

以上所述是基于未来的运行准确地遵循调度图指导这个前提的。而实际的调度总会根据当时的主客观情况而有一定的偏离。从这个意义上讲，最优调度图并非真正最优。为此，我们试图引入"模糊决策"的概念。实际采用的决策，将在最小允许泄量和最大过水能力范围内在调度图规定的指示泄量附近游移，构成一个模糊集，以下称之为模糊决策。越接近指示泄量，其可能性越大，越偏离指示泄量，其可能性越小，服从于一定的概率分布，在模糊数学中称为隶属函数。其形式应参照以往运行情况和经验，结合主观判断与处理技巧作出规定，在算出最优模糊决策后用实测流量记录加以检验。容易设想的分布形式是正态分布，其统计参数是相对均方误s。$s=0$相当于非模糊决策的情况。

设调度图所给定的指示泄量为q而实际泄量为q'，则q'具有均值为q、方差为qs的正态分布函数$F(q'(i))$。设$p_{ij}(q(i))$表示时段初处于状态i指示泄量为$q(i)$而实际泄量为$q'(i)$时在时段末转移至状态j的概率，$r_{ij}(q(i))$为与此相应的面临时段的期望效益。它们可用全概率公式根据q'的分布求出，即

$$r_{ij}(q(i))=\int_0^1 r_{ij}(q'(i))\,dF(q'(i)) \qquad (12)$$

然后完全和前述一样递推计算最优调度图与运行特性。

七、计算实例

将上述计算方法应用于四川水电站群，并编出较为通用的程序。

所计算的水电站群的总装机容量为113.45万kW，占所在电力系统总容量的一半。其中上游具有多年调节水库，而下游区间径流很小且又无调节库容的龙溪河梯级，可合并成一个水电站来考虑，其装机容量占水电站群容量的9.4%，其它水电站均为径流式电站，可合并成为另一个水电站。据统计，后者的总出力与龙溪河径流近似相互独立，由于丰枯水的不同步性可获得水文补偿效益。此外，利用龙溪河梯级水库的调节作用来补偿径流电站年内出力的不均匀，又可进一步提高所有水电站的枯季总保证出力。计算表明，由于这两种补偿作用，可使所有水电站的总保证出力由单独运行时的32.5万kW提高到36万kW。因此，龙溪河梯级水库最优调度的目标是：在枯水期水电站群总保证出力满足正常供电保证率94%～

95%的前提下，使梯级的多年平均发电量达最大。龙溪河的径流分别采用独立随机序列与简单马尔可夫序列两种处理方法。计算结果表明，当罚款系数$C=1.2$时，可满足对保证出力36万kW和保证率的要求。此外，还采用$C=0$的方案，它相当于不考虑龙溪河梯级对其他电站的补偿作用，而以其单独的年发电量期望值最大为最优化目标。对这些计算方案所得的最优调度图，都分别用概率演算法和根据实测流量记录计算了多年平均发电量和运行特性，结果列于表1。表中还列出模糊最优决策和常规时历法调度图的检验结果。

表1 不同方案成果对比表

调度图类型	径流统计描述方式	罚系数 C	相对均方误 s	正常供电保证率(%)		梯级多年平均发电量(亿kW·h)	
				概率法	时历法	概率法	时历法
最优调度图	马尔可夫序列	1.2	0	94.03	94.2	4.6348	4.4565
	独立随机序列	1.2	0	94.04	94.0	4.6323	4.4536
		1.2	0.1	94.19		4.6243	
		1.2	0.5	93.09		4.4293	
		0	0	91.15	89.8	4.6654	4.4812
时历法调度图	实测流量记录	0	0		88.3		4.3973

由表1可见：

（1）在此例中两种径流处理方法的效益相差很小，宜采用简单的独立性假设。

（2）龙溪河梯级与其它水电站的联合运行，一方面在满足正常供电保证率94%的前提下使总保证出力由32.5万kW提高到36万kW，同时多年平均发电量也比传统的时历法调度图提高了1.3%。如果不考虑补偿调节，单纯以龙溪河梯级电量最大为目标，则多年平均发电量可提高1.9%。

（3）当不能按调度图指示运行时，将使运行效益降低，即使已知偏离的分布且采用模糊最优决策，在偏离较大的情况下（如表中$s=0.5$），多年平均发电量损失达4.4%。所以实际运行应尽量以调度图为依据。

八、结　　语

1963年我们首次将动态规划与马尔可夫过程理论应用于单一水电站的水库最优调度，并在1966年获得了有关的数学证明。此外，和目前国内外所用方法相比，本文具有下列特点：

（1）提出了用概率演算方法计算水电站的各种运行特性的统计特征或概率分布。

（2）引入罚款系数以便选择能满足供电保证率要求的最优调度图，而不是以降低保证率为代价去追求多年平均发电量最大。

（3）除考虑相邻时段入库径流之间的相关外，还考虑了与电力系统其他径流式水电站的水文与电力的补偿调节。

（4）考虑到实际运行与调度图的偏离，引入和分析了这种“模糊决策”的影响。

（5）编制了较通用的计算程序，便于推广应用。

参 考 文 献

[1] Howard, R.A., Dynamic Programming and Markov Process, Technology Press of Massachusetts Institute of Technology & John Wiley & Sons, Inc., Cambridge, USA.1960.

[2] Little, J.D.C., The Use of Storage Water in a Hydroelectric System, Journal of the Operations Research Society of America, Vol.3, 187-197.1955.

[3] 谭维炎、徐贯午，应用动态规划法绘制水库发电调度图，水利水电技术，1979年第3期。

[4] Картвелишвили, Н.А., О математическом описании и методике расчетов регулирования речного стока.Изв.АН СССР, ОТН, No. 1.1956.

[5] Hald, A., Statistical Theory with Engineering Applications.John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.1952.

[6] Su, S.Y.& Deininger, R.A., Generalization of White's Method of Successive Approximations to Periodic Markovian Decision Processes.Operations Research, 20(2), 1972.

多维随机动态规划的参数迭代解法及在库群优化调度中的应用*

问 德 溥

一、引 言

自Howard[1960]提出动态规划与马尔科夫决策过程的理论[1]以后，数学家们对无后效性动态概率系统的最优化问题作了大量研究，形成了“马氏决策规划”这一数学新的分支，使得随机动态规划模型及应用更加严密、方便。

水库调度问题是应用随机动态规划的典型。如果径流过程不计趋势项，则可以视为以年为周期的周期性马氏过程。当我们按照某一决策规则π_t，根据t时段的水库状态$s_t\in S_t$采取某种决策$d_t\in D_t$后，水库调节过程s_t是一个典型的受控马氏过程。因为此时其状态的概率转移律$p(s_{t+1}|s_t,d_t)$乃是一族周期性的马尔科夫转移律。所有时段决策规则π_t的总和叫做策略，记为π。对一选定的策略π，每时段的效益（如发电量）$N_t=N_t(s_t,d_t,q_t)$将具有确定的期望值$r(s_t,d_t)=EN_t=\sum_{q_t}N_t(s_t,d_t,q_t)\cdot p(q_t)$。以长期运行中平均的周期（年）期望效益为目标函数的模型叫平均模型。问题是如何选取策略$\pi\in\Pi$，使从各种初始状态出发，按此策略运行下去，系统的目标函数均最大。满足上述条件的策略记为π^*，称为最优策略。

最优策略存在与否？如果存在，能否在较小策略类中找到？这些问题Howard未能解决，他是在平稳决定性策略这个很小的策略类上去研究的。Blackwell[1960]和Odoni[1969]等对S和D均为有限集的平均模型，得出“一定存在一个平稳的决定性策略是最优策略”的结论，并给出了解法[2,3]。那么，我们仅需在平稳决定性策略类中去寻找最优策略π^*。后来Su和Deiniger[1972]把上述结论推广到周期链的情况[4]。

二、逐次逼近解法

根据Su和Deninger理论，定义余留期效益函数$V_t(s_t)$（$s_t\in S_t$）为系统从t时段处于状态s_t出发，在一定策略下，库群运行直到终止时段总的期望效益。根据动态规划的最优化原理，若记$t'=t-nK$（$1\leqslant t\leqslant K$，K为周期内时段数），则动态规划基本方程为

*本文于1985年5月完稿，1986年元月修定。

$$V_{t'-1}(s_{t'-1})=\max_{d_{t'-1}\in D_{t-1}}\left\{r(s_{t'-1},d_{t'-1})+\sum_{s_{t'}\in S_{t'}}p(s_{t'}|s_{t'-1},d_{t'-1})\right.$$

$$\left.\cdot V_{t'}(s_{t'})\right\} \qquad (1)$$

若无限地逆时序递推上列基本方程，有

$$\lim_{n\to\infty} x_n(s_t)=g, \qquad s_t\in S_t \qquad (2)$$

其中$x_n(s_t)\equiv V_{t-(n+1)K}(s_t)-V_{t-nK}(s_t)$，$g$为周期期望效益最优值，$K$为周期内时段数。

若我们在逆时序递推每一周期后，将所得到的余留期效益函数坐标平移一定数值，使某一状态的新、旧函数值重合，那么不论初始余留期效益函数如何选取，式（1）最终收敛于最优解，即$V_{t'}(s_{t'})$将收敛于一组稳定的余留期效益函数$V_t^*(s_t)$（$t=1,2,\cdots K$），周期内各时段每一状态下的决策也将收敛于最优决策$d_t^*(s_t)$，即策略π也将收敛于最优策略π^*。同时由式（2）可知，上述坐标平移值将收敛于最优周期期望效益g。

三、数值计算方法

对库群联合最优调度这类多维随机动态规划问题来讲，实施数值计算仍十分困难。这种困难的根源在于动态规划的根本性障碍——“维数灾”。

在确定性动态规划中，已有“微分动态规划”、“状态增量动态规划”、“离散微分动态规划”等方法可以不同程度地克服“维数灾”。然而随机动态规划必须同时计算所有可能的轨迹，因而上述算法无法采用。对于随机动态规划来说，离散动态规划（以下简称DDP）仍是唯一的通用解法。DDP算法是将状态空间离散化，用离散节点上的函数值数值地描述余留期效益函数。由于这些离散节点的总数随维数呈指数次增长，因而所需的计算机内存和*C.P.U.*时间都会呈指数次增加。

问题的关键在于对余留期效益函数的描述。如果回到连续状态空间的原始情况，对余留期效益函数用解析函数去描述，似乎是一条很有潜力的出路。但我们尚难以用解析法导出效益函数的表达式。所以，对余留期效益函数采用函数逼近便是可取的了。因为各函数项已描述了一种“变化”，故函数逼近能以尽可能少的信息量——一组参数——去描述余留期效益函数。Bellman和Dreyfus[1962]曾考虑过这种做法[5]。而Gal[1979]首先将参数迭代想法引进随机动态规划[6]，并求解了一个单库供水最优调度的问题。Gal的数学模型是有限时段的随机动态规划模型，用蒙特-卡洛法随机地生成m条轨迹，在这m条轨迹上，在有限时段内前后来回用最小二乘方法迭代以寻求参数。余留期效益函数是根据经验选用的幂函数形式。自Gal[1979]文发表以来，虽屡见评述，认为“似乎是一种有前途的方法”，但一直未见有用于多库的报导。笔者曾试图用该法解决一个三库问题，但发现该法所需的计算机内存和机时随库数的增加而猛增，而且收敛也存在问题。

四、参数迭代法

本法对余留期效益函数作函数逼近所用的函数基底，是一种具有良好性能的正交基底函数——勒让德多项式。勒让德多项式逼近是同阶多项式逼近中的最佳最小二乘方逼近。

记n阶勒让德多项式为$\phi_n(x)$，可由二次循环公式推求：

$$\begin{aligned}&\phi_0(x)=1,\qquad \phi_1(x)=x\\&\phi_{n+1}(x)=\frac{2n+1}{n+1}x\phi_n(x)-\frac{n}{n+1}\phi_{n-1}(x)\end{aligned}\tag{3}$$

它们满足下式：

$$\int_{-1}^{+1}\phi_i(x)\phi_j(x)dx=\begin{cases}\dfrac{2}{2i+1}, & j=i\text{时}\\ 0, & j\neq i\text{时}\end{cases}\tag{4}$$

我们知道，任何定义在$[-1,+1]$上的平方可积函数$f(x)$都可展开为下列广义傅立叶级数[7]：

$$f(x)=\sum_{i=0}^{\infty}a_i\phi_i(x)\tag{5}$$

其中

$$a_i=\frac{2i+1}{2}\int_{-1}^{+1}f(x)\phi_i(x)dx\tag{6}$$

故
$$f(x_1,\cdots,x_n)=\sum_{i_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{i_n=0}^{\infty}a(i_1,i_2,\cdots,i_n)\phi_{i_1}(x_1)\phi_{i_2}(x_2)\cdots\phi_{i_n}(x_n)\tag{7}$$

$$a(i_1,\cdots,i_n)=\left(\prod_{i=i_1}^{i_n}\frac{2i+1}{2}\right)\int_{-1}^{+1}\cdots\int_{-1}^{+1}f(x_1,\cdots,x_n)\phi_{i_1}(x_1)\phi_{i_2}(x_2)\cdots\phi_{i_n}(x_n)dx_1\cdots dx_n\tag{8}$$

其中 $-1\leqslant x_i\leqslant 1$，$(i=1,2,\cdots,n)$

取所有次数$\leqslant m$的部分项构成对$f(\cdot)$的m次勒让德多项式逼近

$$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)\approx\sum_{i=0}^{R}a_i\prod_{u=1}^{n}\phi_{j(i,u)}(x_u)\tag{9}$$

其中 $\prod_{u=1}^{n}\phi_{j(i,u)}(x_u)$是所有次数不大于$m$的$n$项积，而各项是$n$个变数中逐次取一个的$j$次勒让德多项式。$j$依赖于$i$，$u$，对每一$i$，$\sum_{u=1}^{n}j(i,u)\leqslant m$，这时$a_i$由下式确定：

$$a_i=\alpha(i)\int_{-1}^{+1}dx_1\int_{-1}^{+1}dx_2\cdots\int_{-1}^{+1}f(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)\ \prod_{u=1}^{n}\phi_{j(i,u)}(x_u)dx_u \quad (10)$$

式中 $\alpha(i)=\prod_{u=1}^{n}\frac{2j(i,u)+1}{2}$，$i=0,\ 1,\ \cdots,\ R$，$R=\frac{(m+n)!}{m!\ n!}-1$

但函数$f(\cdot)$的解析表达式并不知道，因而式（10）无法解析求解，只有用数值积分的方法寻求参数。我们知道，随机动态规划中绝大部分计算时间花在寻优上。每计算一个点的余留期效益函数就意味着在相应状态下作一次寻优计算。因而能否用尽可能少的节点信息求出式（10）积分仍是能否节省机时的关键。这需要应用数值积分中“高斯积分”方法。

可以证明，具有$l+1$个节点的机械求积公式

$$\int_a^b f(x)dx\approx\sum_{k=0}^{l}\lambda_k f(\mu_k) \quad (11)$$

可以达到的最高次代数精度为$2l+1$，即对于次数$\leqslant 2l+1$的多项式，式（11）精确成立。适当选择$2l+2$个参数λ_k、μ_k（$k=0,\ 1,\ \cdots,\ l$）可以达到此目的。这类求积公式叫高斯求积公式，而其中$l+1$个求积节点μ_k（$k=0,\ 1,\ \cdots,\ l$）称为高斯点。

我们不加证明地引用如下定理[8]：对于插值型求积公式（11），其节点μ_k（$k=0,1,\cdots,\ l$）是高斯点的充要条件是$w(x)=\prod_{k=0}^{l}(x-\mu_k)$与任意次数不超过$l$的多项式$P(x)$均正交，即

$$\int_a^b P(x)w(x)=0 \quad (12)$$

在本文的研究中，$a=-1$，$b=1$。若选取$l+1$次勒让德多项式$\phi_{l+1}(x)$的$l+1$个零点为积分节点，由于

$$w(x)=\prod_{k=0}^{l}(x-\mu_k)=c\phi_{l+1}(x) \quad (13)$$

式中，c为某一常数。根据正交多项式的性质，因$P(x)$是次数小于$l+1$的任意多项式，故

$$\int_{-1}^{+1}P(x)w(x)=c\int_{-1}^{+1}P(x)\phi_{l+1}(x)=0 \quad (14)$$

所以，勒让德多项式$\phi_{l+1}(x)$的$l+1$个零点μ_k（$k=0,\ 1,\ \cdots,\ l$）即为高斯点。

系数λ_k（$k=0,\ 1,\ \cdots,\ l$）有两种可供选择的确定方法：

（1）令$f(x)$分别为1，x、x^2、$\cdots$、x^l，则由式（11）可得到$l+1$个关于λ_k（$k=0,\ 1,\ \cdots,\ l$）的线性方程组。求解之，即可得$l+1$个系数λ_k。

（2）利用勒让德多项式的一些性质，可推导出

$$\lambda_k=\frac{2(1-\mu_k^2)}{(l+2)^2[\phi_{l+2}(\mu_k)]^2} \quad (15)$$

式中，μ_k为$\phi_{l+1}(x)$的第k个零点（$k=0,\ 1,\ \cdots,\ l$）。

为方便读者，兹列出$l\leqslant 4$的高斯-勒让德求积公式的节点及系数表（表1）。

注意到式（10）是一个重积分，被积函数是$f(x_1,\cdots,x_n)\prod_{u=1}^{n}\phi_{j_u(i,u)}(x_u)$。对所有自变量逐一应用高斯-勒让德积分，得

$$a_i\approx\alpha(i)\sum_{j_1=0}^{l}\cdots\sum_{j_n=0}^{l}\lambda_{j_1}\cdots\lambda_{j_n}f(\mu_{j_1},\cdots,\mu_{j_n})\prod_{u=1}^{n}\phi_{j_u(i,u)}(\mu_{j_u}) \tag{16}$$

其中μ_{j_u}为$\phi_{i+1}(x_u)$的第j_u个零点。

自变量以矢量形式$s=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$表示的余留期效益函数$V(s)$，根据式(9)和式（16）同样可表示为

$$V(s)\approx\sum_{i=0}^{R}a_i\prod_{u=1}^{n}\phi_{j_u(i,u)}(x_u) \tag{17}$$

其中

$$a_i\approx\alpha(i)\sum_{j_1=0}^{l}\cdots\sum_{j_n=0}^{l}\lambda_{j_1}\cdots\lambda_{j_n}V[s_u=(\mu_{j_1},\cdots,\mu_{j_n})^T]\prod_{u=1}^{n}\phi_{j_u(i,u)}(\mu_{j_u}) \tag{18}$$

其中$\alpha(i)$及$\prod_{u=1}^{n}\phi_{j_u(i,u)}(\mu_{j_u})$的解释同前。

表 1　　高斯-勒让德求积公式节点和系数表

$l+1$	节　　点	系　　数
1	$\mu_1=0$	$\lambda_1=2$
2	$\mu_2=-\mu_1=0.5773502692$	$\lambda_1=\lambda_2=1$
3	$\mu_3=-\mu_1=0.7745906692$	$\lambda_1=\lambda_3=5/9$
	$\mu_2=0$	$\lambda_2=8/9$
4	$\mu_4=-\mu_1=0.8611363116$	$\lambda_1=\lambda_4=0.3478548451$
	$\mu_3=-\mu_2=0.3399810436$	$\lambda_2=\lambda_3=0.6521451549$
6	$\mu_5=-\mu_1=0.9061798459$	$\lambda_1=\lambda_5=0.2369268851$
	$\mu_4=-\mu_2=0.5384693101$	$\lambda_2=\lambda_4=0.4786286705$
	$\mu_3=0$	$\lambda_3=128/225$

按式（1）、式（17）和式（18），本参数迭代步骤如下：

若t时段$R+1$个参数a_i^t（$i=0,1,\cdots,R$）已知，按式（17）可构造出$V(s_t)$，按式（1）便可求任意s_{t-1}点处$V_{t-1}(s_{t-1})$的数值。但我们仅需计算$(l+1)^n$个高斯节点处的$V_{t-1}[s_{t-1}=(\mu_{j_1},\cdots,\mu_{j_n})^T]$的数值，因为它们是求$t-1$时段的$R+1$个参数$a_i^{t-1}$（$i=0,1,\cdots,R$）所需要的。然后即可按式（18）计算出$a_i^{t-1}$（$i=0,1,\cdots,R$）。如此逆时序迭代下去，直到收敛。

迭代开始时，可假设起始时段t_0的一组参数$a_i^{t_0}$，也可假设t_0时段的余留期效益函数在高斯积分节点上的一组值，再用式（18）求出t_0时段的参数$a_i^{t_0}$。

从所需的计算机内存量看，本法的确完全克服了“维数灾”。它对一个n维问题，参数a_t所需的内存量仅为$R+1=(m+n)!/(m!\,n!)$（其中m为勒让德多项式逼近的阶次）。比如，对一个六库六维的问题，按常规方法，若每个状态变量离散水平为10，则余留期效益函数节点数为10^6，每时段内存量为$(6+1)\times10^6=7\times10^6$。这是现代计算机也无法忍受的容量。而本法当取$m=2$时，$R+1=28$，节省内存25万倍。当取$m=6$时，$R+1=924$，也还节省内存7575倍。这一点内存就是微型机也不难胜任。

从计算机时间来看，该法也比常规方法有很大改善。由于采用了具有最高代数精度的插值型求积公式，在相同的代数精度下该法要求计算的节点数最少。虽然节点总数$(l+1)^n$还具有随维数n呈指数阶增长的性质，但它已比常规方法大大地减少，而且恰恰维数越大，减少得越显著。比如维数$n=2$，常规方法中每个状态离散水平为8，则所需计算的节点总数为$8^2=64$。本参数迭代法中，取$l=2$时，所需计算的节点总数为$(2+1)^2=9$，故计算工作量减小$64/9\approx7$倍（参见实例）。若维数$n=6$，常规方法离散水平仍为8，若参数迭代法中仍取$l=2$，则计算工作量减小$8^6/(2+1)^6\approx360$倍。

五、调度图表示方法和收敛准则

常规方法中，调度图用传统的格点列表法表示。其表列成果中，每时段数据量为$K(n_1+1)(m_1)^n$（其中n_1为库数，m_1为各状态变量的离散水平；K、n同前，分别为周期时段数和维数），若$K=26$，$n=n_1=6$，$m_1=10$，则它等于$26\times7\times10^6$。这样的数据量不要说计算机内存无法容纳，就是能计算并打印出来，也要约6500册，这几乎无法实现和应用。看来，多库随机动态规划的调度图再不能因循常规的格点列表法，需要加以改革。

上述参数迭代法却自然地完成了这个改革。注意到，该法在迭代过程中并未存储决策矢量，即未有调度图，最后成果只是一组迭代收敛后的参数。其总数为KR，数据量很小，比如$K=26$，$R=28$，$KR=728$。从本质上说，该法抛弃了调度图，仅保留了余留期效益函数的记录和递推。

那么最优策略是什么呢？如何应用这些成果对实际调度问题作出最优决策呢？

注意到，若已知后一时段的余留期效益函数$V^*_{t+1}(s_{t+1})$，则离得到该时段的任一状态s_t下的最优策略$d^*_t(s_t)$仅有一步之隔。从式（1）有

$$V^*_t(s_t)=\max_{d_t\in D_t}\left\{r(s_t,d_t)+\sum_{s_{t+1}\in S_{t+1}}p(s_{t+1}\mid s_t,d_t)V^*_{t+1}(s_{t+1})\right\}\qquad(19)$$

使式（19）右端最大化的d_t，即为s_t状态下的最优决策d^*_t。质言之，我们已把一个多阶段决策问题简化为如式（19）所示的单阶段决策问题。而按式（19）求出d^*_t的电算程序，只需在微型机上运算极少一点时间。

再讨论一下收敛准则及稳定性问题。常用准则是余留期效益函数（广义曲面）收敛，也即要求在一周期迭代后，前后周期中相应时段、相应节点上V_t值的相对误差均小于收敛误差，则认为收敛。即要求对$t\in T=\{1,2,\cdots,K\}$均满足

$$\left|(V^{\xi+1}_t(s_t)-V^{\xi}_t(s_t))/V^{\xi+1}_t(s_t)\right|<\varepsilon\qquad(20)$$

式中，V的上角标ξ、$\xi+1$是迭代次数，ε为小正数。这种收敛准则在参数迭代法中同样可

以采用，只是要稍多一点内存。

但是，这种准则不免带有主观性。因为这只是纯粹数学意义上的收敛准则，并没有直接与目标函数相联系，没有反映目标函数的收敛情况。在DDP迭代计算中，我们曾做过下述工作：对每周期迭代的中间结果（调度图）都用时历法对历史资料操作一遍，从而求得时历法效益。发现增益主要在前几个周期的迭代中。在递推曲面尚未收敛之前，多年平均效益已变化很微小了。

当然，我们也可以就这样每次周期迭代后进行时历操作或概率演算，用所得的多年平均效益作为收敛指标。不过，这要增加计算工作量，在参数迭代法中尤其如此。

注意式（2），已知当$n\to\infty$时，$x_n(s_t)$收敛于最优周期期望效益g，因而$x_n(s_t)$是期望效益的较好的量度。故笔者建议可采用$x_n(s_t)$作为收敛指标，取如下收敛准则

$$|(x_{n+1}(s_t)-x_n(s_t))/x_{n+1}(s_t)|<\varepsilon \qquad (21)$$

$x_n(s_t)$正是我们迭代一周期后将余留期效益函数坐标平移的绝对值，正是计算过程的副产品，因而不会增加任何计算工作量，所以这种收敛准则在本参数迭代法中比较适用。收敛准则（21）将优化效益和收敛准则直接地联系起来，合理地、经济地确定ε的大小，使计算机时得到更经济、合理的利用。

还有一种准则是参数收敛准则，即要求$i\in I$均满足

$$|(a_i^{k+1}-a_i^k)/a_i^{k+1}|<\varepsilon,\qquad i=0,1,\cdots,R \qquad (22)$$

据我们的经验，这种准则要求更高。当准则（20）满足时，准则（22）中的参数相对误差一般是同一ε的几百乃至几千倍，故在式（20）满足后还需迭代若干周期才能满足式（22），实用价值很小。

由此也可见，余留期效益函数对参数的灵敏度很低、即稳定性很好。因为大相对误差的两组参数所确定的两个余留期效益函数，它们对应数值的相对误差却很小（实例中小千倍以上），所以其余留期效益函数对参数来讲在数值上是稳定的，其决策也是稳定的。而且，由这样两套参数决定的策略所产生的期望年效益的相对误差更小（本文实例中是余留期效益函数相对误差的十分之一左右，是参数误差的万分之一左右），因而从目标效益上看，本法参数的稳定性相当好。

六、用参数迭代法求解两个发电水库联合优化调度问题

本例水电库群含于一个包括F省水电站群和G省的一个大型年调节发电水库B的大电网中。F省水电站群由一个多年调节水库A为首的一串梯级电站（共四级）和一群径流式电站组成。两省电站群的总装机为176.5万kW。A梯级电站的主要参数为：装机10.4万kW，A库有效库容7.5亿m^3，多年平均径流量43.7m^3/s。B电站的主要参数为：装机63.0万kW，有效库容13.5亿m^3，多年平均径流量为502m^3/s。系统要求保证出力为58万kW（95%保证率）。两库均有综合利用要求：A库有防洪要求，B库既有防洪要求又有下游航运要求。

径流描述，经分析，两库入流空间相关系数很小，前后时段的相关也不大，故作为独立随机序列处理。A梯级的下游仅有日调节库容，且区间入流可忽略．因而状态变量仅仅是两库的时段初库蓄水量。

优化准则是在满足保证出力的前提下使期望年发电量最大。采用了谭维炎等1982年提出的罚系数法[9]，即调节罚系数使策略满足保证出力要求。每年分23个时段，各库入流的概率代表值，枯水期取11个，汛期取15个。无调节径流式电站的出力按概率分为10级。

该实例在用本法求解时，选取$m=l=2$，即选取了$m=2$次的勒让德多项式逼近，节点数选取了$(l+1)^2=9$点。注意到$\phi_0(x)=1$，$\phi_1(x)=x$，$\phi_2(x)=\frac{1}{2}(3x^2-1)$，式（9）则可具体地写为

$$V^*(x_1, x_2)=a_1+a_2x_2+0.5a_3(3x_2^2-1)+a_4x_1+a_5x_1x_2$$
$$+0.5a_6(3x_1^2-1)$$

或 $$V^*(x_1, x_2)=(a_1-0.5a_3-0.5a_6)+a_4x_1+a_2x_2+a_5x_1x_2$$
$$+1.5a_6x_1^2+1.5a_3x_2^2 \qquad (23)$$

为对比起见，仍采用收敛标准（20），即使对这个标准，计算6～7个周期也就完全收敛了。得到的成果是一套参数：每时段六个参数，二十六个时段共$6\times26=216$个参数。第一时段的参数分别为613284.8433，437054.2940，−64435.4570，268227.8662，−43289.5509，−27851.7088；第二时段的参数分别为776395.6928，586359.7142，−68538.1938，311954.9729，−69100.0562，−27894.6926，…。

在调度实施中，当已知第t时段初A、B两库的状态（库蓄水量）为$s_t=(x_1^t, x_2^t)$时，如何运用这些参数进行最优决策？如前所述，最优决策是使式（19）右端大括号内的总期望效益（记为$\{\cdot\}$）最大化的决策$d_t^*=(d_{1t}^*, d_{2t}^*)^T$。由于$t+1$时段的最优余留期效益函数$V_{t+1}^*(S_{t+1})=V_{t+1}^*(x_1^{t+1}, x_2^{t+1})$已求得，使得原多阶段序贯决策问题可简化为简单的非线性规划问题。如能计算出任一组决策$d_t=(d_{1t}, d_{2t})^T$所对应的$\{\cdot\}$值，那总可采用某种恰当的非线性规划解法求得使$\{\cdot\}$极大化的d_t^*的。在该实例中采用了单纯形法。

因$\{\cdot\}$是期望效益，记q_t出现的概率为$p(q_t)$，有

$$\{\cdot\}=\sum_{q_t}N_t(s_t, d_t, q_t)\cdot p(q_t)+\sum_{s_{t+1}}p(s_{t+1}|s_t, d_t)V_{t+1}^*(s_{t+1})$$
$$=\sum_{s_{t+1}}p(s_{t+1}|s_t, d_t)[N_t(s_t, d_t, s_{t+1})+V_{t+1}^*(s_{t+1})]$$

显然，若能求出对应一定概率的入流q_t的总效益值$[N_t(s_t, d_t, s_{t+1})+V_{t+1}^*(s_{t+1})]$（记为$[\cdot]$），则$\{\cdot\}$不难算出。而当$q_t=(q_{1t}, q_{2t})^T$一定，$d_t=(d_{1t}, d_{2t})^T$及$s_t=(x_1^t, x_2^t)^T$也一定时，两库的面临时段出力$N_t(\cdot)$可以求出，同时其对应的时段末库蓄水量$s_{t+1}=(x_1^{t+1}, x_2^{t+1})^T$也可得到。将其$x_1^{t+1}$，$x_2^{t+1}$值代入式（23）中，即得$V_{t+1}^*(S_{t+1})=V_{t+1}^*(x_1^{t+1}, x_2^{t+1})$之值，即余留期效益值可按以参数形式表示的$t+1$时段的余留期效益函数式（23）直接计算。

上述计算期望效益和寻优的过程看来费事，其实在微机上计算非常容易。在PDP-11-23微机上只需几秒钟。而且也不必重新编写计算机程序。因为这套寻求已知面临时段状态的最优决策的程序正是参数迭代法程序的部分子程序，只要调用它们就行了。因而，该法在调度实践中应用时，无论对生产单位、还是对程序设计者来讲，都非常方便。

在刘健民、闻德溥[1985]文中，报告了采用常规DDP法计算上述实例的数值结果[10]。

其中状态变量离散水平为8。本文在完全相同的资料和条件下用本参数迭代法重新计算，结果是令人满意的。而且不但计算机内存大大缩减，计算机时也仅用了DDP法的七分之一左右。将两种方法所得最优策略对同样的40年历史径流资料进行时历操作后，发现本参数迭代法策略的年平均发电量比初始策略（优化后的单库运行策略）提高1.01%，而DDP法策略的年发电量仅提高1.0%；保证出力虽然两法相等，都比初始策略提高3.4%，但本文方法的保证率比DDP法提高0.44%。相比之下，本法效益还略优于DDP法，效果是明显的（表2）。

S.Yakowitz[1982]在一篇述评中曾写到："据我们所知，采用随机动态规划方法求解的最大系统仅为两库"[11]。但如果采用本文的参数迭代方法，按随机动态规划求解三、四库甚至更大的系统，不会困难太大。

表2 本参数迭代法和常规DDP法两库问题成果比较表

项目 / 类别 / 方法	年平均发电量(亿kW·h)			保证率 (%)	年平均弃水量(亿m³)	
	A库	B库	总计		A库	B库
常规DDP法	4.5604	34.1180	38.6783	94.5544	0.8544	39.0168
本文的参数迭代法	4.5803	34.1018	38.6821	94.9719	0.8398	38.9459

参考文献

[1] Howard, R.A., Dynamic Programming and Markov Process, Technology Press of Massachusetts Institute of Technology &John wiley & Sons, Inc, Cambridge, USA, 1960.

[2] Blackwell, D., Discret Dynamic Programming, Ann, Math.Statist., 33, 1962.

[3] Odoni, A.R., On Finding the Maximal Gain for Markovian Decision Process, Operation Research, 17(5), 1969.

[4] Su, S.Y.& Deiniger, R.A., Generalization of White's Method of Sucessive Approximations to Periodic Markovian Decision Process, Operations Research, 20(2), 1972.

[5] Bellman, R.E.& Dreyfus, S.E., Applied Dynamic Programming, Princeton uni.Press, Princeton, New Jersey, 1962.

[6] Gal, S., Optimal Management of Multireservoir Water Supply System, Water Resear.Res., 15(4), 1979.

[7] 柳重堪，正交函数及其应用，国防工业出版社，1982。

[8] 李庆扬等，数值分析，华中工学院出版社，1982。
[9] 谭维炎、黄守信、刘健民、方淑秀，应用随机动态规划进行水电站水库的最优调度，本论文集。
[10] 刘健民、冏德溥，两个水电站水库联合优化调度随机模型的严格解法，本论文集。
[11] Yakowitz, S., Dynamic Programming Application in Water Resources, Water Resour.Res., 18(4), 1982.

两个水电站水库联合优化调度随机模型的严格解法*

刘健民 闫德溥

考虑随机入流的两个长期调节水库的联合优化运行问题，其困难不在于理论上，而在于计算技术上。考虑两库联合优化运行时，其状态的总数将是两个水库各自状态数的乘积，而对于每一状态要计及两库入流的各种可能组合。由此可见，需考虑的组合数是非常庞大的。计算工作量将成指数型地增加，对计算机的存储容量和运算速度都提出相当高的要求。S. Yakowitz[1]在一篇述评“动态规划在水资源中的应用”中指出：“据我们所知，采用随机动态规划方法求解的最大系统仅为两库”而且“那些报告他们研究成果的作者们还常常强调计算工作量过于巨大”。在我国，用随机动态规划方法解决单一水库优化运行问题，近几年来已得到普遍的推广应用，获得不少的效益。但对于两库联合优化运行问题，则由于上述的计算困难，目前仅限于采用近似的方法来解决。例如，有的是在单库优化的基础上，固定某一水库的运行方式，求另一水库对它进行补偿的优化运行方式；有的是在单库优化的基础上，用判别式来调整两库的联合运行方式。本文介绍一个用随机动态规划直接求解两库联合优化运行问题的方法和算例，并对求解的计算技术，特别是寻优方法的处理进行较为详细的说明。

一、两库联合优化运行问题的数学描述

设有位于两条不同河流上的水库1与2，假定它们各自的径流序列均是时间上相互独立的。它们联合运行时，对任一时段t要求根据两库时段初状态矢量S_t作出两库的决策，即确定矢量$D_t(S_t)$（泄水量或出力）。状态取离散值，设1库取L个状态，2库取M个状态，则矢量S_t的可行域共有$K=LM$个状态数。两库的决策矢量$D_t(S_t)$包括1库的决策$D_t^1(s_t^1, s_t^2)$和2库的决策$D_t^2(s_t^1, s_t^2)$，即各库的决策要根据两库的当前状态作出。设$P_t^{ij}(D_t(S_t^{(i)}), S_t^{(i)}, q_t)$（其中$q_t$为$t$时段的入库径流矢量，$q_t=\{q_t^1, q_t^2\}$）代表在第$t$时段初两库处于$i$状态组合下，采用决策$D_t(S_t)$在时段末转移到状态组合$j$的转移概率，它还与两库的天然入库径流$q_t^1$、$q_t^2$有关。为表达明晰起见，将其中自变量$q_t$改用下时段初的状态矢量表示，即令

$$P_t^{ij}=P_t^{ij}(D_t(S_t^{(i)}), S_t^{(i)}, S_{t+1}^{(j)})$$

对应于这一状态转移而产生的两库在这一时段t的发电效益为

*本文于1985年1月完成，1986年5月修改。

$$r_t^{ij}=r_t^{ij}(D_t(S_t^{(i)}),\ S_t^{(i)},\ S_{t+1}^{(j)})$$

定义$g_t(S_t^{(i)})$为两库从时段初的状态$S_t^{(i)}$出发，未来各时段均采用最优决策时，从t时段运行到N时段（水库运行终止时段）期间所获得的效益。根据动态规划最优化原理，两库在时段t采取的最优决策应使得两库的面临时段期望效益与余留期效益之和为最大，即有如下的递推公式：

$$g_t(S_t^{(i)})=\max_{D_t}\{\sum_j P_t^{ij}(D_t,\ S_t^{(i)},\ S_{t+1}^{(j)})[r_t^{ij}(D_t,\ S_t^{(i)},\ S_{t+1}^{(j)})+g_{t+1}(S_{t+1}^{(j)})]\}\forall i \qquad (1)$$

使等式右端取最大值的决策记为$\tilde{D}_t(S_t^{(i)})$，对应的余留期效益函数记为$\tilde{g}_t(S_t^{(i)})$，$\forall i$。从N时段开始，按式（1）逆时序地递推计算，$\tilde{D}_t(S_t^{(i)})$最终可收敛于一年中各时段的稳定最优决策$D_t^*(S_t^{(i)})$，$\tilde{g}_t(S_t^{(i)})$也同时收敛于$g_t^*(S_t^{(i)})$，$\forall i$，该稳定最优决策序列与初始递推面无关。

按式（1）递推计算时，要计算面临时段的期望效益和余留期的期望效益，这里是对两库的入库径流取期望的。当两库的入流有相关关系时，1库的每一入库径流值对应着2库的一个入库径流的条件分布。这样，在计算效益时，就要对1库的所有径流代表值（从1库入库径流分布曲线上取离散值）及其相应的2库入库径流条件分布的各种组合求期望。可以想见，计算工作量将是十分庞大的。但以目前的计算手段，还是可以解决的。当两库的入库径流间的相关系数相当小，且两库之间无水力联系时，可假设两库的入库径流相互独立，以减少计算工作量。对于串联水库，若上级水库入流与两库间的区间入流之间的相关系数相当大，可假设它们的入流是同步的，则计算工作量最省。此外，区间入流还要计入上级水库的泄流。这样，上述数学模型基本适用于串联水库。本文没有考虑相邻时段间径流的相关，如果加以考虑，状态矢量将是四维的，会遇到巨大的计算困难。

二、单纯形寻优方法

多维寻优方法往往需要计算目标函数的导数，而发电库群联合运行问题的目标函数往往不能用解析式表达。所以，以采用不需计算导数的寻优方法为宜。单纯形法即是这类方法的一种，该法是Nelder和Mead1964年提出的[2]。已经证明这是一种容易在计算机上执行的有效方法。

无约束条件下的单纯形方法大致如下[3]：

（1）设有一n维的无约束极大化问题，其决策矢量为D，$D=(D^1,\ D^2,\ \cdots,\ D^n)$。设已有$n+1$个点$L$，$G$，…，$H$构成初始单纯形（图1以二维为例），它们应该使矢量$D_1-D_0,\cdots,D_n-D_0$线性独立。计算出其相应的目标函数值$f_L$，$f_G$，…，$f_H$；$L$为最差点，$G$为次差点，$H$为最好点。

（2）求出L点以外各点的重心C（图1中即GH的中点）

$$D_C=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n+1}D_i-D_L\right) \qquad (2)$$

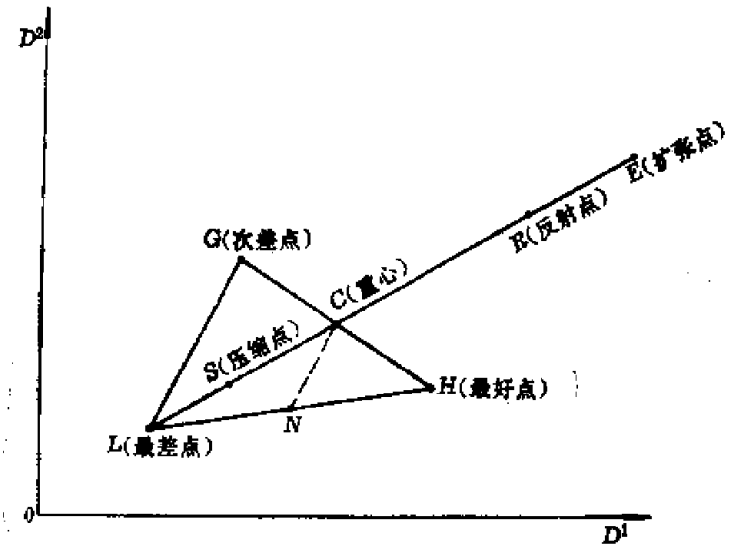


图 1 单纯形法示意图

再求出L对重心C的反射点R，

$$D_R=2D_C-D_L \tag{3}$$

并计算出R点的目标函数值$f_R=f(D_R)$。

（3）若反射点R优于次差点，即$f_R>f_G$，且

$$(1-\alpha)f_L+\alpha f_R>f_H \tag{4}$$

（其中$\alpha>1.0$，为扩张系数）则可以扩张，即取一扩张点E

$$D_E=(1-\alpha)D_L+\alpha D_R \tag{5}$$

并计算出扩张点的函数值f_E。若$f_E>f_R$，则取新点为E点，并用它取代最差点L，构成一个新的单纯形。

若$f_E\leqslant f_R$，或当式（4）不成立时，则取新点为R，以代替最差点L，构造成新的单纯形。

（4）若反射点R不优于次差点G，则需要进行压缩，即取压缩点S

$$D_S=(1-\mu)D_L+\mu D_R \tag{6}$$

（其中μ为压缩系数，$\mu<1.0$）并求出其目标函数值f_S。若情况有所改善，即$f_S\geqslant f_G$，则取S为新点以取代最差点L，构成新的单纯形。

（5）若$f_S<f_G$，即压缩后情况仍然没有改善时，需要向最好点方向缩边以构成新的单纯形。即除H点保留不变外，其余n个新点取为

$$\tilde{D}_i=D_H+\frac{1}{2}(D_i-D_H)\quad i=0,1,\cdots,n;\ i\neq H \tag{7}$$

其中$\tilde{D}_i$、D_i分别为新、老单纯形的对应顶点（在图1中即取ΔNOH为压缩后的新单纯形）。

（6）每次递归地构造成一个新的单纯形后，若

$$\left|\frac{f_R-f_L}{f_L}\right|<\varepsilon \qquad (8)$$

（其中ε是一小正数，为允许误差）则认为可以停止迭代。

三、单纯形法在约束寻优中的应用

单纯形法要求D_i-D_0（$i=1,2,\cdots,n$）n个矢量线性独立，否则会使搜寻范围局限在一个低维空间内。若极值点并不在这个空间内时，就找不到极值点。当然，在无约束搜寻中，只需初始单纯形满足该要求，则后继单纯形都会满足它的。而在有约束问题中，线性边界约束往往会迫使单纯形的这n个矢量线性相关，从而使得搜寻吸附在一个低维空间内。而线性约束是发电库群运行问题中常见的约束。因而，若简单地处理边界问题会使得搜寻漏过最优点。

对此问题我们提出两种处理方案：

（1）当目标函数在决策空间全域有定义时，可先按无约束情况搜寻，若最优点不满足约束条件时，则再在约束边界上沿边界降维搜寻之。但是发电库群的决策变量常常是泄量或出力等，它们不允许有负值出现。如果不想对决策变量为负值时的目标函数给出合理的补充定义，建议可采用下法。

（2）当反射点或扩张点（R或E）落在约束边界以外时，应取探索方向LC的“延长线”与约束边界的交点作为修正反射点或修正扩张点（R'或E'），其余步骤不变（图2）。当单纯形顶点因全部落在线性边界上而降维时（如在二维情况下三个顶点全部落在直线边界上时），还应令其最好点向低维空间的可行域一侧作一次摄动，以免最优点在边界附近时，因步长过大而被遗漏。在二维情况下如图3所示，当L、G、H三点均落在直线边界上时，应用H'代替H重新作一次单纯形迭代。摄动后，如单纯形的所有顶点仍然全部落在线性边界上，则仍按原步骤搜寻。

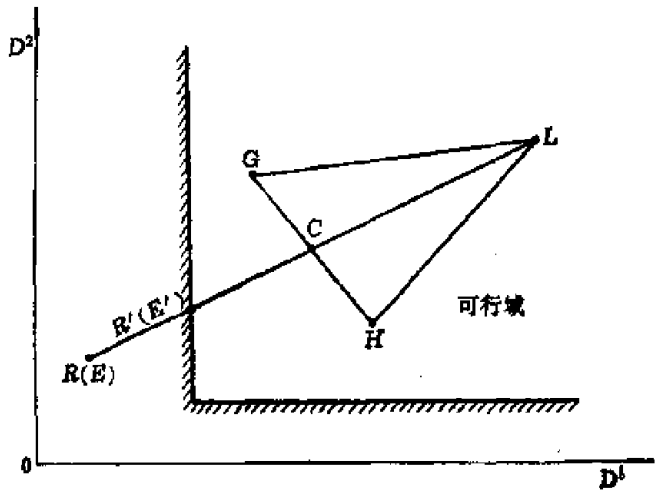


图2 边界约束的处理

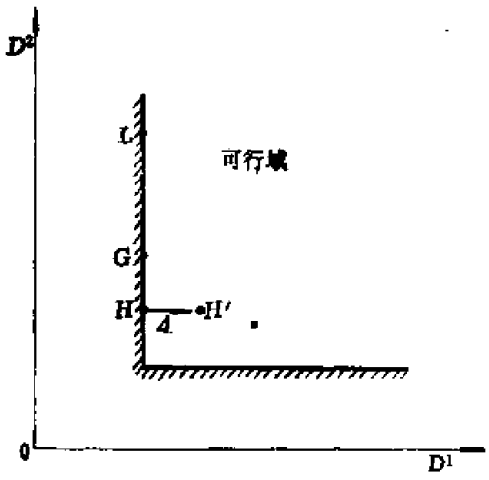


图3 被边界吸附后的摄动

采取上述措施后，既可保证搜寻到最优点，又可使计算机程序简单。因为这样做可使降维前、后都采用同一单纯形方法和程序不变。

单纯形法的特点是：①具有追寻脊线的优点；②因有扩张和压缩系数，既可在远离最优点时加大步长，以加速搜寻，又可在接近最优点时自动缩小步长，加密搜寻网格，从而提高搜寻精度；③类似线搜索中Fibonacci方法，能充分利用已有计算点的信息，从而减少计算工作量。

我们在算例中发现，平均有10次左右的单纯形搜索即可达到小于万分之一的相对误差的精度，看来效率是相当高的。

四、算　　例

我们取西南电网中两个具有多年和季调节性能水库的电站资料作为计算实例。电网中除这两个大型电站外还有一系列径流式水电站，这些径流式电站被处理作为一个总的具有既定出力概率分布的径流式电站。算例所考虑的电站群总装机容量为176.5万kW，电网要求的保证出力达58万kW（保证率95%）。采用罚系数法使策略满足保证出力的要求。其状态变量（各库蓄水量）各取8个水平，即共取64种状态组合。每年分为26个时段（汛期分旬、枯期分月）。各库的随机入流认为是相互独立的，其离散代表值枯期取11个，汛期取15个。无调节径流式电站的出力则按等概率分为10级。在单纯形寻优中，初始步长取为（4，24）（单位：m^3/s），扩张系数$\alpha=1.5$，压缩系数$\mu=0.25$。其具体计算步骤与我们以前的研究工作相似[4]，有兴趣的读者可参考研究报告“四川电力系统水电站群水库优化调度”●，此处不赘述。

随机动态规划的迭代收敛速度并不太慢，对每一确定的罚系数，迭代收敛过程需5个年周期多一点。然而，其计算工作量却极其巨大。我们在PDP11/23机上计算，一次迭代收敛约需170h左右的CPU时间。如果状态变量和入流代表值分划更细，则计算工作量将呈指数阶地剧烈增大，有必要在大型计算机上计算。由此可见，用随机动态规划求解库群最优调度问题时，两库联调确已接近计算能力的极限了。

对所得的最优策略用40年历史水文资料进行时历法演算，发现多年平均发电量比初始策略提高1%，保证出力比单库运行（优化后的）提高3.4%，效益还是比较明显的。

最后，附带提一下，本研究工作是与水电科学研究院水资源所合作研究的“两库联合优化调度”课题的一个分工部分。两单位共同采用了随机动态规划方法并采用同一算例，但寻优方法各不相同。他们采用步长加速法（模矢法），我们采用单纯形法。两单位各自独立编写了程序，而最后所得到的最优策略几乎完全吻合，这就互相验证了各自方法和程序的正确性。

●南京水文研究所、水利水电科学研究院水资源研究所等，四川电力系统水电站群水库优化调度，科研报告，1981.10。

参 考 文 献

[1] S.Yakowitz, Dynamic Programming Applications in Water Resources, Water Resour. Res.Vol.18, No.4, 1982.8.

[2] 张义燊等译，实用非线性规划，科学出版社，1983。

[3] 南京大学数学系计算数学专业编，最优化方法，科学出版社，1978。

[4] 谭维炎等，应用随机动态规划进行水电站水库的最优调度，本论文集。

黄河下游北岸潘庄引水工程供水经济分析*

刘城鉴 许志云**

本文着重从工程自身的特点和社会主义经济规律相联系，论述如何保证供水工程固定资产的简单再生产和扩大再生产，使工程逐步实现供水经济的良性循环。

潘庄引黄工程1971年冬开始施工，1972年4月开始引水受益。经过近几年的配套、扩建，至1983年6月总投资达7305.4万元。统计至1982年底其最大放水流量为105m³/s，平均渠首年引水量6.5亿m³，受益范围七县一市，包括抗旱提水灌溉，设计总灌溉面积500万亩，其中自流灌区209.4万亩，提水灌区290.6万亩。潘庄属于泥沙处理有困难的大型引黄工程，至1982年，年平均进沙量为670万m³，每引一立方米水人工清淤费用约18厘。

一、工程历年供水与泥沙淤积情况

本工程自1972年受益起至1982年的历年引水量如表1。

表1 山东潘庄引黄闸历年平均（月年）引水量（万m³）统计表 单位：万m³

月份	1972～1980年平均		1981～1982年平均		1972～1982年平均	
	引水量	占%	引水量	占%	引水量	占%
1			3327	2.81	605	0.93
2	1158	2.18	6704	5.66	2166	3.33
3	6051	11.38	20827	17.57	8738	13.43
4	13230	24.88	20349	17.17	14524	22.32
5	15410	28.98	17082	14.41	15714	24.15
6	4662	8.77	4227	3.56	4583	7.05
7	1304	2.45	28	0.07	1072	1.65
8	3317	6.24	59		2724	4.19
9	4879	9.17	7000	5.91	5264	8.09
10	2753	5.18	4623	3.90	3093	4.75
11	379	0.70	11319	9.54	2368	3.64
12	37	0.07	22997	19.40	4211	6.47
全年	53180	100	118540	100	65064	100

注 1981～1982年引水量中包括引黄济津水量。

*本文于1985年完成，所用资料是1984年9月调查所得。

**山东省水利科学研究所。

至1981年，农业供水的情况是年平均实灌面积自流灌区85.9万亩，抗旱提水灌区100.6万亩，总计186.5万亩。渠系利用系数据灌区灌溉管理所初步测试，以用水户取水点计约为0.3；1985年山东省水费调查规定，以支渠出水口以上的渠系水的利用系数引黄取0.5～0.6；山东省水利设计院在《潘庄灌区改建规划水成本与水费计算》中则用：计至支渠口时，自流灌溉分区0.7，齐、禹、平三县提水灌溉分区0.6，夏、武、宁、陵、德五县市提水分区0.5。本次供水经济分析采用0.7、0.6、0.5、0.3分段供水的四套数据。

据高村水文站资料，黄河山东段多年平均含沙量为30.3kg/m³。汛期平均为41.8kg/m³，非汛期为11.3kg/m³。

潘庄工程至1981年，多年平均以挖待沉的一级沉沙池沉积沙量占总进沙量8.8%；总干淤积量占20.5%；干支河道淤积量占27.7%；二级沉沙池沉沙量占11.4%；进入田间沙量占4.9%。

二、工程投资及其折算

本工程投资包括1980年前国家与群众历年的基建投资，1981～1983年6月引黄济津工程用于本工程的基建投资和供水部门应分摊的防洪除涝工程的投资三部分。

第一部分共计4358.4万元，其中国家投资1940.4万元，群众投资2418万元。群众投资包括投工差价1487.5万元和田间工程的社队投资930万元。后者系指1980年前本灌区自流和提水灌溉大都利用原有河道、支沟等引水、提水，许多田间水利工程的多数料物和劳务均由群众负担。

第二部分共计2947万元，民工已以每工日1.86元付费，故不计投工差价了。

第三部分是根据灌区范围内的骨干河道徒骇河、马颊河、漳卫河等40多条较大的河流，按1961年型的防洪标准和1964年型的除涝标准进行了治理。这些治理除了主要承担防洪除涝任务外，还兼有灌溉、排水防碱改碱的作用，尤其在本灌区的大型河道及其支流，非汛期时还兼有输水调水的特殊作用。因此，灌区应该分摊防洪除涝工程的部分投资。分摊系数根据初步分析估算，暂按20%计。这样算得本灌区应分摊3505万元的防洪除涝工程投资。三项合计总投资额为10810.4万元。

在供水经济分析时应考虑建设基金的时间因素，将历年的工程投资折算到同一基准年。折算公式为

$$K=\sum_{i}^{n}K_i\ (1+\tau)^{T_i} \qquad (1)$$

式中 n——基准年之前投资年数；

K_i——基准年之前第T_i年的投资额；

τ——折算率（折算系数）。

折算率可采用不同时期或多年平均的综合物价上涨率；也可根据本工程主体固定资产结构的特点，抓住占投资比重最大的如钢材、水泥、砂石料、工资、单位土地占压费和水泵、电动启闭机等机电设备部分，求出本工程综合性的近似部门物价上涨率作为折算率。

现取1983年为基准年，折算率暂按国家计划委员会、财政部、国家建设银行联合下达的

计资[1984]2580号“拨改贷”文规定的水利利率2.4%计算。经折算至1983年底工程投资现值额为12472.7万元。

三、必须保证工程固定资产的简单再生产

1.简单再生产和扩大再生产的经济涵义

根据再生产原理，固定资产按照其不变的规模来进行，就是固定资产的简单再生产，而按照其扩大了的规模来进行，就是固定资产的扩大再生产。

衡量固定资产再生产的规模，区分简单再生产和扩大再生产的界线，应着重从使用价值量和体现使用价值量的实物量即生产能力来看。在社会主义制度下，这种使用价值，是由固定资产的实物要素即劳动资料的数量和技术质量来决定的，不论从社会范围，或者从企业范围来说，固定资产每经过一次周转，是否得到补偿和扩大，只能依它的原有生产能力是否得到维持和扩大来判断。因此，所谓简单再生产就是固定资金每经过一次循环，原有的使用价值量得到了补偿，即原有生产能力得到了维持。所谓扩大再生产就是资金每经过一次循环，不仅原有的使用价值量得到了补偿，而且增加了资金的使用价值量，即原有生产能力得到了扩大。

2.固定资产折旧

折旧是固定资产在使用程过中，因逐渐磨损和自然侵蚀而转移到产品中的那部分价值的一种补偿方式，属产品成本的组成部分。折旧费的经济涵义纯属补偿基金性质，没有积累基金的经济涵义，故不存在补偿和积累的两重性。因此，不能把折旧基金用来偿还贷款，还本、交税都是利润的财务职能，不是折旧基金的财务职能，折旧基金是维持固定资产简单再生产的物质基础。

固定资产价值计算是折旧计算的首要环节，基建投资并不能全部形成固定资产，要先算出本工程的固投比例，过去水利系统的多数工程，固投比例在70%～80%之间，这次在本工程的计算中暂采用75%。另外，按我国现行规定，投资利息计入固定资产价值内。

折旧必须按照国务院国发[1985]63号文《国营企业固定资产折旧试行条例》的规定，严格划定折旧的范围，正确计提折旧基金。在价值上，既不能按初始价值，也不能按期末价值，只能按占用（在用）值计算。通过局部轮番大修实现整体更新和未使用与不需用的固定资产不能计提折旧，历史遗留下来的老工程设施不再进行折旧。

计提折旧的方法，当前主要采用平均年限法和工作量法。平均年限法根据固定资产原值、规定的折旧年限和净残值比例，每年均等计提。计提公式如下：

$$\text{年度折旧额}=\frac{\text{固定资产原值}-\text{残值}+\text{清理费}+\text{使用期间大修理费用总额}}{\text{折旧年限}} \qquad (2)$$

水利供水工程的固定资产折旧难于使用重置价值来计算，因为在经济分析中我们很难预测今后几十年间产品价格和价值的变化情况。此外，折旧的经济涵义是固定资产在使用过程中由于损耗而转移到产品成本中的那部分价值，随着劳动生产率的提高，总的发展趋势是产品价值不断降低，但是，由于供求关系等多方面的原因，产品的价格不一定降低，有时反而提高。

本工程固定资产折旧年限由于泥沙淤积，其所在黄河段水位平均每年以0.10m左右的速度抬高，故使1971年冬兴建的渠首闸仅运行9年，1980年就进行了加固处理。但是，运行以来沉沙池、总干渠以下的工程受黄河水位抬高和泥沙淤积的影响较小，使用年限较长，而这些面上工程的投资又占了工程总投资的65%，因此，综合起来考虑全工程的固定资产折旧年限采用30年较为合适。

引黄工程固定资产废弃时的残值，要比其他类型的供水工程大，因为：①使用年限短；②有的投资和利用低洼地沉沙反而比原来升值，通过放淤改良加上工程配套后凹、沙、薄的土地变成了良田，经初步测算残值要占原值的10%。

这样，算得本工程的年基本折旧率为3%；大修理费率用1.5%，合计年度折旧额为420.96万元，其中：基本折旧费为280.64万元，大修理费140.32万元。

3.年运行费计算

本工程的年运行费包括工程管理、燃料动力、日常维修、泥沙处理、水资源费等五项费用。

前三项山东省水利厅1982年计算水费时实算为129.48万元，另外，工程管理费用与工程管理机构编制的大小和实际人数是超编还是缺员有关。潘庄工程属缺员，现有固定管理人员69人，临时人员57人。因此，按过去运行时的实际开支数计算偏小，应该按水利电力部颁布的编制定员标准进行核算。经核算每立方米引水还应增加2.6厘的供水管理费用，这样，若按1972年～1982年平均引水量65064万m^3计，则为169.17万元，共计298.65万元。

上交河流管理部门的水资源费本次根据水利电力部1982年水管字53号文对黄河下游的规定，从渠首计起，4～6月份灌溉用水每立方米1厘，工业、城市用水每立方米4厘；其余时间灌溉每立方米0.3厘，工业、城市每立方米2.5厘。1982年计算水费时综合采用每立方米1.53厘。这样，以65064万m^3引水量计得99.55万元。

清淤费用从过去的运行情况来看，潘庄灌区每引100m^3水就有1.06～1.12m^3的进沙量，根据进沙量在各输水段沉积的比例，再乘各渠段的应清淤率便得清淤量。每立方米清淤费是根据有关单位1982年前的实测和调查资料，本灌区用人工清淤则每引1m^3水为18厘；若用机械和人工清淤相结合每清一立方米沙1.0元；沉沙池、河道和总干渠若用挖泥船清淤每挖1m^3沙土0.4元。现以每引100m^3水有1.06m^3沙计算，这样，总引进沙量则为689.68万m^3。若按运行以来历年平均各渠段的泥沙淤积量占灌区总淤积量比例，干渠进水口以上渠段占67.4%，泥沙淤积量为464.84万m^3，干渠进水口以下渠段(不包括进入田间沙量)占27.7%，泥沙淤积量为191.05万m^3，两渠段合计淤积量为655.89万m^3。

每渠段应清淤率是根据每年以挖待沉的一、二级沉沙池沉沙量占总进沙量20.2%；总干渠占20.5%；干支河道占27.7%。因本灌区属于泥沙处理有困难的，故这部分泥沙淤积量，考虑全部应清。这样，计得总应清淤量是471.74万m^3。当前灌区还是主要使用人工清淤，所以，本次暂不采用机械和人工清淤相结合方案的单位清淤费，而全部用人工清淤以平均每立方米2元清淤费计算，则年清淤费为943.48万元。

累计上述三项得年运行费用总额为1341.68万元。

4.供水成本分析

供水成本是考核同类供水工程经营管理好坏，经济效益高低的最重要指标。因此，计算和确定供水成本是对水利工程的社会生产和再生产过程进行严格的核算、比较劳动消耗与经

济效果的基础和出发点。商品水在生产过程中的支出就形成了生产成本。潘庄工程由公式（3）的分子部分组成。

$$供水成本=\frac{折旧费+大修理费+年运行费+清淤费+水资源费+其它应计入成本的费用}{年平均供水量} \quad (3)$$

其它应计入成本的费用有量水设备和计量站的管理费等支出项。据此，累计总供水成本费用为1762.64万元，其各项占总成本费用的百分数，见表2。

表2 潘庄工程供水成本费用（万元）计算表

项目 / 费用	折旧费	大修理费	年运行费	水资源费	清淤费	合计	备注
金额(万元)	280.64	140.32	298.65	99.55	943.48	1762.64	年运行费系指工程运行管理费、
占总金额(%)	15.9	8.0	17.0	5.6	53.5	100	燃料动力费、日常维修费三项

从表2看出，清淤费占供水成本费用的53.5%，因此，降低清淤费用就是降低黄河下游引水工程供水成本的关键措施之一。

根据上述各渠段渠系水的利用系数，算得本工程各渠段年平均每立方米供水成本（表3）。

表3 潘庄引水工程供水成本计算表（供水成本单位：分/m³，水量单位：万m³）

渠系利用系数 / 项目 / 渠首引水量	自流灌区 0.7		齐、禹、平三县提水灌区 0.6		夏、武、宁、陵、德五县市提水灌区0.5		用户取水点 0.3		备注
	供水量	供水成本	供水量	供水成本	供水量	供水成本	供水量	供水成本	
65064	45545	3.87	39038	4.52	32532	5.42	19519	9.03	用户取水点系指进入农田、工业取水口，或灌区最后的供水点

据国务院国发[1985]94号文的规定："农业水费所依据的供水成本内，不包括农民投劳折资部分的固定资产折旧"。潘庄工程农民投资原值共计3298万元，占工程总投资原值10810.4万元的30.51%，因此，年折旧费280.64万元减去占30.51%的比例后，则为195.04万元，合计农业供水总成本费用为1677.04万元，这样，各渠段农业供水成本如表4。

表4 潘庄各渠段农业供水成本表（分/m³）

供水段 / 项目	自流灌区	齐、禹、平三县提水灌区	夏、武、宁、陵、德五县市提水灌区	用户取水点
供水成本	3.68	4.30	5.16	8.59

以成本制定水价是经济上的临界线，即为最低价格界线，以供水成本计收水费只能维持固定资产最初的简单再生产运行。农业供水以不包括农民投资部分固定资产折旧的成本收费，要维持最初的简单再生产运行，国家至少要补贴已冲掉的农民投资部分固定资产折旧额，如渠系利用系数为0.5的渠段每立方米农业供水国家应补贴2.6厘，若本渠段总供水量为32532万m^3，则要补贴84.58万元。

四、逐步实现水利工程供水经济的良性循环

1.资金积累与供水价格

供水工程的资金积累来源于供水水费收入和多种经营的纯利收入。多种经营必须立足于管好用好水利工程充分发挥工程效益的前提下来开展，供水是主要职责，多种经营必须以供水为主，其他项目要服从于供水需要。因此，工程管理单位的资金一般情况下主要来源于水费收入项，多种经营起着重要的补充作用。我们不能用多种经营来替代水费收入。

通过水费收入来实现资金积累关键在于合理核定供水价格。国务院[1985]94号文规定：农业水费标准，粮食作物按供水成本核定，经济作物可略高于供水成本；工业水费分消耗水、贯流水和循环水三类来分别核定标准。消耗水，按供水部分全部投资（包括农民投劳折资）计算的供水成本加供水投资4%～6%的盈余核定。

我们要实现积累，就不能全部以供水成本来定价，按成本定价是不会有积累的，只能维持最初的简单再生产的运行，这就是吃光喝光政策。要积累就要按一定盈余比例来定价，本工程工业供水部分这次暂时采用供水投资原值的4%盈余来核定，则各渠段供水价格见表5。

表 5　　潘庄各渠段每立方米供水价格表（分/m^3）

项目 \ 供水段	自流灌区	齐、禹、平三县提水灌区	夏、武、宁、陵、德五县市提水灌区	用户取水点
供水价格	4.82	5.63	6.75	11.25

由于本工程主要是农业供水，靠供水的水费收入很难实现积累，农业水费又冲掉了农民投资部分的固定资产折旧，维持简单再生产还要靠国家补贴或从多种经营收入中拨来补贴。靠国家财政补贴是不能长久的，工程的积累基金只能来源于工程本身的扩大再生产，必须依靠工程的自身循环来实现积累才是长久的可靠的。

2.供水经济的良性循环与工程固定资产的扩大再生产

水利供水工程为了自身的存在和发展，必须使自己的生产按自己固有的程序周而复始不断循环下去。要实现供水经济的良性循环就必须进行扩大再生产，要进行扩大再生产，首先必须保证简单再生产的正常进行，因为简单再生产是扩大再生产的基础和出发点。实现供水经济良性循环的实质就是实现供水工程扩大再生产的问题，而且要使整个水利工程在宏观经

济发展战略上逐步走向相互适应，并能相互转化的良性循环体系。从经济管理和实现扩大再生产的前提出发，我们要首先保证实现资金的良性循环，这是实现工程经济循环的物质基础和先决条件。资金循环有三个阶段，即货币资金、生产资金和商品资金阶段，其每一个环节都不能随意改变和中断，它以货币资金为起点，经过生产前准备阶段即购买生产资料和支付劳动者劳动收入阶段，再经过生产阶段和产品销售阶段，最后又回到货币资金阶段上。但是，作为循环终点的货币在数量上要大于作为起点的货币，其中包含了生产过程中创造的大于原付资金的价值。这样，才能有积累，有积累才有扩大再生产的物质基础，只有扩大再生产才能实现供水经济的良性循环，如何把货币资金转化为扩大再生产，就是供水经济循环的全过程。

江苏省现有江水北调工程的综合经济效益分析*

华士乾 李鸿业**

一、导 言

水资源综合经济效益分析是水资源系统分析的一个重要组成部分。当水利工程具有多种效益时，应分别计算其单项及综合的经济效益。通常情况下，在进行水利工程规划时就应该进行经济效益分析，以谋求在满足国民经济各部门对水资源需求的前提下，对开发工程可供选择的各种方案进行优选，采用最少的投入获得最大产出的方案，也就是经济效果最佳的方案。过去，我们在水利工程的决策中，往往不重视经济效益的分析论证，使水资源利用不合理，工程造价高，占用资金多，工程的效益不能很好发挥，甚至对未来水资源开发利用造成不良影响。江苏省江水北调工程从1961年开始兴建到1980年初步建成，在每个建设阶段都发挥了工作多方面的效果，这是苏北广大群众所共知的事实。但是，至今对投资效果没有作定量分析，这种情况在全国已建的大量水利工程中也是比较普遍的。我们做这个工作的目的是试图通过系统解剖一个水利工程实例，引起有关部门的注意。对本地区的大中型水利工程进行类似的工作，衡量已建工程的得失，也许具有一定的实际意义。

下面扼要介绍一下水利工程经济效益分析中有关的一些经济指标和分析方法。

1.工程费用

根据我国水利投资的具体情况，基建投资和年运行费用包括：

（1）由国家基建投资负担的各项主体工程的投资，包括各大型水利枢纽及其附属的配套工程。

（2）主体工程中各项土方及建筑物普杂工是动员民力去做的，除去国家补助，后方要负担工分、粮食、柴草、工具补贴等。这一部分可视为群众的劳务投资。

（3）面上配套工程，如灌区工程配套，引排河道等，是由地方基建负担的。

（4）受益范围内的沟、渠、涵洞、桥梁、小型电站等是由农田水利经费投资的。

以上各项投资的总和，按静态概念，即工程造价，当然还应扣除施工中可回收利用的物资费用和非生产性投资，才能反应真实的工程造价和占用的固定资金。但是按照动态经济核算的原则，则应按工程投资（包括回收）的年限，统一贴现，才能求得动态的工程造价。

*本文是根据水利电力部南京水文水资源研究所与江苏省水利厅协作的成果报告改写而成的。参加计算工作的还有：江苏省水利厅方福均、沈日迈、胡同生、芦架、房玲娣、李鹏川、魏允中、臧指华等，南京水文水资源研究所宋惠珠、戴树声、杨志胜、刘恒等。

**江苏省水利厅。

年运行费用是指生产过程中每年必须支出的运行费用和维持工程正常运转必要的设备更新费用，它包括两个组成部分：

（1）直接运行费用。包括职工工资、经常维修费、抽水动力（油、电）费用，枢纽清淤及行政管理费等。

（2）间接运行费用。包括维持工程的简单再生产的大修费用和设备更新费用，为了简化计算，设备更新费按设备的使用年限平均计算。

年运行费用与工程管理的水平息息相关，相对而言，江苏省水利工程管理水平是比较高的，故其运行费占基建投资的百分数不到2%，远比一般管理水平的比值3%～5%为低。

2.投资效果的静态分析法

在投资效果分析计算中不考虑资金随时间变化影响的方法称静态分析法。分析中一般用价值（货币）形态表示投资的效果。在水利工程规划阶段，一般应考虑净效益最大的工程方案，也就是说要进行方案的优化选择。但是，本文为已建工程的效益分析，故不存在优化方案选择问题。

静态投资效果分析的方法在本文中用的是还本年限法，即以工程投入运行后每年提供的净收入来归还工程投资的年限（T），即

$$T=\frac{\text{总投资（包括流动资金）}}{\text{平均年收入（效益）}-\text{平均年费用}}$$

还本年限的倒数就是投资利用率，它反映工程的投资效果。由于静态法未考虑投资的时间因素，即未考虑复利或贴现，所以分不清初期投资与后期投资的差别，同样也分不清初期与后期效益的差别，也不能考虑将来更新设备或是追加投资的效果等。一般国家规程中对还本年限的规定在理论上也不完善，因此只能作为一种参考。

3.投资效果的动态分析法

研究动态的投资效果，首先要明确资金的时间价值，即要考虑发挥效益（产出）与人力、物力消耗（投入）的时间早晚，这是由于在实际经济生活中，存在着利息与贴现的事实造成的。利息一般是按复利计算。贴现是由于投入工程的费用与效益不是同时发生的，而是分散在一个时期内实现的，每年的投资与产生的效益也是逐年不同的，施工期投入的费用多而不发挥效益，投产初期运行维修费用少但因配套工程未完工而发挥的效益也小，投资后期则维修费增大而效益也增大，事实上各年投入的资金不尽相同，且由于社会经济的增长，货币价值（指货币购买力）亦将随收入的增加而下降，此外，早期投资发挥的效益还可作为以后的投资扩大再生产。因此，需要将不同时期的效益与费用，按同一基础进行衡量，这就是贴现。贴现就是把未来不同时期内同一时刻的货币价值折算到现时的货币价值，以便进行不同时期的效益与费用分析。设N年后投资为a元，则折算到现值为

$$P=a(1+r)^{-N}$$

式中 r——贴现率；

N——今后的年份 。

由于复利的影响，必须将分析期内不同时期的年费用、年效益换算成同一基准时间才能相互比较，折算中还必须用统一的贴现率。例如：本文中取贴现率为7%，并将各年的工程投资、运行费及效益均贴现到1980年。

这样，在N年后的效益（或投资）折算到现值的公式为

$$P=\frac{A[(1+r)^N-1]}{r(1+r)^N}$$

折算到现值后的工程效益，与工程投资、年费用之和的比值称为益本比（$=B/C$），在对水利工程规划方案优选时，应选益本比最大的方案，但在已建工程核算中，只要益本比大于1的工程都可以认为是合理的。在水利工程效益分析中，益本比强调了经济效率，指明了工程决策的当否，用之衡量工程的优劣还是比较好的，但是，在我国的条件下，如何衡量贴现率r的数值，还是值得进一步探讨的问题。此外，在计算效益时，国内市场农业、工业产品的价格可能与实际的价值有较大的出入，也有待在具体情况下作具体分析。

关于敏感性测试，考虑到灌溉效益占总效益的90%以上，在改变灌溉水量定额75%后，整个工程系统的益本比（从4.04变到4.15）出入很小，可以认为江苏省江水北调经济效益综合分析的成果还是比较可靠的。由于工程到1980年已全部建成，不存在财务上可能发生的资金来源和财务盈亏平衡等问题，故未作财务分析。

二、现有江水北调工程综合经济效益分析的内容、方法及成果

1.江苏省江水北调工程系统简介

江水北调工程是一项从长江引水（包括自流引水和抽引江水）和向长江抽排的江、淮、沂、沭、泗统一调度、综合利用的工程。从1961年开始兴建江都抽水站一站以来，先后建成了固定的和简易的大、中型抽水站14座，装机11.5万kW及7万kW。抽引和自流引江能力都已达到400m³/s，各级抽水站也为里下河、白马湖地区排涝降渍、发展航运、解决工业、城市用水创造了条件，是一个发挥多项效益的综合利用水利工程系统，它使苏北平原初步成为一个能灌、能排、能蓄、能控制调度的水利系统。

在洪泽湖、骆马湖、微山湖等滞洪区建成为常年蓄水的水库后，提高了径流调节能力，扩大了灌溉面积。但上游来水丰枯变化大，如淮河三河闸丰水年年径流达790亿m³，枯水年仅28亿m³。近20年中，淮河干流发生不同程度断流达15年。1966年淮河干流连续断流达146天，1978年亦断流95天。早年水源十分紧张，必须调用江水，补给苏北淮、沂下游近2000万亩农田灌溉用水、居民生活用水及航运用水，并在涝年排水入江，以减轻里下河、白马湖地区的涝灾。

到1980年，已完成抽江流量400m³/s，进洪泽湖200m³/s，泗阳北送90m³/s，向连云港送水15m³/s的全部配套工程。另外，里下河自流引江能力也已达400m/s，淮沭新河向北调水能力达400～500m³/s。江水北调工程及灌区布置如图1所示。

2.经济效益计算的内容及特点

本文所计算的工程效益的内容包括灌溉、排涝、航运及向城市和工业供水等项。由于工程已经建成并逐步发挥效益，故分别计算了自1963年开始至1980年的实际效益。各项效益分别计算，扣除重复部分以求得工程的总效益。因此也不存在工程规划中分析综合效益的优化问题，只要按照现行工程管理制度，计算综合及分项效益即可。

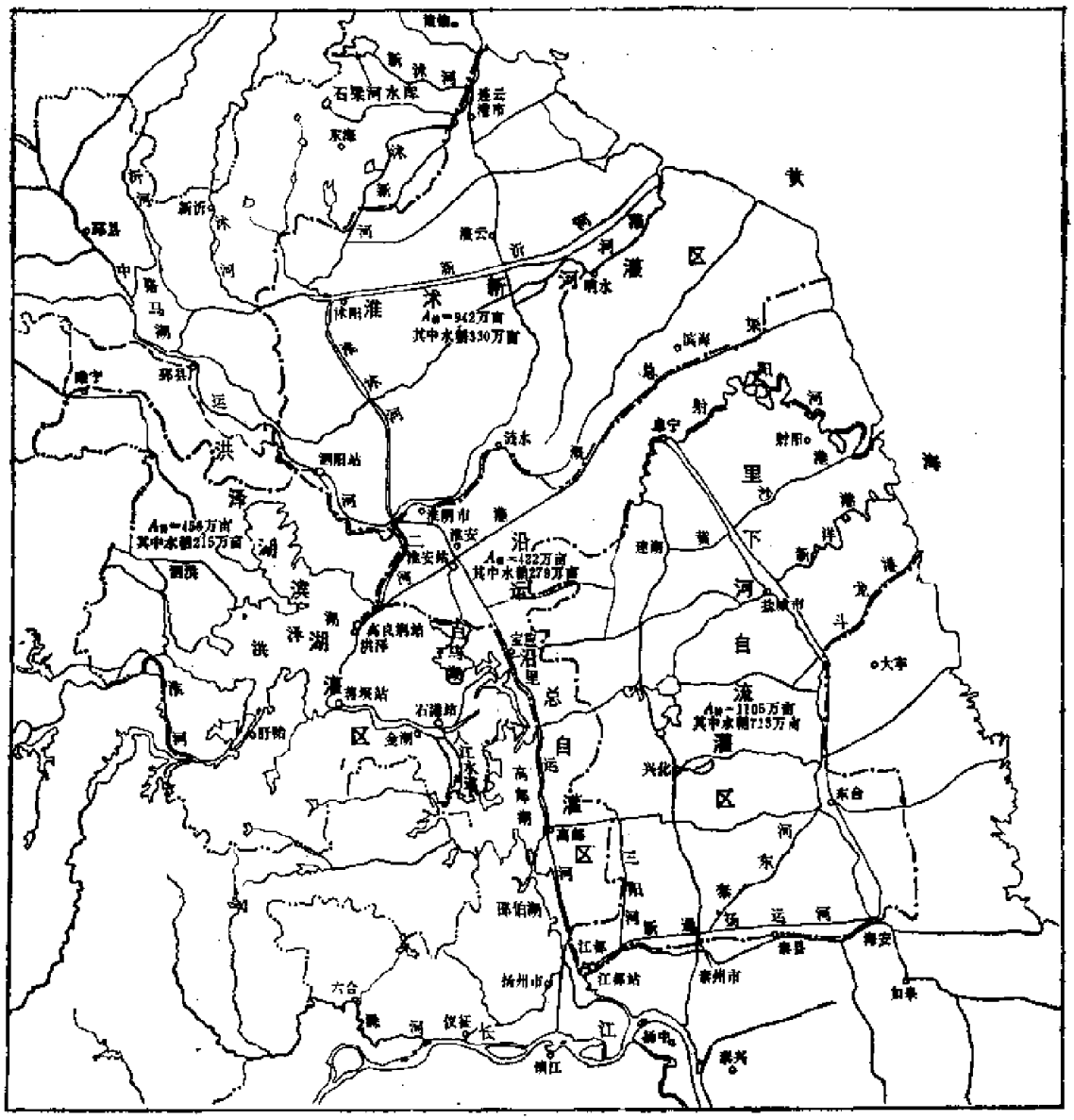


图 1 江苏省江水北调灌区示意图

各项效益的计算采用对比分析法。例如灌溉效益，以增加的灌溉面积为依据。在上游来水相同条件下引江与不引江灌溉面积的差值，就是当年产生的灌溉效益。在苏北水利系统中，淮水、沂水和江水是可以统一调度的，因此计算引江灌溉效益时，必须把淮水、沂水的灌溉效益与之分开。引江又分为自流引江和抽江两部分，在算出总的引江灌溉效益后，再按自流引江水量与抽江水量比例分摊抽江的灌溉效益。

3.工程投资统计和分析

江水北调现有工程的投资，按以下四个方面进行统计。对于新增效益，统计其相应的工程投资；对于改善效益，统计其提高保证率部分的工程投资。当某项工程兼有防洪及其他在本文中未包括的效益时，则扣除相应的工程投资。

（1）主体工程的国家投资

1）江都水利枢纽及其配套工程，包括4座泵站（装机49800 kW）、9座水闸、5座船闸、3条引排骨干河道以及其他配套工程共22项，1961～1980年国家共投资17857.58万元，扣除防洪应分摊投资712.94万元，为17144.6万元。

2）淮安站及其配套工程。包括淮安一、二站（装机16400kW），新河、沙庄引河等输水河道，1973～1980年共投资3236.55万元。

3）沿送水线第二、三、四级简易站，包括石港、蒋坝、高良涧越闸、泗阳闸等站，1974～1980年共投资2112.9万元。

4）淮沭新河。仅统计其为输水服务的工程投资包括二河水下方、淮沭河东西偏泓、沭新河工程及沿线排涝处理，1971～1977年应分摊投资5623.9万元。

总计主体工程国家投资总额为28118.01万元。

（2）主体工程的群众劳务投资　主体工程的土方和建筑物，国家补助每工日为0.45～1.0元，后方负担了民工的工分、粮食、柴草、工具补贴费用。据典型社队调查，后方负担1.52元／工日，据此，计算出总投工量为9654.07万工日，折合劳务投资为14674.19万元。

（3）面上配套工程投资　即用于江水北调的地方基建工程投资，如淮北新灌区配套工程、里下河抽排区引排河道等，共投资8053.6万元，劳务负担4517.24万工日，折价6866.21万元，两项共计投资14919.85万元。

（4）农田水利投资　包括受益范围内沟渠、小涵洞、桥梁、小型电站等。因面广量大，采用典型调查方法，求其平均的每亩投资数。采用里下河每亩受益农田投资30元，淮北地区每亩24元，面上农田水利投资共36063.8万元。

以上四项合计总投资为93775.85万元。其中主体工程国家投资占29.98%，主体工程劳务投资占15.65%，面上配套工程占15.91%，农田水利投资占38.46%。由于在效益计算中考虑了挖压土地的负效益，故应在总投资中扣去征用土地费2453.29万元，总投资改为91322.56万元。

4.年运行费用的统计和分析

（1）工程管理维修费率　各项工程的管理维修费用是按管理单位实际支出的经费统计的，但部分工程尚无专管机构。其管理费用（不包括油、电费）则用工程管理维修费率，即年工程管理费与工程总投资之比，以%计。几个抽水站的资料如表1所示，其平均费率为1%，考虑到费率都应用于小型分散工程，故调整费率为1.5%。

表1　　工程管理维修费率

工程单位	江都枢纽	淮安一、二站	蒋坝石港站	泗阳站
工程管理维修费率(%)	1.00	0.88	1.27	1.17

（2）抽水站电（油）费的定额分析　在实际效益计算中，部分抽水站无油、电费的统计资料，并在期望效益计算中只能用定额计算，必须分析定额，即分析抽每立方米水量所费的油、电费用。

几个主要抽水站的电（油）费定额如表2所示。

表 2 电 费 定 额 表

工程单位	江 都 站	淮安一、二站	石港梅垻站	越闸站	泗阳站
每立方米水电(油)费 (元/m³)	0.0014	0.0011	0.0014	0.0022	0.0016

注 越闸为柴油动力站，费用较高。

（3）设备更新费用 按规程，土建工程使用期为50年，机电设备20年，江水北调工程在60年代后陆续建成，故不考虑土建更新，机电更新按投产年推迟20年，在该年的工程管理费中列入设备费及安装费。

（4）管理单位的综合利用收入 指工、农、副业收入及水力发电收入。计算中将工程管理单位收入按实际计算，并在工程管理维修费中扣除此项收入。无专管机构的均略而不计。在期望效益计算中，收入按1977～1980年平均收入计算，未考虑收入的增加。从1961～1980年，对已建工程年运行费用及收入按各项工程的管理单位实际费用统计，无专管机构的按定额计算。电（油）费用以逐年抽水量乘以水费定额，一级站用0.0014元／m³，二级站用0.0011元/m³，三、四级站用0.0016元／m³。设备更新列了四个站，即：江都一站、二站各364万元，三站564万元，淮安一站401万元。相应的1954～1980年水文系列的总运行费用2.899亿元；平均每年0.1074亿元（未贴现）。

5.1963～1980年江水北调工程实际效益分析

实际效益是指在较长的建设过程中逐步发挥的各年实际的灌溉、排涝、航运、向城市及工业供水的效益。

（1）灌溉效益 自流引江的水量经通扬运河引入里下河河网，从而减少了淮水对里下河补给，使淮水更多地调往淮北灌区，故自流引江的效益实质上是同等数量淮水调往淮北的灌溉效益。抽江水量经京杭运河北调到灌区。实际灌溉效益计算以各年引江水量除以当年灌溉定额求得当年引江增灌面积，再以引江保灌面积加以调整，乘以粮食单产及单价求出当年的灌溉效益。

1）经济指标。各种农作物灌与不灌产量差值，根据灌溉试验站资料和典型地区调查材料确定，采用值如下：

①水稻亩产与不灌溉旱作亩产差值，里下河灌区采用166kg／亩，洪泽湖灌区采用98kg／亩。

②灌与不灌旱作物产量差，三麦为22kg／亩，秋旱作物为26kg／亩，棉花为3kg／亩。

③不同农作物单价为：稻谷0.378元／kg，麦子0.486元／kg，旱粮0.382元／kg，棉花4.234元／kg。

④根据《江苏省1980～2000年农业现代化建设设想》，粮食单产年递增率采用2.4%，棉花为2%。

2）引江水量。抽江水量从1965年到1980年共抽江水265.75亿m³，平均每年抽水16.61亿m³，1966年是特大旱年，当时只有江都一、二站，共抽江水20.02亿m³，1978年为另一严重旱年，当时江都三、四站也已完成，共抽水62.8亿m³。自流引江的能力，随通扬运河、

三阳河等引水河道的拓浚而逐步扩大，1966年自流引江18.42亿m^3，1978年自流引江48.20亿m^3。

3）灌溉定额。以作物耗水量扣除当年的有效雨量求得，再除以渠系利用系数，即得当年灌溉毛定额。洪泽湖灌区的水稻，按早、晚稻面积各占总稻田面积10%，中稻占80%；里下河以早、晚稻各占20%，中稻60%的作物组成计算，习惯亩为实际亩数的1.2倍。根据江苏省15个灌溉试验站资料，水稻田有效雨量率一般在60%～80%之间，本文按65%计算。旱作物有效雨量率冬春期为70%～90%，夏秋期为65%～70%，本文采用秋旱作物为50%，三麦为80%。

4）引江增灌面积计算。由于自流引江效益须以同等淮水北调效益来表示，故引江增灌面积$A_{增}$应为自流引江水量与抽江水量之和除以当年洪泽湖灌区灌溉定额而得。由于在引江工程建设中工情不断变化，因此增灌面积尚须调整。统计1963年以来引江灌区发展情况，以每年引江可灌面积与1963年前灌区面积对比，其差值ΔA为当年新增可灌面积。如令调整后的引江增灌面积为$A'_{增}$，则当$\Delta A < A_{增}$时，$A'_{增}=A_{增}$；而当$\Delta A \geqslant A_{增}$时，$A'_{增}=\Delta A$。调整的含义是：在丰水年，尽管引江甚少或未引江，亦应计算引江效益的面积不低于ΔA，在枯水年，如当年引水灌溉面积已超过ΔA，说明当年淮水已不能保证原有灌区，因此，引江增灌面积可不再调整。

5）1963～1980年实际灌溉效益。以当年引江增灌面积乘以灌与不灌产量差及粮价，即得当年实际灌溉效益。例如洪泽湖灌区，粮食产量差为每亩98kg，粮价0.378元／kg，则$B_{灌}=30.71A'_{增}$。

计算结果，从1963年到1980年，实际灌溉总效益为21.41亿元，平均年效益为1.19亿元。干旱年份如1978年的效益为2.57亿元，高出年平均效益一倍以上。

（2）排涝效益　江都站可配合里下河地区排涝，排水影响范围达4000km^2，折合耕地327万亩。淮安站配合白马湖排涝，范围为69万亩。排涝效益以工程前后灾情对比，减少的受灾面积即是排涝效益。1963年以来，除江都抽水站外，还兴建了斗龙港排水工程，因此尚需作效益分摊，确定江都站排涝效益，计算方法是算出工程前及工程后的成涝雨量频率与同年成灾面积的关系曲线如图2所示。在计算实际排涝效益时，以工程兴建后的各年暴雨频率P_A查出工程前受灾面积，减去当年实际受灾面积，即为当年工程的实际排涝免灾面积。工程后的曲线与工程前的曲线的差值ΔA，则用于计算期望排涝效益分析。

在里下河涝灾资料统计中可知，重灾和中灾面积约占40%，轻灾占60%；重灾和中灾按减产50%，轻灾减产30%，则可将成灾面积折算成绝产面积，故$A_{绝}=0.38A$。

粮、棉田比例按实际排水范围内比例，即棉田占8%，粮田占92%，绝产面积单产按实际当年平均产量计算。当年绝产面积乘以当年粮棉单产及价格即得排涝效益，斗龙港与江都站的排涝效益及各自排水量比例进行分摊。

1963年到1980年江都站实际排涝总效益为

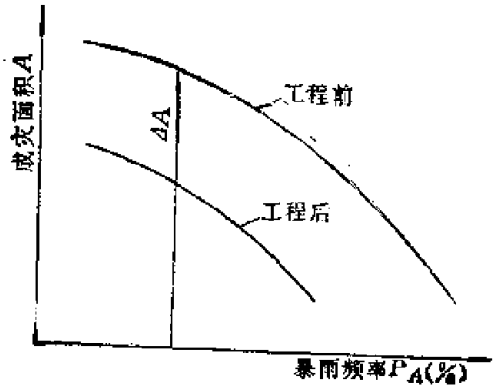


图 2　成涝雨量频率与成灾面积的关系曲线

1.83亿元。其中1980年的排涝效益达3948万元，18年平均排涝效益为1016万元。

（3）航运效益 大运河是苏北主要航道。由于向北送灌溉水而结合航运的称为“借水行舟”效益，非灌溉季节专为航运补水的称“供水行舟”效益，本文仅计算“供水行舟”的效益。据江都站建成后的1977～1979年三年资料，每年开机补水的天数分别为59、49和40天，平均49.3天，占全年天数的13.5%。航运补水流量以60 m^3/s计，每年平均补水为2.56亿m^3，水费以0.002元/m^3计，平均每年补水费51万元。苏北大运河六圩到泗阳闸段的货运量是逐年增长的，1963年为39919万t·km，1980年为1838.57万t·km，如水运改为陆运，每吨公里差价为0.158元。

江都开机供水时间的总运输量为全年的13.5%。考虑到“供水行舟”期内如不补水，仅大船因航深不足受影响，设降低一级航运标准，大船总吨位占50%，其中因50%受到影响，则影响总吨位的比值系数为25%。

航运效益$B_{航}=25\%\times0.135\times0.158\overline{Y}_{总}-51$（万元）

式中 $Y_{总}$——每年货运总量。

1964～1980年17年航运总效益为8264万元，平均每年486万元。

（4）城市、工业供水效益计算 本文仅计算了向连云港供水的效益。方法是以供水后该市每年工业总产值扣除在供水前的年总产值作为供水以来的新增产值，以其40%作为税收和利润的增值，其中仅10%作为供水效益，则工业供水效益为工业产值增值的4%，由之算出1970年以来，向连云港供水的总效益为6800万元，每年为400～1200万元。

（5）工程负效益 据江苏省大型河工统计资料，每万立方米土方平均挖压废土地5.59亩，据此计算江水北调工程共挖压土地96883亩。每亩土地扣除农本的纯收益乘以挖压面积即为当年负效益。计算的实际负效益总和为4996.8万元。

综上所述，计算的工程总效益为23.77亿元，年平均效益为1.189亿元（表3）。

6.江水北调的期望效益分析

期望效益是指现有工程再遇历史水文系列可能取得的效益。本文研究的历史系列为1954～1980年，包括淮、沂来水系列、灌区面雨量系列以及三江营潮位等。工程指1980年工程现状。期望效益分析的效益内容同实际效益。

（1）灌溉效益计算 按现有工程和管理水平用历史水文系列作引江与不引江对比的调

表 3 工程总效益及年平均效益对照表

项 目	分项总效益(亿元)	分项年平均效益(亿/元)
灌 溉	21.41	1.19
排 涝	1.83	0.102
航 运	0.81	0.045
工 业	0.68	0.038
负 效 益	−0.50	0.028
重 复 效 益	−0.46	0.026
工程总效益	23.77	1.189

节计算，两者差值即为引江灌溉效益。

来水资料考虑了修正，当地径流只考虑里下河地区。根据有关市、县统计资料，确定了现有各灌区耕地面积，渠系利用系数，洪泽湖灌区为65%，里下河灌区为85%。在进行水量调节计算时，里下河水网以兴化站为代表，汛期6～9月控制蓄水位1.1m，非汛期10～5月控制蓄水位0.9m，最低0.7m；当里下河降到0.7m而灌溉水量仍然不足时由洪泽湖补给，里下河灌溉回归水作为河网换水及冲淤保港水量。洪泽湖区以蒋坝水位为代表，6～9月正常蓄水位12.5m，其余各月为13.0m，超过时全部废泄。5～8月不足正常蓄水位时抽江水补给，9月至次年4月按抽水能力200m^3/s补给，到次年4月补满。水量调度计算时，里下河水网与洪泽湖按串联水库进行调节计算，里下河水源不足时由洪泽湖补给，调节时先满足城市和航运用水，农业按水稻、旱作、三麦的次序补水。计算考虑了四种组合：①有抽引有自引；②有抽引无自引；③有自引无抽引；④无抽引无自引，分别计算出各种情况下的保灌面积系列和多年平均保灌面积。①与④的差值即为引江工程的灌溉受益面积。计算的引江工程年平均水稻增灌面积为714万亩，秋旱469万亩，三麦480万亩。引江工程的年平均期望灌溉效益为3.265亿元。

（2）排涝效益计算　采用了规划中用的里下河流域水位与容积曲线，假定各排涝港口以通榆河为回水终点，通榆河以上不受回水影响，因而可建立单一的水位流量关系曲线，水位为兴化水位，流量为各港排水流量和，用实测资料求得。当兴化水位达1.4m时江都站开始排涝，水位在1.4～1.5m时，江都抽排300m^3/s，安丰抽排40m^3/s；兴化水位超过1.5m，江都抽排550m^3/s，安丰40m^3/s。由于平水年不需排涝，故只对9个丰水年进行调节计算。由于江都抽排及斗龙港的排水，可降低兴化水位0.5～0.6m，用历史雨量系列从图2上可查出工程前后的成灾面积，用前述方法算出每年绝产面积及排涝效益。计算的年排涝期望效益为3367.08万元。

（3）其它效益　计算方法同上节。计算的航运期望效益为每年1021.6万元，城市、工业供水的期望效益为每年1200万元，负效益计算中考虑了粮食的增产，综合亩产为307 kg，农业按43%考虑，其它指标同实际负效益，则负效益期望值为每年1532.08万元。扣除排灌重复效益，总的期望效益为每年3.587亿元。

7．江水北调工程的投资效果分析

本文采用了静态的还本年限法及动态的益本比法。

（1）还本年法　以工程年平均净效益抵偿工程投资所需的时间即为该工程的还本年限，本工程还本年限$T=2.62$年。

（2）益本比法　本文以工程陆续投产以来的实际效益与今后20年的期望效益之和，除以工程投资、年费用之和，即为益本比（P）值。计算中工程投资、年费用及工程效益均贴现到1980年。计算的益本比$P=4.04$，超过了国家规定指标，说明工程效果显著。因为还本年限是用期望效益计算的，对今后新建工程尚有一定参考意义。事实上，工程是逐步发挥效益的，还本年限法与实际工程情况不尽相符，而益本比法考虑了时间因素，对于建设周期长的工程，是一种比较好的效益分析方法。

8．关于抽江的效益

除灌溉效益应按前述方法去抽江及自流引江分摊外，其余排涝、航运、工业及城市供水

均属抽江效益。一律贴现到1980年，实际总效益为174083.4万元，期望总效益为221409.37万元，工程总投资为137760.72万元，实际总年费用为12373.72万元，期望总年费用为10649.63万元，计算的益本比为2.46。说明抽江的效益小于自流引江的效益，这对今后扩大抽江工程时作效益计算是有参考价值的。抽江工程的益本比小于2，说明该工程效益还是显著的。

三、结束语

江苏省江水北调工程是一项建设周期长、工程投资大，受益范围广的大工程，要精确分析其经济效果是比较困难的，本文在工程投资、年费用和效益计算中都采用了一些简化的分析方法，例如用水量与产量的线性关系，水量与受涝面积的函数关系，灌溉效益计算中的以供定需，以及某些经济指标的定量等，都存在一定的误差，但是，从实际计算中体会到这些误差不致严重影响工程经济效益分析的成果。

参考文献

[1] 工业可行性研究手册，联合国工业发展组织。

[2] James, L.D., Lee, R.R., Economics of Water Recources Planning, McGraw Hill, 1971.

[3] Grant, E.L., Ireson W.G., Principals of Engineering Economy, 5th ed. The Ronald Press Company, New York, 1970.

[4] Seiler, K.W., Introduction to Systems Costs Effeitiveness, John Wiley and Sons Inc., New York, 1969.

河流计算水力学

明渠一维不恒定流计算程序包MYBC*

谭维炎

一、概　述

随着电子计算机的发展和普及，目前已提出了一套求解圣维南方程组的实用算法。文献[1]概括了这方面的主要成果。但是，对于实际应用来说，单有算法还不够，必须解决编制程序困难这个问题。七十年代以来出现了一批通用程序，其中规模较大功能较完善的称为程序包(或设计系统)，即由一整套相互兼容的、共同组成一个程序文本的计算程序所组成。国外典型产品的例子是DWOPER[2]、PROGS[3]和SIVA[4]。DWOPER是美国天气局的河流预报系统的一部分，另两个系统则已投入商业应用多年。实践表明，这类程序包的优点是：①可迅速为特定河流建立数学模型，有的还可联机修改和率定；②避免程序设计的重复；③程序质量较高，成果准确可靠；④便于掌握使用，用户不必有熟练的程序设计经验。但上述系统的适用性还不够普遍，如只采用一种差分格式，边界条件的组合形式较少，不适用于任意分枝的河网（文献[2]可用于有一级支流的河网）等。

本文介绍的明渠一维不恒定流计算程序包（其汉语拼音的词首缩写为MYBC），就是结合我国当前计算机的特点而研制的通用性较强、使用较灵活的通用程序系统。它的出发点是在给定的初始和边界条件下求解如下形式之一的完全圣维南方程组：

1.第一形式

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{U}{B}\frac{\partial A}{\partial X}+\frac{A}{B}\frac{\partial U}{\partial X}=\frac{q}{B} \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial X}+g\frac{\partial H}{\partial X}=g(S_x-S_f)+\frac{q(U_q-2U)}{A} \tag{2}$$

式(2)也可写成更一般的形式

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{U^2}{2}\right)+g\frac{\partial Z}{\partial X}=F+\frac{q(U_q-2U)}{A} \tag{3}$$

式中　t——时间；

X——沿水流的距离（向下游为正，起点任意）；

H——水深；

B——水面宽；

A——过水断面积；

Z——水位；

g——重力加速度；

U——断面平均流速；

*本文于1982年1月完成，1986年5月修改。

S_x——河底比降$\left(\text{因}S_x\text{不易确定，常将}\frac{\partial H}{\partial X}-S_x\text{写作}\ \frac{\partial Z}{\partial X}\right)$；

S_f——摩阻比降；

F——单位质量的体积力（包括摩阻剪力$-gS_f$等）；

q——单位长度的旁侧入流；

U_q——旁侧入流沿X方向的流速，常取$U_q=0$。

2.第二形式

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial Q}{\partial X}=\frac{q}{B} \tag{4}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{Q^2}{A}\right)+gA\ \frac{\partial Z}{\partial X}=AF+q(U_q-U) \tag{5}$$

式（5）左边第二项也可展开为

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{Q^2}{A}\right)=2\frac{Q}{A}\frac{\partial Q}{\partial X}-\frac{Q^2}{A^2}\frac{\partial A}{\partial X},\ \frac{\partial A}{\partial X}=B\frac{\partial Z}{\partial X}+\left.\frac{\partial A}{\partial X}\right|_z \tag{6}$$

3.第三形式

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial X}=q \tag{7}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial X}\left(gI+\frac{Q^2}{A}\right)-gAS_x=AF+q(U_q-U)+g\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)\Big|_h \tag{8}$$

式中 I——过水断面对水面的面积矩。

4.第四形式

$$\frac{\partial Z}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial Q}{\partial X}=\frac{q}{B} \tag{9}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{QB}{A}\frac{\partial Z}{\partial t}+\frac{Q}{A}\frac{\partial Q}{\partial X}-\frac{Q^2}{A^2}\frac{\partial A}{\partial X}+gA\ \frac{\partial Z}{\partial X}=AF+q(U_q-2U) \tag{10}$$

以上诸式中的S_f通常用下式计算：

$$S_f=\frac{Q|Q|}{K^2} \tag{11}$$

K为流量模数，采用曼宁公式时：

$$K=AC\sqrt{R},\ C=\frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}} \tag{12}$$

MYBC的主要功能可概括如下：

（1）明渠可为棱柱形的人工渠道，即横断面形状、间距、纵向底坡与水力糙率沿程不变。为节省计算时间，将其区分为可取单宽计算的宽浅式、梯形断面及任意断面三种。明渠也可为一般的非棱柱形天然河道，只要求输入横断面地形测量的原始数据。

（2）明渠可为无分叉的简单河道，也可为任意干支流组成的分枝河网，但不适用于网结构的平原区水网。

（3）干支流上游端断面和河网下游出口断面的边界条件，可分别采取给定水位过程、流量过程或水位流量关系三种形式之一。但不允许上下游断面均给定水位流量关系，即共有

八种可能的组合。

（4）初始条件为给定各计算断面在计算起始时刻的水深及流量。

（5）可计入或不考虑旁侧入流，尤其是根据降雨时空变化经产流与坡面汇流后形成的变动旁侧入流。它是沿程分布式汇入的，通常略去所带来的沿干流方向的动量。集中入流作为分枝河网来考虑。

（6）水流状态可为次临界流，或为超临界流。沿程水力摩阻可采用曼宁公式、巴甫洛夫斯基公式等。对水面线间断的激波，可通过引入人工或格式粘性项作近似处理。

（7）考虑到目前各种算法互有优缺点及适用条件，以及为了比较不同算法所得成果的差别和对它们进行比较研究，允许用户从本文介绍的算法中任选。

（8）明渠水位（流量）过程的历时（指边界条件和计算成果）、旁侧入流过程的历时与实际采用的时间差分，三者可以不同，只要求互成整数倍，由程序自动转换，以减少数据输入量。为适应流动过程变化的陡缓，边界条件的时段长度也可不等，以兼顾计算速度、稳定性与精度三方面的要求。

（9）采取了方便上机操作的若干措施，可在本方案计算正常结束，或在计算中途出现不稳定时自动转入准备计算下一方案。也可在计算前通过控制台或终端选择算法、步长与参数，以及控制成果的打印。

（10）为便于程序包的修改与扩展，采取了模块式程序结构，可方便地采用新的水力摩阻公式和算法等。

除圣维南方程组的基本假定以外，MYBC未考虑下列因素：断面内流速分布不均匀系数及其变化，局部水力损失，天然河道水流的漫滩，河槽冲淤变化。

MYBC起初是为国产CJ-709计算机（即719机）研制的，用ALGOL-60语言编写，后又移植到PDP-11/23计算机上，用FORTRANⅣ语言编写。它易于移植到类似或有更强功能的计算机上去。

二、计 算 方 法

考虑到目前还没有一种公认的和普遍适用的“最佳”算法，故MYBC采取了兼容并蓄的态度，选择了三类（显式差分、隐式差分和特征法）九种典型算法供用户任选。它们的原理及思路详见原文，下面只列出最终采用的计算公式，式中符号的下角标j表示断面编号，上角标i表示第i时段初，DT为时间差分，DX_j为第j断面的向前距离差分，$DX_j=\Delta x_j=x_{j+1}-x_j$。以$\Delta$、$\nabla$、$\delta$、—分别表示前差、后差、中心差及平均，即

$$\Delta f_j=f_{j+1}-f_j,\quad \nabla f_j=f_j-f_{j-1},\quad \delta f_j=f_{j+1}-f_{j-1},\quad \overline{f}_j=\frac{1}{2}(f_{j+1}+f_j) \qquad (13)$$

因旁侧入流通常变化较小，可用某种时空平均值$\overline{q}$来代替。

应当说明，MYBC所用公式和原文相比大都有所不同。原因是补齐了缺项（旁侧入流、断面沿程变化等），改写成断面间距不等的一般形式，并改正了原文中的错误（除以下3、4两法外均有错符号、错项的情况，边界条件的求解也有错），对此以下不一一说明。原文所处理的上下游边界条件的组合形式一般较少，现补全了对前述八种组合的解法，有的还采

用了改进的迭代解法，将在相应处作简要说明。

1.简单显格式

这个格式的特点在于从方程组的第一形式出发，使用时间前差和空间中心差（FTCS）

$$H_j^{i+1}=H_j^i-\frac{DT}{\delta X_j}\left(\frac{U_j}{B_j}\delta A_j+\frac{A_j}{B_j}\delta U_j\right)+\frac{DT}{B_j}\overline{q_j} \tag{14}$$

或

$$H_j^{i+1}=H_j^i-\frac{DT}{\delta X_j}\left\{U_j\delta H_j+\frac{U_j}{B_j}\delta A_j\,|_{H=H_j}+\frac{A_j}{B_j}\delta U_j\right\}+\frac{DT}{B_j}\overline{q_j} \tag{15}$$

由于是显格式，右边上标i省略，下同。此外有

$$U_j^{i+1}=U_j^i-\frac{DT}{\delta X_j}\left\{U_j\delta U_j+g\delta Z_j\right\}-DT\left\{gS_{fj}+\frac{2U_j}{A_j}\overline{q_j}\right\} \tag{16}$$

2.近似守恒型的简单显格式

这个格式是作者在进行长江口计算中应用的。其特点是从第二形式的方程组出发，除水面比降项外均为守恒型差分：

$$H_j^{i+1}=H_j^i-\frac{DT}{\overline{B_j}}\left(\frac{\delta Q_j}{\delta X_j}-\overline{q_j}\right) \tag{17}$$

$$Q_j^{i+1}=Q_j^i-\frac{DT}{\delta X_j}\left\{\delta\left(\frac{Q^2}{A}\right)_j+g\,\overline{A_j}\delta Z_j\right\}-DT\left\{g\overline{A_jS_{fj}}+\overline{U_jq_j}\right\} \tag{18}$$

其中系数及非齐次项采用加权平均公式，即

$$\overline{f_j}=\frac{f_{j-1}+2f_j+f_{j+1}}{4} \tag{19}$$

3.扩散显格式

这个格式的特点是从第一形式出发，时间导数采用空间加权的公式：

$$H_j^{i+1}=\alpha H_j^i+\frac{1-\alpha}{2}(H_{j+1}+H_{j-1})-\frac{DT}{\delta X_j}\left\{U_j\delta H_j+\frac{U_j}{B_j}\delta A_j\,|_{H=H_j}+\frac{A_j}{B_j}\delta U_j\right\}+\frac{DT}{B_j}\overline{q_j} \tag{20}$$

$$U_j^{i+1}=\alpha U_j^i+\frac{1-\alpha}{2}(U_{j+1}+U_{j-1})-\frac{DT}{\delta X_j}\{U_j\delta U_j+g\delta Z_j\}-DT\left\{gS_{fj}+\frac{2U_j}{A_j}\overline{q_j}\right\} \tag{21}$$

式中α为调整计算稳定性与精度所用的系数，$0\leqslant\alpha<1$。$\alpha=1$相当简单显格式，$\alpha=0$相当纯扩散格式。

4.蛙跳显格式

这个格式的特点是从第二形式出发，时间和空间导数均用中心差：

$$Z_j^{i+1}=Z_j^{i-1}-\frac{2DT}{B_j}\left(\frac{\delta Q_j}{\delta X_j}-\overline{q_j}\right) \tag{22}$$

$$Q_j^{i+1}=\{-2RU_j\delta Q_j+R(U_jB_j-gA_j)\delta Z_j+RU_j\delta A_j|_{x=x_j}$$

$$+(1-w)Q_j^{i-1}-2DTU_j\overline{q_j}\}/(1+w) \quad (23)$$

式中 $R=2DT/\delta X_j$, $w=gDTS_{fj}A_j/Q_j$

5.Lax-Wendroff二阶显格式

这个格式的特点是从守恒型的第三形式出发，物理量的时间增量用台劳级数展开到DT的二阶项，然后采用FTCS差分格式。

$$A_j^{i+1}=A_j^i-DT\left(\frac{\delta Q_j}{\delta X_j}-\bar{q}_j\right)+2\left(\frac{DT}{\delta X_j}\right)^2\left[\delta^2F_j+\frac{\delta T_j}{4}\delta X_j\right]+DT\,\bar{q}_j \quad (24)$$

$$Q_j^{i+1}=Q_j^i-DT\left(\frac{\delta F_j}{\delta X_j}+T_j\right)+2\left(\frac{DT}{\delta X_j}\right)^2\left\{2\overline{U}_j(\Delta F_j+\frac{\overline{T}_j}{2}\delta X_j)\right.$$

$$+\overline{w}_j(\Delta Q_j-\frac{\Delta q_j}{2}\delta X_j)-2\overline{U}_{j-1}(\Delta F_{j-1}+\frac{\overline{T}_{j-1}}{2}\delta X_j)$$

$$\left.-\overline{w}_{j-1}(\Delta Q_{j-1}-\frac{\Delta q_{j-1}}{2}\delta X_j)-\frac{T_j^{n+1}-T_j^n}{4\,DT}(\delta X_j)^2\right\} \quad (25)$$

式中 $F_j=gI_j+U_jQ_j$, $w_j=g\left(\frac{dI}{dA}\right)_{x=x_j}-U_j^2$

$$T_j=U_j\overline{q}_j+gA_j(S_{fj}-S_x),$$

式(25)为隐式方程，文献[1]中未叙述其解法。MYBC首先由式(24)计算出A_j^{i+1}及相应的H_j^{i+1}，然后将式(25)写成如下形式用迭代法求解：

$$Q_j^{i+1(k+1)}=\text{常数}-DT\times T_j^{i+1}(A_j^{i+1},\ Q_j^{i+1(k)})/2 \quad (26)$$

k为迭代次数。

在流态为缓流的情况下，以上五种显式差分格式均可利用特征方程配合给定的上下游边界条件联立求解。这比采用其他特殊的边界差分格式（通常是对内点格式加以修改或利用外插公式）在理论上更为合理。文献[1]中列出了计算干支流最上游断面的方程组，但其中七项有错，经改正并为了便于程序实现写成同时适用于上下游边界断面的统一形式：

$$F(H_P,\ U_P)=0 \quad (27)$$

$$CHA_P-CHA_S=0 \quad (28)$$

式中 $CHA=U-UL\times\omega+sign\times(DT/2)\times GP$ (29)

$$GP=g(S_x-S_f)-UL(q/A)(\sqrt{gA/B}-2U) \quad (30)$$

$$\omega=\int_0^H\sqrt{gB/A}\,dH \quad (31)$$

式(27)为给定的边界条件。下标P表示边界断面，S表示通过坐标平面x，t上P点的特征线与时段初的交点，其x坐标为

$$X_s=X_P-(DT/2)(U_s-UL\sqrt{gA_s/B_s}+U_P-UL\sqrt{gA_P/B_P}) \quad (32)$$

在计算CHA_r与CHA_s时，$sign$分别取－1和1。在计算上游边界和下游边界时（即对向后和向前特征），UL分别取1和－1。MYBC用广义牛顿迭代法求解联立非线性方程组式（27）～式（32）。

MYBC的一个重要功能是可使用多种算法对任意分枝的河网进行计算。主要技巧在于设计了一个易写的树结构矩阵来描述干支流组成情况，先对各计算横断面进行编号，要求上游断面的编号小于下游断面，且在汇合口处相交的三枝需各设一个断面。以汇合口为节点将整个河网分成NR个无分枝的直线河段。NR必为奇数，除2取整后加1的值记为NR_1。树结构矩阵是一个$NR_1\times 5$的矩阵。其第一、二列及第三、四列分别为两两相交的简单河段始末断面的编号，第五列为该两河段汇合处下游分枝的始断面编号。在填写矩阵时要求上游河段所在的行位在上面，最后一行的后三个元素填零。利用程序设计技巧，MYBC便可根据该矩阵自上（游）而下地自动组织整个计算过程。每遇到一个汇合口，就去求解相应的内部边界条件，即联立求解三个河段的特征方程式（28）、式（32）以及下述两个条件：①汇合口处干支流三个分枝的水位相同；②上游两枝流量之和等于下游枝的流量。共有九个非线性方程，仍用牛顿法迭代求解。

6.固定（矩形）网格（隐式）特征格式

对断面位置及时间差分DT给定（但不一定等距）的网格点，按文献[1]所列（经改正并改写）的公式求解

$$F_1(H_M,\ U_M)=(U_R+U_L+\omega_L-\omega_R)/2+DT(GP_M+GP_L+GP_{M'}+GP_R)/4-U_M=0 \tag{33}$$

$$F_2(H_M,\ U_M)=(U_L-U_R+\omega_L+\omega_R)/2+DT(GP_M+GP_L-GP_{M'}-GP_R)/4-\omega_M=0 \tag{34}$$

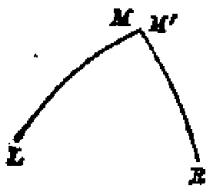


图 1

这里下标M及M'为所计算的同一个网格点，差别在于计算GP时分别按向前及向后特征决定式（30）中UL的符号，该两特征通过时段初的断面位置分别为R及L（图1）。MYBC也和文献[1]一样用梯度迭代法求解式（33）、（34），加上相应式（32）的公式及线性内插公式。差别在于文献[1]中以U_M、ω_M为自变量，而MYBC则更自然地取U_M、H_M为自变量，第k次迭代的计算公式为

$$U_M^{(k+1)}=\frac{R_1(\partial F_2/\partial H_M)-R_2(\partial F_1/\partial H_M)}{(\partial F_1/\partial U_M)(\partial F_2/\partial H_M)-(\partial F_1/\partial H_M)(\partial F_2/\partial U_M)} \tag{35}$$

$$H_M^{(k+1)}=\frac{R_2(\partial F_1/\partial U_M)-R_1(\partial F_2/\partial U_M)}{(\partial F_1/\partial U_M)(\partial F_2/\partial H_M)-(\partial F_1/\partial H_M)(\partial F_2/\partial U_M)} \tag{36}$$

式中

$$R_1=U_M^{(k)}(\partial F_1/\partial U_M)+H_M^{(k)}(\partial F_1/\partial H_M)-F_1^{(k)} \tag{37}$$

$$R_2=U_M^{(k)}(\partial F_2/\partial U_M)+H_M^{(k)}(\partial F_2/\partial H_M)-F_2^{(k)} \tag{38}$$

求解时，M点的坐标值取为已知（在文献[1]中则参加迭代），故迭代更为简捷。其上下游边界及内部边界的计算同显式差分法。

7.固定（矩形）网格（显式）偏心特征差分格式

上述的隐式特征差分格式的处理速度较慢，林秉南等在我国首先应用显式偏心特征差分格式●。“偏心”指空间导数使用逆风差分。最近，赵棣华以流速为因变量，将其推广到不等间距的矩形网格，得到

$$Z_j^{i+1}=Z_j^i-\frac{U_j}{2}\Delta_1 Z_j+\frac{|\xi_+|+|\xi_-|}{4}\Delta_2 Z_j$$
$$-\frac{H_j}{2}\Delta_1 U_j+\frac{H_j}{C_j}\frac{|\xi_+|-|\xi_-|}{4}\Delta_2 U_j$$
$$+\frac{1}{2}(U_j\Delta_1 Z_{Bj}-|U_j|\Delta_2 Z_{Bj})+\left(\frac{\overline{q}}{B}\right)_j DT \qquad (39)$$

$$U_j^{i+1}=U_j^i-\frac{g}{2}\Delta_1 Z_j+\frac{C_j}{H_j}\frac{|\xi_+|-|\xi_-|}{4}\Delta_2 Z_j$$
$$-\frac{U_j}{2}\Delta_1 U_j+\frac{|\xi_+|+|\xi_-|}{4}\Delta_2 U_j+\overline{F}_j DT \qquad (40)$$

式中 $\Delta_1 Z_j=\lambda_j Z_{j+1}-(\lambda_j-\lambda_{j-1})Z_j-\lambda_{j-1}Z_{j-1}$

$\Delta_2 Z_j=\lambda_j Z_{j+1}-(\lambda_j+\lambda_{j-1})Z_j+\lambda_{j-1}Z_{j-1}$

$\xi_+=U+C_j,\qquad \xi_-=U-C_j$

$C_j=\sqrt{gH_j},\qquad \lambda_j=DT/\Delta X_j$

$$F=-g\Delta S_f+q\frac{U_q-2U}{A}$$

C称局地重力波速，$\xi_\pm$称特征速度，F为动量方程右边的非齐次项。当上、下游断面给定水位过程时，对缓变流可分别由向后（ξ_-）及向前（ξ_+）特征关系来推求流速。对上游断面（$j=1$）有

$$U_1^{i+1}=U_1^i+\frac{C_1}{H_1}(Z_1^{i+1}-Z_1^i)+\frac{C_1}{H_1}\xi_-(Z_2^i-Z_1^i)\lambda_1-\xi_-(U_2^i-U_1^i)\lambda_1$$
$$-\frac{C_1}{H_1}U_1(Z_{B2}-Z_{B1})\lambda_1-\overline{F}_1 DT-\frac{C_1}{H_1}q_1 DT \qquad (41)$$

对下游断面（$j=N$）

$$U_N^{i+1}=U_N^i-\frac{C_N}{H_N}(Z_N^{i+1}-Z_N^i)-\frac{C_N}{H_N}\xi_+(Z_N^i-Z_{N-1}^i)\lambda_{N-1}-\xi_+(U_N^i-U_{N-1}^i)\lambda_{N-1}$$
$$+\frac{C_N}{H_N}U_N(Z_{BN}-Z_{B,N-1})\lambda_{N-1}-\overline{F}_N DT+\frac{C_N}{H_N}q_N DT \qquad (42)$$

8.Preissmann（法国SOGREAH）隐格式

这个格式的特点是从第四形式的方程组出发，空间导数及非齐次项以权系数θ对时段始末加权，时间导数则对相邻断面取平均。此外，在展式中忽略水深、流速增量的二次项，并设该两增量成线性关系。经推导得

$$\Delta Z_j=\frac{H_j}{C_j+D_jE_j}\Delta Z_{j+1}+\frac{b_j}{C_j+D_jE_j}\Delta Q_{j+1}-\frac{G_j+D_jF_j}{C_j+D_jE_j} \qquad (43)$$

●林秉南、何少苓，破开算子法在二维潮流计算中的应用，水利水电科学研究院研究报告，1982年10月。

$$\Delta Q_{j+1}=\frac{H_j(C'_j+D'_jE_j)-H'_j(C_j+D_jE_j)}{B'_j(C_j+D_jE_j)-b_j(C'_j+D'_jE_j)}\Delta Z_{j+1}$$

$$+\frac{(G'_j+D'_jF_j)(C_j+D_jE_j)-(G_j+D_jF_j)(C'_j+D'_jE_j)}{B'_j(C_j+D_jE_j)-b_j(C'_j+D'_jE_j)}$$

$$=E_{j+1}\Delta Z_{j+1}+F_{j+1} \tag{44}$$

MYBC 所依据的上述基本公式完全与文献[1]中所述相同。但文献[1]中所依据的基本方程中水力坡降项符号弄错，加上其它错误共达七处之多。改正并计入旁侧入流得（式中上标i均省略）：

$$b_j=\frac{4\theta DT}{DX_j}\frac{1}{B_{j+1}+B_j}=D_j$$

$$C_j=-1+\frac{4\theta DT}{DX_j}\frac{Q_{j+1}-Q_j}{(B_{j+1}+B_j)^2}\frac{dB_j}{dZ_j}$$

$$G_j=DT\left(\frac{q_j}{B_j}+\frac{q_{j+1}}{B_{j+1}}\right)-\frac{4DT}{DX_j(B_j+B_{j+1})}(Q_{j+1}-Q_j)$$

$$H_j=1-\frac{4\theta DT}{DX_j}\frac{Q_{j+1}-Q_j}{(B_{j+1}+B_j)^2}\frac{dB_{j+1}}{dZ_{j+1}}$$

$$B'_j=1+\frac{\theta DT}{DX_j}\left\{U_{j+1}+U_j+\frac{Q_{j+1}-Q_j}{A_{j+1}}-2(A_{j+1}-A_j)\frac{U_{j+1}}{A_{j+1}}\right\}$$

$$+2g\theta DT\frac{A_{j+1}|Q_{j+1}|}{K^2_{j+1}}$$

$$C'_j=\frac{1}{2}(U_{j+1}B_{j+1}+U_jB_j)-\frac{\theta DT}{DX_j}\left\{-(Q_{j+1}-Q_j)\frac{Q_jB_j}{A_j^2}\right.$$

$$+B_j(U^2_{j+1}+U^2_j)+2U^2_j(A_{j+1}-A_j)\frac{B_j}{A_j}+gB_j(Z_{j+1}-Z_j)$$

$$\left.-g(A_{j+1}+A_j)\right\}-g\theta DT\frac{Q_j|Q_j|}{K^2_j}\left(B_j-\frac{2A_j}{K_j}\frac{dK_j}{dZ_j}\right)$$

$$D'_j=-1-\frac{\theta DT}{DX_j}\left\{-U_{j+1}-U_j+\frac{Q_{j+1}-Q_j}{A_j}-2\frac{U_j}{A_j}(A_{j+1}-A_j)\right\}$$

$$-2g\theta DT\frac{A_j|Q_j|}{K^2_j}$$

$$G'_j=-\frac{DT}{DX_j}\{(Q_{j+1}-Q_j)(U_{j+1}+U_j)-(A_{j+1}-A_j)(U^2_{j+1}+U^2_j)$$

$$+g(Z_{j+1}-Z_j)(A_{j+1}+A_j)\}-gDT\left(\frac{Q_{j+1}|Q_{j+1}|A_{j+1}}{K^2_{j+1}}+\frac{Q_j|Q_j|A_j}{K^2_j}\right)$$

$$-2DT(q_j\Pi_j+q_{j+1}U_{j+1})$$

$$H_j^i=-\frac{1}{2}(U_{j+1}B_{j+1}+U_jB_j)+\theta\frac{DT}{DT_j}\left\{-(Q_{j+1}-Q_j)\frac{U_{j+1}B_{j+1}}{A_{j+1}}\right.$$

$$-B_{j+1}(U_{j+1}^2+U_j^2)+2U_{j+1}^2\frac{B_{j+1}}{A_{j+1}}(A_{j+1}-A_j)+gB_{j+1}(Z_{j+1}-Z_j)$$

$$\left.+g(A_{j+1}+A_j)\right\}+g\theta DT\frac{Q_{j+1}|Q_{j+1}|}{K_{j+1}^2}\left(B_{j+1}-2\frac{A_{j+1}}{K_{j+1}}\frac{dK_{j+1}}{dZ_{j+1}}\right) \tag{45}$$

θ为调整计算稳定性用的参数，其含义为在逼近空间导数时计算时段末的偏导数所占权重，一般$0.5\leqslant\theta\leqslant0.7$，$\theta<0.5$时计算不稳定。

文献[1]将上述公式应用于上、下游断面分别给定水位过程、流量过程及水位流量关系的多种组合情况。但当起始断面($j=1$)给定水位过程时总是得到该处$\Delta Q_1=0$的不合理结果。注意到式(43)、式(44)中Z与Q的地位是对称的，故可仿照文献[1]的推导，引入线性化近似

$$\Delta Z_j=E_j^i\Delta Q_j+F_j^i \tag{46}$$

从而推导出

$$\Delta Q_j=L_j^i\Delta Q_{j+1}+M_j^i\Delta Z_{j+1}+N_j^i \tag{47}$$

式中

$$L_j^i=\frac{b_j}{b_j+C_jE_j^i},\qquad M_j^i=\frac{H_j}{b_j+C_jE_j^i},\qquad N_j^i=\frac{G_j+C_jF_j^i}{b_j+C_jE_j^i}$$

$$E_{j+1}^i=\frac{b_j(C_jE_j^i+D_j^i)-B_j^i(b_j+C_jE_j^i)}{H_j^i(C_jE_j^i+b_j)-H_j(C_j^iE_j^i+D_j^i)}$$

$$F_{j+1}^i=\frac{(G_j^i+C_j^iF_j^i)(C_j^iE_j^i+b_j)-(G_j+C_jF_j^i)(C_j^iE_j^i+D_j^i)}{H_j^i(b_j+C_jE_j^i)-H_j(C_j^iE_j^i+D_j^i)}$$

这样，我们便有了ΔZ_j及$\Delta\theta_j$之间的两套递推式(43)、式(44)及式(46)、式(47)。它们均用双扫法(又称追赶法)求解。前者用在起始断面给定流量过程时，具体步骤及公式见文献[1]，后者用在起始断面给定水位过程时。当起始断面给定水位流量关系时，应用这两套公式均可。

下面介绍式(46)、式(47)的求解步骤。在起始断面给定水位过程时取

$$E_1^i=0,\qquad F_1^i=Z_1^{i+1}-Z_1^i \tag{48}$$

在起始断面给定水位流量关系$Q_1=f_1(Z_1)$时取

$$E_1^i=1\Big/\left(\frac{df_1}{dZ_1}\right),\qquad F_1^i=0 \tag{49}$$

于是便可递推计算E_{j+1}^i，F_{j+1}^i，L_j^i，M_j^i，N_j^i($j=1,\cdots,N-1$)。根据末端断面的边界条件，当给定水位过程、流量过程及水位流量关系$Q_N=f_N(Z_N)$时分别取ΔQ_N为$(Z_N^{i+1}-Z_N^i-F_N^i)/E_N^i$，$Q_N^{i+1}-Q_N^i$及$F_N^i\left(\frac{df_N}{dZ_N}\right)\Big/\left\{1-E_N^i\cdot\left(\frac{df_N}{dZ_N}\right)\right\}$，由式(46)推求$\Delta Z_N$，然后利用式(46)、式(47)反向递推便得到$\Delta Z_j$，$\Delta Q_j$($j=N-1,\cdots,1$)。

对于矩形断面棱柱河道的特殊情况（二维不恒定流计算中常遇到这类情况）$B=1$，$A=H=R$，有关公式见文献[5]。

9.Amein隐格式

本格式的特点是直接求解由第二形式的圣维南方程组得到的联立非线性差分方程组，以计算时段末各个A_j^{i+1}，Q_j^{i+1}。在建立差分方程组时采用四点箱式格式，与前一种格式相似，差别是非齐次项取相邻断面的平均。文献[6]中列出本格式所用的方程组，但多项有错且未计入旁侧入流。经重新推导后得到

$$\overline{A}_j^{i+1}+\theta DT\frac{\Delta Q_j^{i+1}}{DX_j}-\overline{A}_j^{i}+(1-\theta)DT\frac{\Delta Q_j^{i}}{DX_j}-DT\overline{q}_j=0 \tag{50}$$

$$\overline{Q}_j^{i+1}+\frac{\theta DT}{DX_j}\Delta\left(\frac{Q^2}{A}\right)_j^{i+1}+\frac{gDT}{2DX_j}\left(\overline{A}_j^{i+1}+\overline{A}_j^{i}\right)[\theta\Delta H_j^{i+1}+(1-\theta)\Delta H_j^{i}]$$

$$-\frac{DT}{2}\left(\overline{A}_j^{i+1}+\overline{A}_j^{i}\right)\left[gS_{xj}+\frac{1}{2}\left(\overline{F}_j^{i+1}+\overline{F}_j^{i}\right)\right]-Q_j^{i}+\frac{DT}{2}\overline{q}_j\left[\left(\frac{\overline{Q}}{A}\right)_j^{i+1}$$

$$+\left(\frac{\overline{Q}}{A}\right)_j^{i}\right]-\overline{Q}_j^{i}+\frac{(1-\theta)DT}{DX_j}\Delta\left(\frac{Q^2}{A}\right)_j^{i}=0 \tag{51}$$

式中$\overline{f}_j=\frac{1}{2}(f_j+f_{j+1})$，$F$为非齐次项，$\Delta(f)_j$为$f_j$的前差。MYBC使用了广义牛顿迭代法求解非线性方程组以及高斯主元素消去法求解线性方程组这两个标准算法过程来求解式（50）、式（51）及各种组合的上下游边界条件。

三、数值试验的一些结果

迄至1980年底已使用MYBC在CJ-709机上对一百多个计算方案进行了数十小时的数值模拟试验。1982年以后庚维德等将其移植到PDP-11/23机上[7]又进行了若干实际工程的计算。以下只介绍作者所做试验的结果。

这些算例所处理的问题都是在降雨情况下（已由水文计算给出各河段沿程旁侧入流）推求洪水的河槽汇流过程。为了比较不同算法的计算稳定性、成果精度及解题效率，采用的DT值变动在1 s～1 h之间。同时，为了分析洪水过程变率对计算的影响，对相同的初边值条件，在保持时段总数不变的情况下改变时段的历时，使后者变化在20s～1 h之间。通过这些试验的结果，可归纳出使用这些算法的初步经验和性能评价。

显式差分法稳定性必要条件的基本形式为CFL（Courant-Friedrich-Lewy）条件，即柯朗数C_r小于等于1：

$$C_r=(U+\sqrt{gA/B})\frac{DT}{DX}\leqslant 1 \tag{52}$$

但这只是纯初值问题线性稳定性的必要条件。试验表明，在某些情况下实际的稳定性条件可能比式（52）要严得多。如在一个计算方案中，当断面间距为8km时，CFL条件要求DT小于1000s。但采用简单显格式（文献[1]称之为不稳定格式）计算时，且断面间距在1～8 km

之间，当DT>210s时计算失去稳定性，当DT=150～210s时，虽未出现负水深，但沿程水面线有不同程度的波动。因此，DT值宜取在150s以下，比CFL条件要求的数值约小六倍。同时也说明该临界上限DT值与DX的关系不很明显。此外，当洪水过程的纵坐标不变，而时间比尺加大20倍时，临界上限DT值仍然相差不多，即与流动过程变率的关系也不明显。不同显格式的稳定时间步长可能相差几倍。其中以方法1的稳定性最差(但并非无条件不稳定)，以方法5为最佳，在上述算例中可达前者的3倍。此外，初边值条件处理不当也对稳定性有重要影响。由于影响因素的复杂，在实际应用中CFL条件只能作为参考。

对特征法来说，稳定性要求显式特征差分格式的依赖区域应当包含微分方程的依赖区域。MYBC的算例还表明，隐式特征差分格式在相当宽广的DT范围内计算都是稳定的。

通常认为隐式差分格式是无条件稳定的。在上述算例中，当DT加大到1h仍确实如此。但对于迅变的流动过程，如在上例中将时间比尺缩小12倍（时段长度减为300s），计算出的沿程水面线开始出现附加的波动。时段越短（峰值不变），波动越大，直到DT等于60s时完全失去稳定。如河段长度由8 km减为4km，则当时段长度等于30s时才完全失去稳定，即DT的临界值大致与DX成正比。这种现象说明隐格式可能不适于计算迅变的流动，它只是对于缓变流是无条件线性稳定的。对于迅变流，非线性项起的作用较大（形式为$(\Delta f)^2$的高阶项不能略去），且格式（如方法8）中往往引入线性化假定，从而导致非线性不稳定。但实际上，在这种情况下为了比较细致地描述流动过程，一般需选取较小的DT，从而宁愿采用每一时间步处理速度较快的显格式，故这种不稳定性对实际应用妨碍不大。

计算精度问题也必须认真对待，否则即便是获得结果，有时也未必可用。精度明显地决定于格式及DT的大小。隐格式稳定性允许DT较大，往往要求通过试算根据精度来选择DT，如采用自动控制步长的方法。显格式采用的DT较小，故精度问题一般不大，但有时高精度的方法与低精度的相比结果可能相差百分之几。一般在两种算法（相同步长）或两种步长（同一算法）的成果相当接近时，才认为成果是可以接受的。

在计算速度方面，显格式虽然完成每个时间步较快，但因时间步的数目比隐格式可能大几十倍，总的计算时间可能较长。在显格式中方法5又比方法1慢不少（指步长相同情况）。隐格式中方法8比方法9要快几倍，因后者要迭代求解联立非线性方程组。隐特征格式也要求解非线性方程组，尤其当DT较大时收敛较慢，甚至不收敛，因而限制了DT的加大。由于同一原因，分枝河网求解内部边界条件也较慢。

综合考虑以上各点，可以认为：显格式适于计算迅变流动的过程，其中可首先考虑选用方法2或5；隐格式适于计算缓变流动，且推荐选用方法8；特征法可用于要求较高精度的情况（如作为比较不同算法成果的基础）。

参考文献

[1] Mahmood, K., et al ed., Unsteady Flow in Open Channels, Vol. I, 1975.

[2] Fread, D.L., NWS Operational Dynamic Model, Verification of Mathematical and Physical Models in Hydraulic Engineering, Proc.

26th Annual Hydraulic Division Speciality Conference, Aug.1978.

[3] Greco, F., et al, FROGS: Flood Routing Generalized System, Mathematical Models for Surface Water Hydrology, 1977.

[4] Abbott, M.B., et al, System 11, "SIVA", A Design System for Rivers and Estuaries, River Mechanics, 1974.

[5] 谭维炎、赵棣华，二维非恒定浅水明流的三种算法，水利学报，1985年9期。

[6] Price, R.K., Comparison of Four Numerical Methods for Flood Routing, Proc.ASCE, Vol.100, No.HY7, July 1974.

[7] 庚维德等，明渠一维不恒定流隐式差分数值解，水利学报，1986年4期。

明渠一维不恒定流计算(隐式)程序包MYBC/Y1及应用*

庚维德 赵小霞 黄 菊

一、概 述

目前，求解明渠一维不恒定流圣维南方程组的数值计算方法，国内外已生产了一批通用程序包，能解决各种复杂条件下（包括人类活动影响）的洪水演算问题，诸如入库洪水计算、干支流汇合干扰顶托影响的洪水计算、日调节电站下游不恒定流计算、大江大河中下游防洪系统（包括河道、闸坝、蓄洪区、滞洪区等）的洪水计算、平原河网（包括河口三角洲受潮汐影响）的汇流计算等。

本文参考文献[1]、[2]、[3]，考虑一般洪水流动较缓，采用Preissmann隐式解，对计算稳定条件限制少，计算速度快。由此研制成的明渠一维不恒定流计算（隐式）程序包MYBC/Y1，扩充了文献[1]中隐格式的功能：

（1）适用于树枝状结构河网（包括无分叉简单河道）；

（2）可计入断面突然变化引起的局部水头损失；

（3）可考虑河道上有闸、坝或电站；

（4）可考虑天然河道漫滩时，滩地对蓄量的影响；

（5）阻力项采用了两种不同的离散公式，供选用。

MYBC/Y1是在PDP-11/23小型机上，用FORTRAN语言编写的程序包。本文扼要介绍MYBC/Y1程序包的主要算法、步骤，并举一实例说明。

二、Preissmann隐式差分数值解

以下公式中，下脚标j表示断面编号，上脚标n表示n时段初，f表示变量Q、Z、B_x、A等，$\partial f/\partial t$、$\partial f/\partial x$分别表示变量对时间的导数和对距离的导数，变量增量$\Delta f=f^{n+1}-f^n$。

1.基本方程组

一维渐变不恒定流以流量$Q(x,t)$和水位$Z(x,t)$为未知变量，并补充考虑了漫滩和旁侧入流的完全形式圣维南方程组为

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+B_x\frac{\partial Z}{\partial t}=q \qquad (1)$$

*该项工作1985年最后完成。

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)+gA\frac{\partial Z}{\partial x}+gA\frac{Q|Q|}{K^2}+\frac{Q}{A}q=0 \qquad (2)$$

式中 Z——水位；

Q——流量；

K——流量模数；

q——单位河长旁侧入流；

A——主槽过水断面面积；

g——重力加速度；

x——沿水流方向距离；

t——时间；

B_T——调蓄宽度，指包括滩地在内的全部河宽。

2.建立线性代数方程组

采用的Preissmann隐格式为

$$\left.\begin{aligned} f&\approx\frac{\theta}{2}(\Delta f_{j+1}+\Delta f_j)+\frac{1}{2}(f_{j+1}+f_j)\\ \frac{\partial f}{\partial t}&\approx\frac{\Delta f_{j+1}+\Delta f_j}{2\Delta t}\\ \frac{\partial f}{\partial x}&\approx\theta\frac{\Delta f_{j+1}-\Delta f_j}{\Delta x_j}+\frac{f_{j+1}-f_j}{\Delta x_j}\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

式中 Δt——时间步长；

Δx——距离步长；

θ——权重系数。

阻力项$Q|Q|/K^2$的离散，采用了加权平均K^2和$1/K^2$两种公式，以下式(4)、式(5)中只表示加权平均K^2的公式。

将式(3)代入式(1)、式(2)，得如下形式的线性代数方程组

$$A_{1j}\Delta Q_j+B_{1j}\Delta Z_j+C_{1j}\Delta Q_{j+1}+D_{1j}\Delta Z_{j+1}=G_{1j} \qquad (4)$$

$$A_{2j}\Delta Q_j+B_{2j}\Delta Z_j+C_{2j}\Delta Q_{j+1}+D_{2j}\Delta Z_{j+1}=G_{2j} \qquad (5)$$

$$(j=1,\ 2,\ \cdots,\ N-1)$$

式中各系数为

$$A_{1j}=-\theta;\quad B_{1j}=\frac{\Delta x_j}{4\Delta t}(B_{Tj+1}+B_{Tj});\quad C_{1j}=\theta;\quad D_{1j}=B_{1j};$$

$$G_{1j}=\Delta x_j(q_j+\theta\Delta q_j)-(Q_{j+1}-Q_j);$$

$$A_{2j}=\theta\Delta x_j\left[\frac{1}{2\theta\Delta t}-\frac{2Q_j}{A_j^2\Delta x_j}+g|Q_j|\frac{A_j+A_{j+1}}{K_j^2+K_{j+1}^2}+\frac{1}{2A_j}\right.$$

$$\left.\times(q_j+\theta\Delta q_j)\right];$$

$$B_{2j}=\theta B_{Tj}\left[\left(\frac{Q_j}{A_j}\right)^2+0.5g(Z_{j+1}-Z_j)+\frac{g\Delta x_j(Q_j|Q_j|+Q_{j+1}|Q_{j+1}|)}{2(K_j^2+K_{j+1}^2)}\right.$$

$$-\frac{\Delta x_j Q_j}{2A_j^2}(q_j+\theta\Delta q_j)\Big]-\frac{g\theta\Delta x_j K_j(A_j+A_{j+1})(Q_j|Q_j|+Q_{j+1}|Q_{j+1}|)}{(K_j^2+K_{j+1}^2)^2}$$

$$\times\frac{dK_j}{dZ_j}-0.5\theta g(A_j+A_{j+1});$$

$$C_{2j}=\theta\Delta x_j\Big[\frac{1}{2\theta\Delta t}+\frac{2Q_{j+1}}{\Delta x_j A_{j+1}}+g|Q_{j+1}|\frac{A_j+A_{j+1}}{K_j^2+K_{j+1}^2}$$

$$+\frac{1}{2A_{j+1}}(q_j+\theta\Delta q_j)\Big];$$

$$D_{2j}=\theta B_{x\,j+1}\Big[-\Big(\frac{Q_{j+1}}{A_{j+1}}\Big)^2+0.5g(Z_{j+1}-Z_j)+$$

$$\frac{g\Delta x_j(Q_j|Q_j|+Q_{j+1}|Q_{j+1}|)}{2(K_j^2+K_{j+1}^2)}-\frac{\Delta x_j Q_{j+1}}{2A_{j+1}^2}(q_j+\theta\Delta q_j)\Big]$$

$$-\frac{g\theta\Delta x_j K_{j+1}(A_j+A_{j+1})(Q_j|Q_j|+Q_{j+1}|Q_{j+1}|)}{(K_j^2+K_{j+1}^2)^2}\frac{dK_{j+1}}{dZ_{j+1}}+0.5\theta g(A_j+A_{j+1});$$

$$G_{2j}=\frac{Q_j^2}{A_j}-\frac{Q_{j+1}^2}{A_{j+1}}-0.5g(A_j+A_{j+1})(Z_{j+1}-Z_j)$$

$$-\frac{g\Delta x_j(A_j+A_{j+1})(Q_j|Q_j|+Q_{j+1}|Q_{j+1}|)}{2(K_j^2+K_{j+1}^2)}-0.5\Delta x_j(q_j+\theta\Delta q_j)\Big(\frac{Q_j}{A_j}+\frac{Q_{j+1}}{A_{j+1}}\Big)$$

设未知量ΔQ、ΔZ存在如下线性递推关系

$$\Delta Q_j=E_j\Delta Z_j+F_j \qquad (6)$$

$$\Delta Z_j=L_j\Delta Z_{j+1}+M_j\Delta Q_{j+1}+N_j \qquad (7)$$

式中各系数为

$$L_j=-\frac{D_{1j}}{\alpha_{1j}};\quad M_j=-\frac{C_{1j}}{\alpha_{1j}};\quad N_j=\frac{G_{1j}-A_{1j}F_j}{\alpha_{1j}} \qquad (8)$$

$$E_{j+1}=-\frac{\alpha_{2j}L_j+D_{2j}}{\alpha_{2j}M_j+C_{2j}};\quad F_{j+1}=\frac{G_{2j}-A_{2j}F_j-\alpha_{2j}N_j}{\alpha_{2j}M_j+C_{2j}} \qquad (9)$$

其中$\alpha_{1j}=A_{1j}E_j+B_{1j}$；$\alpha_{2j}=A_{2j}E_j+B_{2j}$。

3.几种特殊水流连接方式

在河流几何形状或水力特性不连续点，如过水断面突然变化、干支流汇合以及水流过闸、坝或电站等，不符合圣维南方程的基本假定，均作为水流内部边界处理。一维水流内部边界应满足两个相容条件：流量连续及水动力学条件。由相容条件离散形成的线性代数方程可以化成式（4）、式（5）形式的方程，并入差分方程组内，同样利用式（6）、式（7），得到与式（8）、式（9）完全类似的关系式，求解方法不变。以下断面编号j与$j+1$表示断面突然变化前后、闸坝（电站）或旁接贮水池的上、下游断面。

（1）干支流汇合（图1）。相容条件为流量连续和能量相等（忽略局部水头损失）

$$\left.\begin{aligned}Z_{11}^{n+1}+\frac{1}{2g}\Big(\frac{Q_{11}^{n+1}}{A_{11}^{n+1}}\Big)^2&=Z_{31}^{n+1}+\frac{1}{2g}\Big(\frac{Q_{31}^{n+1}}{A_{31}^{n+1}}\Big)^2\\ Z_{21}^{n+1}+\frac{1}{2g}\Big(\frac{Q_{21}^{n+1}}{A_{21}^{n+1}}\Big)^2&=Z_{31}^{n+1}+\frac{1}{2g}\Big(\frac{Q_{31}^{n+1}}{A_{31}^{n+1}}\Big)^2\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

$$Q_{11}^{n+1}+Q_{21}^{n+1}-Q_{31}^{n+1}=\frac{A_s}{3\Delta t}(\Delta Z_{11}+\Delta Z_{21}+\Delta Z_{31}) \tag{11}$$

式中 A_s——干支流汇合处蓄水面积，如果$A_s=0$，则干支流汇合在一点。

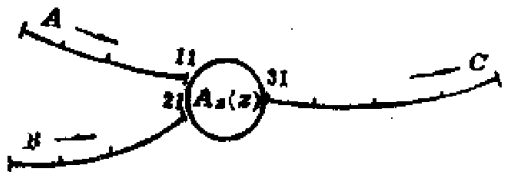


图 1 干支流汇合示意图

由$f^{n+1}=f^n+\frac{\partial f}{\partial Z}\Delta Z+\frac{\partial f}{\partial Q}\Delta Q$，将式(10)离散并线性化，又将式(6)、式(7)代入式(11)，整理得

$$\left.\begin{aligned}&A_1\Delta Q_{11}+B_1\Delta Z_{11}+C_1\Delta Q_{31}+D_1\Delta Z_{31}=G_1\\&A_2\Delta Q_{21}+B_2\Delta Z_{21}+C_2\Delta Q_{31}+D_2\Delta Z_{31}=G_2\\&A_3\Delta Q_{11}+B_3\Delta Z_{11}+C_3\Delta Q_{31}+D_3\Delta Z_{31}=G_3\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

式中各系数为

$$\left.\begin{aligned}&A_1=2\frac{Q_{11}}{A_{11}^2};\quad B_1=2\left(g-\frac{Q_{11}^2B_{T11}}{A_{11}^3}\right);\quad C_1=-\frac{2Q_{31}}{A_{31}^2};\\&D_1=-2\left(g-\frac{B_{T31}Q_{31}^2}{A_{31}^3}\right);\quad G_1=2g(Z_{31}-Z_{11})+\frac{Q_{31}^2}{A_{31}^2}-\frac{Q_{11}^2}{A_{11}^2};\\&A_2=\frac{2Q_{21}}{A_{21}^2}\quad B_2=2\left(g-\frac{Q_{21}^2B_{T21}}{A_{21}^3}\right);\quad C_2=C_1;\\&D_2=D_1;\quad G_2=2g(Z_{31}-Z_{21})+\frac{Q_{31}^2}{A_{31}^2}-\frac{Q_{21}^2}{A_{21}^2};\\&A_3=1;\quad B_3=-\frac{A_s}{3\Delta t};\quad C_3=-\left[1+C_1\left(E_{21}-\frac{A_s}{3\Delta t}\right)/\beta\right];\\&D_3=-\left[\frac{A_s}{3\Delta t}+D_1\left(E_{21}-\frac{A_s}{3\Delta t}\right)/\beta\right];\\&G_3=Q_{31}-Q_{11}-Q_{21}-F_{21}-\left(E_{21}-\frac{A_s}{3\Delta t}\right)(G_2-A_2F_{21})/\beta。\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

最后得式(8)、式(7)的各系数：

$$\left.\begin{aligned}&\text{对}A\text{河道}\quad L_{11}=-\frac{D_1}{\alpha};\quad M_{11}=-\frac{C_1}{\alpha};\quad N_{11}=\frac{G_1-A_1F_{11}}{\alpha}\\&\text{对}B\text{河道}\quad L_{21}=-\frac{D_2}{\beta};\quad M_{21}=-\frac{C_2}{\beta};\quad N_{21}=\frac{G_2-A_2F_{21}}{\beta}\\&\text{对}C\text{河道}\quad E_{31}=-\frac{\gamma L_{11}+D_3}{\gamma M_{11}+C_3};\quad F_{31}=\frac{G_3-A_3F_{11}-\gamma N_{11}}{\gamma M_{11}+C_3}\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

其中$\alpha=A_1E_{11}+B_1$；$\beta=A_2E_{21}+B_2$；$\gamma=A_3E_{11}+B_3$

（2）断面突然变化，这可分为断面突然扩大和断面突然缩窄两种类型，各采用不同的局部水头损失公式，前者为$h_w=\xi(V_j-V_{j+1})^2/2g$，后者为$h_w=\xi_e V_{j+1}^2/2g$，其中$\xi$、$\xi_e$为不同的局部阻力系数。对断面突然扩大的相容条件可表示为

$$\left.\begin{aligned} &Q_j^{n+1}=Q_{j+1}^{n+1}\\ &Z_j^{n+1}+\frac{1}{2g}\left(\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}}\right)^2=Z_{j+1}^{n+1}+\frac{1}{2g}\left(\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{A_{j+1}^{n+1}}\right)^2+\frac{\xi}{2g}\\ &\qquad\times\left(\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}}-\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{A_{j+1}^{n+1}}\right)^2 \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

离散后，化简得式（4）、式（5）形式的代数方程，各系数为

$$\begin{aligned} &A_{1j}=1;\ B_{1j}=0;\ C_{1j}=-1;\ D_{1j}=0;\ G_{1j}=Q_{j+1}-Q_j\\ &A_{2j}=\frac{1}{gA_j}\left[(1-\xi)\frac{Q_j}{A_j}+\xi\frac{Q_{j+1}}{A_{j+1}}\right];\ B_{2j}=1-\frac{B_{Tj}Q_j}{gA_j^2}\left[(1-\xi)\frac{Q_j}{A_j}+\xi\right.\\ &\qquad\left.\times\frac{Q_{j+1}}{A_{j+1}}\right]\\ &C_{2j}=\frac{1}{gA_{j+1}}\left[\xi\frac{Q_j}{A_j}-(1+\xi)\frac{Q_{j+1}}{A_{j+1}}\right];\ D_{2j}=\frac{B_{Tj+1}Q_{j+1}}{gA_{j+1}^2}\left[(1+\xi)\frac{Q_{j+1}}{A_{j+1}}\right.\\ &\qquad\left.-\xi\frac{Q_j}{A_j}\right]-1\\ &G_{2j}=\frac{1}{2g}\left[(1+\xi)\frac{Q_{j+1}^2}{A_{j+1}^2}-(1-\xi)\frac{Q_j^2}{A_j^2}-2\xi\frac{Q_jQ_{j+1}}{A_jA_{j+1}}\right]+Z_{j+1}-Z_j \end{aligned} \tag{16}$$

由式（8）、式（9）可求得系数L_j，M_j，…，F_{j+1}。

（3）河道中有闸、坝或电站，一般有三种形式的出流条件：控制泄流过程$Q(t)$、控制库水位过程$Z(t)$以及敞泄条件下满足泄水建筑物的水位流量关系$Q(Z)$等。这类条件同外部边界条件完全相似，为计算方便，仍按内部边界条件的形式处理。它们的相容条件为流量连续和出流条件，式（6）、式（7）各系数为

$$L_j=0;\ M_j=0;\ N_j=\Delta Z_j;\ E_{j+1}=0;\ F_{j+1}=\Delta Q_j \tag{17}$$

以下根据不同出流条件计算ΔZ_j、ΔQ_j

1）给定流量过程$Q(t)$

$$\Delta Q_j=Q_j(t^{n+1})-Q_j(t^n);\qquad \Delta Z_j=\frac{\Delta Q_j-F_j}{E_j} \tag{18}$$

2）给定水位过程$Z(t)$

$$\Delta Z_j=Z_j(t^{n+1})-Z_j(t^n) \tag{19}$$

由式（6）计算ΔQ_j。

3）给定水位流量关系$Q_j(Z_j)$

$$\Delta Z_j=[Q_j(Z_j)-F_j-Q_j]/\left(E_j-\frac{dQ_j(Z_j)}{dZ_j}\right) \tag{20}$$

由式（6）计算ΔQ_j。

4）河道旁接水池（图2）。

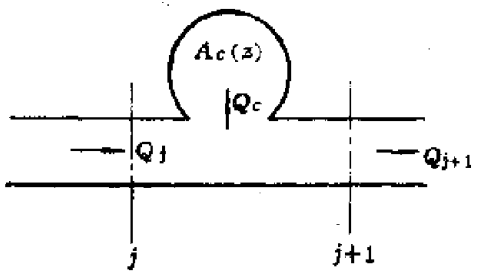


图 2 河道旁接水池示意图

设蓄水池与河段上、下游断面水位相等，$Q_c^{n+1}=A_c\Delta Z_{j+1}/\Delta t$。相容条件可表示为

$$\left.\begin{aligned} Q_{j+1}^{n+1}&=Q_j^{n+1}-Q_c^{n+1}\\ Z_j^{n+1}&=Z_{j+1}^{n+1}\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

式中 A_c——蓄水池面积。

离散式（21），得式（6）、式（7）各系数为

$$\left.\begin{aligned} &L_j=\frac{A_c}{E_j\Delta t};\quad M_j=\frac{1}{E_j};\quad N_j=\frac{Q_{j+1}-Q_j-F_j}{E_j};\\ &E_{j+1}=E_j-\frac{A_c}{\Delta t};\quad F_{j+1}=Q_j-Q_{j+1}+E_j(Z_{j+1}-Z_j)+F_j\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

4.双扫法解方程组

利用线性递推关系式（6）、式（7），采用双扫法求解联立线性代数方程组（4）、（5），具体步骤为：

（1）由给定初边值条件，根据河段水流条件，选用相应的系数公式计算河段各系数。例如，符合圣维南方程的河段，用式（4）、式（5）的系数公式计算各系数；干支流汇合处，用式（13）。

（2）由上游边界条件计算E_1、F_1。上游边界条件有三种形式，如给定入流过程$Q_1(t)$时，$E_1=0$，$F_1=\Delta Q_1$。

（3）第一次由上游往下游扫，按照水流条件，选择公式计算L_j、M_j、N_j、E_{j+1}、F_{j+1}（$j=1$，2，…，$N-1$）。

（4）由下游边界条件确定ΔZ_N（或ΔQ_N），再用式（6）计算ΔQ_N（或用式（7）计算ΔZ_N）。下游边界条件也有三种形式，如给定水位流量关系$Q_N(Z_N)$时，$\Delta Z_N=\dfrac{Q_N(Z_N^n)-Q_N^n-F_N}{E_N-\dfrac{dQ_N(Z_N)}{dZ_N}}$，用式（6）计算$\Delta Q_N$。

（5）第二次由下游往上游回扫，用式（6）、式（7）逐一计算各断面未知增量ΔQ_j、ΔZ_j（$j=N-1$，…，2，1）。

（6）将第一时段初值Q_j^1、Z_j^1加上对应增量ΔQ_j、ΔZ_j，求得第一时段末Q_j^2、Z_j^2，再作为第二时段初值，重复以上步骤，计算第二时段末水力要素，依此类推，逐时段计算各断面水力要素。

5.计算中的几个问题

（1）*选择计算断面* 应使计算断面之间的河段基本符合一维渐变不恒定流的基本假定，这就要求反映河段地形特征的A、B_r和反映河段水力特征的K值，在两断面之间相差不大。对于特殊水流连接方式，应作内部边界条件处理。

（2）*选择计算参数——Δx、Δt、θ* 实际计算和数值试验均表明，隐格式的稳定也是有条件的。一般来说，入流强度dQ/dt与Δx成反比。因此，应用隐格式计算流动变化较快的水流，可通过增加或插补计算断面减小Δx，并选取适当的Δt，使计算稳定。权重系数θ值一般取0.6左右。

（3）*模型率定* 一般首先率定恒定流，模拟各级恒定流同时水面线；然后率定不恒定流，模拟实测水位过程。率定过程中，通过调整各断面水力参数——糙率$n(Z)$或流量模数$K(Z)$，使计算水位和实测水位之间误差满足一定精度。

（4）*地形资料和水力资料* 资料的多少和精度直接影响模型率定和洪水演算的精度，必须尽可能收集各种地形资料（包括大比例尺地形图、河道断面图以及野外查勘）和水力资料（包括上下游边界及河段内水位、流量等），必要时进行放水试验或结合天然洪水进行野外测量。

三、计 算 实 例

我们应用MYBC/Y1，模拟计算了长江葛洲坝电站日调节下游不恒定流以及三江航道船闸放水不恒定流，本文以后者为例[4]。

计算河段自2号船闸至航道出口处16号水尺，全长约3.4km，中间选择了14个计算断面（图3），计算中采用的初始条件、边界条件和参数如下：

（1）初始条件取各断面流量为0以及各水尺的相应水位；

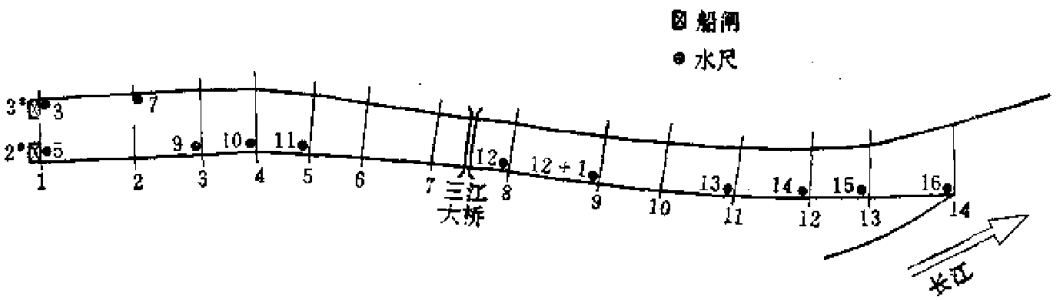


图3 葛洲坝枢纽三江引航道计算断面及试验临时水尺位置示意图

（2）边界条件——上游边界为2号船闸放水过程$Q_1(t)$，洪峰Q_M=545m³/s，峰形接近三角形，历时12min；下游边界取16号水尺水位过程线$Z_N(t)$，反映长江水位变化对航道洪水波影响；

（3）取Δt=60s，Δx变化范围为187～346m，权重系数θ=0.6，各断面糙率系数n取0.015（三江航道系人工规则渠道，混凝土衬砌）。

对2号船闸单独放水波的验证计算，由图4给出4个断面计算和实测水位过程比较，可以看出：

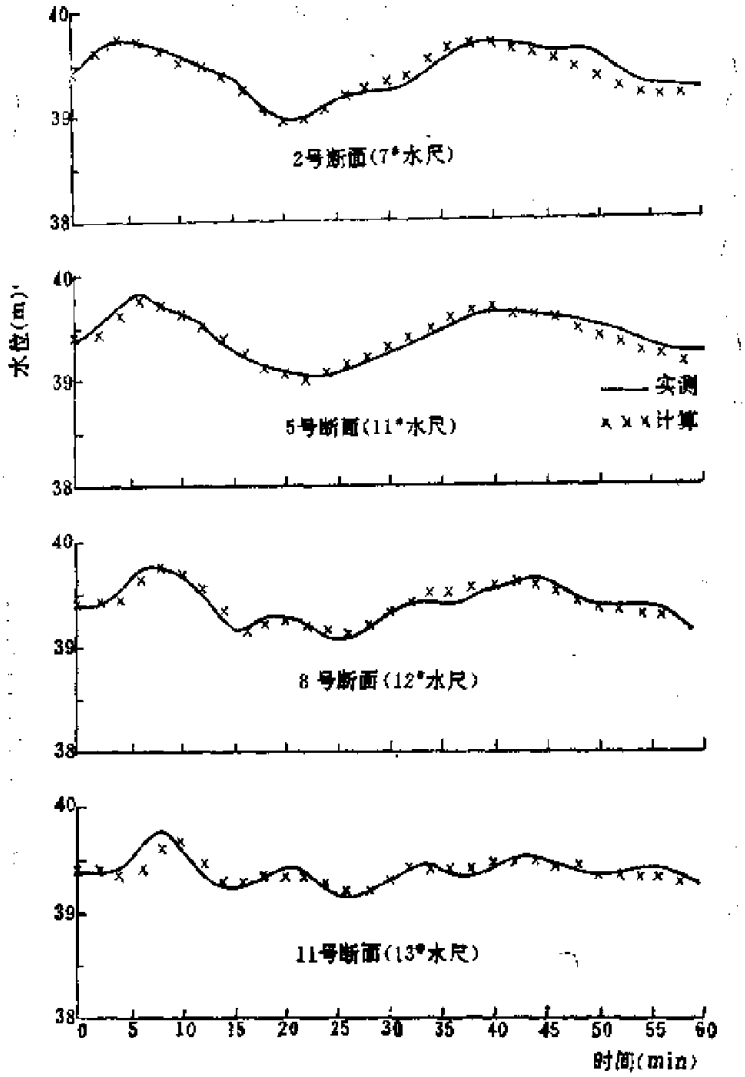


图 4 三江2*船闸放水，下游引航道计算和实测水位比较

（1）船闸放水波自上游往下游传播，在航道出口段受长江水位顶托干扰影响，引起洪水波由下游往上游逆向传播，如此循环往复，引起水位周期性波动，最大波幅达84cm。由于能量损失相对较小，可近似为惯性波，波幅衰减缓慢。

（2）由数值模拟计算水位同实测水位相比较，其水位峰值和波形基本吻合。可见，应用完全动力波模型的MYBC/Y1程序包模拟计算三江航道不恒定流是合适的。

四、结 束 语

（1）明渠一维不恒定流水力计算（隐式）程序包MYBC/Y1适用于天然的或修筑闸、坝（电站）的树枝状结构河网汇流计算，可作为河流规划、设计和管理调度中水力计算的工

具。

（2）MYBC/Y1在PDP-11/23小型机上实现，通过终端控制，进行人机对话，视需要进行资料预处理、模型率定或不恒定流计算等，并具有图形屏幕显示及绘图输出等功能。

（3）MYBC/Y1对满足圣维南方程基本假定的河段或特殊水流连接方式的河段，均采用双扫法求解，计算速度快，计算时间一般同河段数成正比，本例全部计算完成只需几分钟。

参考文献

[1] 谭维炎，明渠一维不恒定流计算程序包MYBC，本论文集。

[2] Cunge, J.A., Holly, F.M., Verwey, A., Practical Spects of Computational River Hydraulics, Pitman, 1980.

[3] Mahmood, K., Yevjevich, V., Unsteady Flow in Open Channels, Water Resources Publications, 1975.

[4] 长江水利科学研究院水工室，长江流域规划办公室葛洲坝实验站、规划处，葛洲坝三江船闸泄水不恒定流的原型试验与分析，人民长江，1984年第6期。

二维浅水方程组*

谭维炎 赵棣华

本文讨论如下形式的二维浅水方程组：

$$u_t+uu_x+vu_y+gh_x+gz_{b,x}+Ku-fv=0 \tag{1}$$

$$v_t+uv_x+vv_y+gh_y+gz_{b,y}+Kv+fu=0 \tag{2}$$

$$h_t+hu_x+uh_x+hv_y+vh_y=0 \tag{3}$$

其中

$$K=g\frac{n^2\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}} \tag{4}$$

式中 t——时间；

x,y——平面坐标；

h——水深；

u,v——沿x，y方向的垂线平均流速；

z_b——水底高程；

g——重力加速度；

f——地转力的柯氏系数；

下角标（t，x，y）表示偏导数变元。

自变量（t，x，y）组成的空间称解空间，其中（x，y）平面称物理空间，而因变量（u，v，h）允许值组成的区域称状态空间。以下只讨论上述连续型方程，虽不直接涉及离散化数值求解问题，但显然为后者提供了理论依据。

一、方程的数学性质

1.浅水方程组的标准型

未知函数$(u,v,h)^T$组成列向量W。式（1）～式（3）中已将对t的偏导数解出，称标准型或柯西-柯娃列夫斯卡娅型，写成矩阵形式

$$L(W)=W_t+A_x(W)W_x+A_y(W)W_y+C(W)W=0 \tag{5}$$

式中L微分算子，下标仍表示偏导数的变元，

$$A_x(W)=\begin{vmatrix} u & 0 & g \\ 0 & u & 0 \\ h & 0 & u \end{vmatrix},\qquad A_y(W)=\begin{vmatrix} v & 0 & 0 \\ 0 & v & g \\ 0 & h & v \end{vmatrix}$$

$$C(W)=\begin{vmatrix} K & -f & gz_{b,x}/h \\ f & K & gz_{b,y}/h \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{6}$$

*本文完成于1985年5月，1986年6月修改。

式（5）中的非齐次项（包括摩阻项与地转项），在动量平衡中起源或汇的作用。

2.浅水方程组为一阶拟线性双曲型

在解空间的某单连通区域中方程组属双曲型的条件是，对该区域中每一点满足：①矩阵$A=A_x\alpha_1+A_y\alpha_2$（式中$\alpha_1^2+\alpha_2^2=1$）的特征值对所有$t$，$x$，$y$，$u$，$v$，$h$，$\alpha_1$，$\alpha_2$均为实数，即下式的根$\lambda$为实数（$I$为单位阵）

$$|A-\lambda I|=\begin{vmatrix} u\alpha_1+v\alpha_2-\lambda & 0 & g\alpha_1 \\ 0 & u\alpha_1+v\alpha_2-\lambda & g\alpha_2 \\ h\alpha_1 & h\alpha_2 & u\alpha_1+v\alpha_2-\lambda \end{vmatrix}=0 \qquad (7)$$

②存在三个线性独立的标准正交特征向量组成的完全系，即若存在重特征值时，其重数等于度数（相应的不同特征向量的个数），不亏损，而若无重特征值时（若u、$v\neq 0$，$h>0$，浅水方程组属此情况），则此条件自然得到满足，展开式（7）得

$$(u\alpha_1+v\alpha_2-\lambda)^3-(u\alpha_1+v\alpha_2-\lambda)(gh\alpha_1^2+gh\alpha_2^2)=0 \qquad (8)$$

不难求出其三个根为

$$\begin{aligned} \lambda_2&=u\alpha_1+v\alpha_2 \\ \lambda_{3,1}&=\lambda_2\pm\sqrt{gh} \end{aligned} \qquad (9)$$

三个实特征值λ_i互不相等（但不能保证所有$\lambda_i>0$），故浅水方程组属严格（狭义）双曲型。这是以下所有讨论的基本出发点。例如，根据偏微分方程组的特征理论，双曲型区别于椭圆型及抛物型的最显著的几何特征是，所有特征都是实的，且互不重合。事实上，这与前述两个条件等价。

有时，摩阻项不用二维曼宁或谢才等经验公式表示，而写成含速度二阶导数项的耗散机制。此时，在某部份解区域中方程仍属双曲型，而在耗散占优的另一部分区域中则属弱椭圆型或抛物型，这种方程属混合型。

3.浅水方程组的对称型

数学家Freidrichs发现，在合理的条件下，经典物理学中几乎所有来自守恒律的方程组，均可找到一个正定对称矩阵ϕ，具有下列特性：①ϕ是方程组解W的光滑函数；②存在常数C，使不等式$CI\leqslant\phi\leqslant\frac{1}{C}I$对所有$W$一致成立；③最重要的是方程组（5）乘以$\phi$可化为对称型，但$\phi$的选择不唯一。对浅水方程组，如可取

$$\phi=\begin{vmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & g \end{vmatrix} \qquad (10)$$

便得

$$\phi A_x=\begin{vmatrix} uh & 0 & gh \\ 0 & uh & 0 \\ gh & 0 & gu \end{vmatrix},\qquad \phi A_y=\begin{vmatrix} vh & 0 & 0 \\ 0 & vh & gh \\ 0 & gh & gv \end{vmatrix}$$

$$\phi C=\begin{vmatrix} Kh & -fh & gz_{b,x} \\ fh & Kh & gz_{b,y} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{11}$$

使A_x，A_y对称化所得的方程组（不要求ϕC为对称阵），称一阶对称组。Friedrichs等建立了系统的对称组理论，为讨论方程组解的性质提供了理论依据。

4.浅水方程组的守恒型

一阶方程组的守恒律形式是

$$\frac{\partial W}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}=H(W,\ t,\ x,\ y) \tag{12}$$

守恒型必可化成标准型（5），显见系数矩阵A_x，A_y为F，G的雅可比矩阵。而标准型则不一定能化成守恒型，如能做到则结果可能不唯一，但浅水方程组本来是从质量与动量守恒律导出的，必可做到这一点，如通过因变量变换得

$$\frac{\partial q_x}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_x^2}{h}+\frac{gh^2}{2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q_xq_y}{h}\right)+Kq_x-fq_y+ghz_{b,x}=0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_xq_y}{h}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q_y^2}{h}+\frac{gh^2}{2}\right)+Kq_y+fq_x+ghz_{b,y}=0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}=0 \tag{15}$$

式中

$$q_x=hu,\qquad q_y=hv \tag{16}$$

引入列向量$W_1=(q_x,\ q_y,\ h)^T$，即得W_1的守恒律方程组。

化成守恒型的主要目的是：①在理论上守恒律、对称组和双曲组之间存在密切的关系。②便于建立具有守恒性的差分格式，后者的定义类似于物理上的守恒概念，即某区域内未知量在某时间步内的总增量等于其边界节点的增量之和。虽然对标准型方程组也可建立起守恒差分格式，但不如用守恒型方程组那样方便。③便于定义与处理具有间断的广义解。

5.与流体动力学欧拉方程组的关系

浅水方程组可写成张量形式

连续方程

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\nabla\cdot(hV)=0 \tag{17}$$

动量方程

$$\frac{\partial V}{\partial t}+(V\cdot\nabla)V+\nabla gh=b \tag{18}$$

$$V=(u,\ v)^T$$

式中 b ——非齐次项；

∇ ——梯度算子；

$\nabla\cdot$ ——散度算子（亦记为div），且有

$$(V\cdot\nabla)V=(uu_x+vu_y,\ uv_x+vv_y)^T \tag{19}$$

此外，通常假定压力近似静水压力分布，相当于引入状态方程

$$p=\frac{\rho g h^2}{2} \qquad (\rho=常数) \tag{20}$$

式中 p——压力；

ρ——密度。

而牛顿流体的Navier-Stohes方程（简称NS方程）的非守恒形式（又称对流形式）可写作

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho V)=0 \tag{21}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+(V\cdot\nabla)V+\frac{1}{\rho}\nabla p=\frac{1}{\rho}f_s+\frac{1}{\rho}\nabla\cdot\tau \tag{22}$$

式中 f_s——单位体积的体积力；

τ——粘性剪力张量。

还有能量方程和状态方程，对二维等熵流动可表示为

$$p_t+up_x+vp_y-a^2(\rho_t+u\rho_x+v\rho_y)=0 \tag{23}$$

式中 $$a=a(p,\ \rho)$$

一般取 $$p=A\rho^{\gamma} \tag{24}$$

对不可压缩牛顿流体的NS方程则为

$$\nabla\cdot V=0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+(V\cdot\nabla)V+\frac{1}{\rho}\nabla p=\frac{1}{\rho}\nabla\cdot\tau+\frac{1}{\rho}f_s \tag{23}$$

状态方程 $$\frac{D\rho}{Dt}=0 \qquad (\rho=常数) \tag{27}$$

比较浅水方程式（17）、式（18）与不可压缩流体的NS方程式(25)、式(26)可见，动量方程相同，而连续方程不同。在边界条件方面，不可压缩流体NS方程一般只给定边界流速，且沿边界的法向通量之和为零，还要求边界的法向压力梯度为零。因不给定边界上的压力条件以及连续方程中不含压力，故常将连续方程看作对流速场的约束条件。浅水方程组则常给定开边界的水位过程或水位流量关系，以及陆地边界的流速方向（如限定法向流速为零），连续与动量方程作耦合方程组处理。

其次，比较浅水方程式（17）、式（18）与可压缩流体的NS方程式（21）、式（22）可见，若将ρ看作h，方程形式相同。这在物理上相当于把二维水体每一点水深变化看作密度的变化。理论分析表明，浅水方程组可看作是可压缩等熵流动的流动方程在马赫数（定义为流速与局地波速之比）趋于零时的极限，从而前者的解是后者在小马赫数（实际浅水流动一般满足此条件，高速水流除外）时的近似解。作者还证明，浅水流动相当于式（24）中的比热比$\gamma=2$的完全气体的绝热等熵流动。

因此，二维浅水体在物理上虽属不可压缩流体，但其流动方程在数学上却等价于可压缩等熵流动，在解的定性研究（如特征理论）与算法方面均可借鉴后者的成果。

6.坐标变换与未知函数变换

张量形式的浅水方程组与坐标系无关。在笛卡儿坐标系中的形式见式（1）～式（3）。

以下给出在一般曲线坐标系中的一般关系式。采用曲线坐标的目的是为了便于将具有曲线边界的解定义域变换为矩形区域。

在（x、y）平面中引入坐标变换

$$\xi(x,\ y)=常数,\qquad \eta(x,\ y)=常数 \tag{28}$$

要求其逆变换存在

$$x(\xi,\ \eta)=常数,\qquad y(\xi,\ \eta)=常数 \tag{29}$$

且要求两者微分同胚（两个区域一一对应且变换及其逆连续可微）。其条件是变换雅可比

$$D=\frac{\partial(\xi,\eta)}{\partial(x,y)} \tag{30}$$

非奇。此时，可利用复合求导公式，即对任何函数f

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} \tag{31}$$

代入守恒型方程组（12）可将其变换成以下两种形式：

（1）完全守恒形式

$$\frac{\partial \overline{W}}{\partial t}+\frac{\partial \overline{F}}{\partial \xi}+\frac{\partial \overline{G}}{\partial \eta}=\overline{H}(W,\ t,\ \xi,\ \eta) \tag{32}$$

式中

$$\overline{W}=W/D;$$

$$\overline{F}=\frac{1}{D}\left(F\frac{\partial \xi}{\partial x}+G\frac{\partial \xi}{\partial y}\right);$$

$$\overline{G}=\frac{1}{D}\left(F\frac{\partial \eta}{\partial x}+G\frac{\partial \eta}{\partial y}\right).$$

（2）准守恒形式

$$\frac{\partial W}{\partial t}+\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \xi}+\frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \eta}\right)F+\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \xi}+\frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \eta}\right)G=H \tag{33}$$

在对自变量进行变换时，为了处理方便，常可同时对因变量进行变换。有关公式不予列出。这里仅指出在这种一般变换之下方程与解的性质不变。具体说，若自变量与因变量变换的逆变换均存在，则拟线性双曲组变换后仍为拟线性双曲组，且相应的特征值、特征向量等经变换后仍然是新方程组的特征。在这个含义下，称它们是变换的不变量。

二、特 征 理 论

1.特征面和相容性方程的定义及一般关系式

以σ_1，σ_2，σ_3分别乘式（1）～式（3）后相加得

$$(\sigma_1 u+\sigma_3 h)u_x+\sigma_1 v u_y+\sigma_1 u_t+\sigma_2 u v_x+(\sigma_2 v+\sigma_3 h)v_y+\sigma_2 v_t+(\sigma_1 g+\sigma_3 u)h_x$$
$$+(\sigma_2 g+\sigma_3 v)h_y+\sigma_3 h_t+(\sigma_1 K+\sigma_2 f)u+(\sigma_2 K-\sigma_1 f)v+g(\sigma_1 z_{b,x}+\sigma_2 z_{b,y})$$
$$=0 \tag{34}$$

定义向量$\phi_i(i=1,\ 2,\ 3)$如下

$$\phi_1=(\sigma_1 u+\sigma_3 h)i+\sigma_1 v j+\sigma_1 k \tag{35}$$

$$\phi_2=\sigma_2 u\boldsymbol{i}+(\sigma_2 v+\sigma_3 h)\boldsymbol{j}+\sigma_2\boldsymbol{k} \tag{36}$$

$$\phi_3=(\sigma_1 g+\sigma_3 u)\boldsymbol{i}+(\sigma_2 g+\sigma_3 v)\boldsymbol{j}+\sigma_3\boldsymbol{k} \tag{37}$$

式中$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$为解空间中的单位基向量。沿ϕ_i方向的方向导数记作d_i，可将式（34）写成

$$d_1 u+d_2 v+d_3 h+(\sigma_1 k+\sigma_2 f)u+(\sigma_2 k-\sigma_1 f)v+g(\sigma_1 z_{b,x}+\sigma_2 z_{b,y})=0 \tag{38}$$

上式对任意选择的σ_i及相应的ϕ_i均成立。通常感兴趣的是特定选择的σ_i，使ϕ_i位在一个平面内。解空间中在各点与上述平面相切的曲面称特征面。因式（38）只包含未知函数在ϕ_i方向的导数，即微分方向在特征面内，故该式成为在特征面上成立的内算符，称为相容性方程或特征关系。

现在来推导确定σ_i的条件。设特征面在每一点的法线（称特征法线）用向量$N=N_x\boldsymbol{i}+N_y\boldsymbol{j}+N_t\boldsymbol{k}$表示。定义

$$U=uN_x+vN_y+N_t=\hat{W}\cdot N \tag{39}$$

式中$\hat{W}=u\boldsymbol{i}+v\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，称为解空间中的伪速度向量。相应地，$W_0=u\boldsymbol{i}+v\boldsymbol{j}$称物理空间中的速度向量，它是伪速度向量在物理平面上的投影。由ϕ_i与N正交的条件$N\cdot\phi_i=0$（$i=1,2,3$）得

$$\begin{vmatrix} U & 0 & N_x h \\ 0 & U & N_y h \\ gN_x & gN_y & U \end{vmatrix}\begin{vmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\end{vmatrix}=0 \tag{40}$$

上式具有非平凡解（即非全零解）的条件是系数行列式为零。可展成

$$U[U^2-gh(N_x^2+N_y^2)]=0 \tag{41}$$

式（41）及式（38）是确定特征面及在其上成立的相容性方程的基本关系式。

由上述可见，特征面在解的构造中具有特殊的作用：在其上的数据不可任意给定，必须满足相容性方程，而该方程中只含曲面的内导数，独立变量数目减少一个，便于求解。同时，特征面是信息在解空间中传播的障碍，只由特征面上给定的初始数据出发，不能外推（连续延拓）到特征面以外的区域中去，以便得到唯一确定的解。至于特征面的位置与解有关，事先是未知的。

2.两族特征面及其几何结构

由式（41）确定N，然后确定处处与N垂直的曲面，即为特征面。式（41）可分解成两个因子，相应得到两族特征面。

（1）*第一族特征面*　条件是$U=0$，即

$$U=uN_x+vN_y+N_t=\hat{W}\cdot N=0 \tag{42}$$

特征法向量N的长度是任意的。选择其长度使相应的向量$\hat{n}=n_x\boldsymbol{i}+n_y\boldsymbol{j}+n_t\boldsymbol{k}$在物理平面的投影为单位向量

$$n_x^2+n_y^2=1 \tag{43}$$

$$n_t=\frac{N_t}{\sqrt{N_x^2+N_y^2}},\qquad n_x=\frac{N_x}{\sqrt{N_x^2+N_y^2}} \tag{44}$$

式（42）便可写作

$$un_x+vn_y+n_t=0 \tag{45}$$

但式（43）、式（44）只有两个条件，不足以完全确定n_x，n_y，n_t，故$\hat{n}$为无限多条特征法线的单参数族。

条件式（43）表示解空间中以t轴为轴的单位圆柱面。式（45）表示过原点的平面（以下将所研究的点取为原点），其方位决定于u，v。圆柱面与平面相交形成的椭圆，即为$\hat{n}$端点的轨迹。因平面经过原点，$\hat{n}$位于平面上，故称平面式（45）为特征法平面（简称法平面）。

由式（45）知，法平面与包含伪速度$\hat{W}$的平面垂直，后者称为流面。法平面内每一条特征法线相应了一个流面，故流面也形成单参数族，称第一族特征面。

解空间中处处与伪速度向量相切的曲线称为伪轨线。伪轨线在物理平面上的投影称轨线或流线，即处处与速度向量W_0相切的曲线。流面族的包络是伪轨线，其方程为

$$\frac{dx}{dt}=u,\qquad \frac{dy}{dt}=v,\qquad \frac{dt}{dt}=1 \tag{46}$$

沿伪轨线的微元向量

$$d\hat{s}=\hat{W}dt \tag{47}$$

故知伪速度向量决定了伪轨线。流面与物理平面的交线则为轨线。

（2）第二族特征面　其条件是

$$U^2-gh(N_x^2+N_y^2)=0 \tag{48}$$

以式（39）代入后得

$$U=uN_x+vN_y+N_t=\pm\sqrt{gh}\sqrt{N_x^2+N_y^2} \tag{49}$$

式中±号只决定特征法线的指向。仿前，N的长度可由条件式（43）、式（44）决定。此时，式（49）简化成

$$\hat{W}\cdot\hat{n}=un_x+vn_y+n_t=\pm\sqrt{gh} \tag{50}$$

同样因条件数目不够，$\hat{n}$构成又一单参数特征线族。

条件式（43）仍表示单位圆柱面。式（50）表示平面，其位置由u，v，$\sqrt{gh}$确定。该平面与圆柱面的交线也是椭圆，即特征法向量$\hat{n}$端点的轨迹。与第一族特征面的差别是，平面不经过原点，故$\hat{n}$不位于平面上，而构成一个锥面，称特征法锥（简称法锥或法线锥）。

由式（50）知，伪速度向量并不与$\hat{n}$所决定的特征面相垂直。$\hat{W}$与特征面垂直的分量的大小为当地重力波速$\sqrt{gh}$。对应于位在法线锥上的每一特征法向量$\hat{n}$，有一个特征面称为波面。单参数波面族即第二族特征面。

波面族的包络称为特征锥或重力劈锥（在气体动力学中称马赫劈锥，此时用当地声速代替$\sqrt{gh}$）。其方程为（推导从略）

$$(dx-udt)^2+(dy-vdt)^2=ghdt^2 \tag{51}$$

其物理意义是：从锥顶发出的小扰动，沿伪轨线以伪速度传播过程中引起的所有波的包络。一般，伪轨线不是直线，且波速$\sqrt{gh}$不是常数，故重力劈锥呈弯曲锥状。只有在均匀流场

中，重力劈锥才是一个斜锥，它与平面t=常数的交线为圆。考虑到特征面是信息传播路径的边界，通过解域中任一点沿s增加及减小方向所作的特征锥所包围的区域，就是该点的影响区域及决定区域。

波面与重力劈锥相切形成的曲线，称双特征线。其方程为（推导从略）

$$\frac{ds}{dt}=(u-\sqrt{gh}\,n_x)i+(v-\sqrt{gh}\,n_y)j+k \tag{52}$$

法线锥的倒锥称为重力锥。重力锥永远是斜锥，与t=常数的平面相交成圆，与垂直于锥轴的平面相交成椭圆。重力锥的轴与通过锥顶的伪轨线相切，也和重力劈锥相切，切点都是锥顶。

归纳以上所述，通过任一条类空间曲线（其定义为，曲线上任一点的切向均不位在该点的向前特征方向之间）上任一点$P(t,x,y)$，存在两个波面，一个流面、法平面、法线锥、重力锥和重力劈锥，还有两条双特征线。流面与波面在该点的切平面分别称为第一及第二族特征切平面，它们分别与法平面及法线锥的母线相正交。

3.特征面上的相容性方程（特征关系）

（1）流面上的相容性方程　在式（40）中以$\hat{n}$代N得

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & n_x h \\ 0 & 0 & n_y h \\ gn_x & gn_y & 0 \end{vmatrix}\begin{vmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\end{vmatrix}=0 \tag{53}$$

其系数矩阵的秩等于2，故在流面上的解σ_i依赖于一个参数。展开式（53）得

$$\sigma_1 n_x+\sigma_2 n_y=0,\qquad \sigma_3=0 \tag{54}$$

若取

$$\sigma_1=s_x,\qquad \sigma_2=s_y \tag{55}$$

并取向量$s=s_x i+s_y j$，则式（54）表示$\hat{n}$与s正交，即s为沿流面与物理平面交线的一个向量。此时，流面上的相容性方程为

$$\sigma_1\times\text{式}(1)+\sigma_2\times\text{式}(2)=0 \tag{56}$$

对给定的$\hat{n}$，式（54）～式（56）适用于$\hat{n}$所确定的流面。因$\hat{n}$构成单参数族，故相容性方程（56）有无限多个。当然，其中独立方程的个数不应超过原始的浅水方程组的个数3。

引入θ作为参数，定义为平面t=常数上向量$\hat{n}$端点的轨迹圆上动点的方向角（由x轴逆时针度量至N）。显然，$n_x=\cos\theta$，$n_y=\sin\theta$，并引入下列符号：

$$z=z_b+h$$
$$u_N=u\cos\theta+v\sin\theta$$
$$u_T=-u\sin\theta+v\cos\theta$$
$$f_x=Ku-fv+gz_{bx}$$
$$f_y=Ku+fu+gz_{by}$$

$$\frac{d}{d\theta}=-\sqrt{gh}\sin\theta\frac{\partial}{\partial x}+\sqrt{gh}\cos\theta\frac{\partial}{\partial y}$$

$$\frac{d}{dv}=\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}$$

$$\frac{d}{d\tau}=\frac{\partial}{\partial t}+(u\pm\sqrt{gh}\cos\theta)\frac{\partial}{\partial x}+(v\pm\sqrt{gh}\sin\theta)\frac{\partial}{\partial y} \tag{57}$$

由此得流面上的含单参数θ的特征关系为

$$\frac{du_\tau}{dv}+2\frac{d(\sqrt{gh})}{d\theta}=f_xn_y-f_yn_x \tag{58}$$

（2）波面上的相容性方程　将式（49）（右边取正号）代入式（40）并以$\hat{n}$代N得

$$\begin{vmatrix}\sqrt{gh} & 0 & n_xh\\ 0 & \sqrt{gh} & n_yh\\ gn_x & gn_y & \sqrt{gh}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\end{vmatrix}=0 \tag{59}$$

其系数矩阵的秩亦为2，故波面上的解σ_i亦依赖于一个参数。取

$$\sigma_1=\sqrt{gh}\,n_x,\qquad \sigma_2=\sqrt{gh}\,n_y,\qquad \sigma_3=-g \tag{60}$$

将这组解代入一般的相容性方程（38），得波面上成立的相容性方程：

$$\sqrt{gh}\,n_x(uu_x+vu_y+u_t)+\sqrt{gh}\,n_y(uv_x+vv_y+v_t)+g(\sqrt{gh}\,n_x-u)h_x$$
$$+g(\sqrt{gh}\,n_y-v)h_y-gh_t-gh(u_x+v_y)+B=0 \tag{61}$$

式中
$$B=\sqrt{gh}\,(n_xf_x+n_yf_y) \tag{62}$$

如前所述，式（61）中包含的实际上是波面内的微分算符。由于波面是二维曲面，可取两个独立方向：一是双特征方向，二是在波面内与其垂直的方向。沿双特征方向ds[见式(52)]，函数F在dt时间内的全微分

$$dF_s=\nabla F\cdot ds=(u-\sqrt{gh}\,n_x)F_x+(v-\sqrt{gh}\,n_y)F_y+F_t \tag{63}$$

式中∇F为F的梯度向量。将式（61）中的偏导数写成沿双特征的方向导数的形式，可得

$$\sqrt{gh}\,n_xd_su+\sqrt{gh}\,n_yd_sv-gd_sh+gh[(n_x^2-1)u_x+(n_y^2-1)v_y+n_xn_y$$
$$(u_y+v_x)]+B=0 \tag{64}$$

式中前三项表示u，v，h沿ds的全微分，而方括号中的项则表示沿双特征垂直方向的全微分（虽在式中以对x，y的偏导数来表示），称交叉导数。

和流面的情况相似，也可给出波面上的单参数特征关系：

$$\frac{d(u_N\pm2\sqrt{gh})}{d\tau}\mp n_y\frac{du}{d\theta}\pm n_x\frac{dv}{d\theta}+f_xn_x+f_yn_y=0 \tag{65}$$

4.特征上的黎曼不变量

可以把浅水方程组变换成如下的不变量形式的方程组：

$$\frac{\partial r_k}{\partial t}+\lambda_{xk}\frac{\partial r_k}{\partial x}+\lambda_{yk}\frac{\partial r_k}{\partial y}=g_k\qquad(k=1,\ 2,\ 3) \tag{66}$$

式中r_k，g_k均为t，x，y，W的函数。它与标准型的方程组的主要差别是，在每一方程中只包含一个未知函数的导数。显然，当非齐次项g_k为零时，r_k沿方向$\frac{\partial}{\partial t}+\lambda_{xk}\frac{\partial}{\partial x}+\lambda_{yk}$

$\frac{\partial}{\partial y}$保持常数，故把$r_k$称为黎曼不变量。

浅水方程组相应于特征值λ_i[见(9)式]的三个左特征向量为

$$l^1=\left(\cos\theta,\ \sin\theta,\ -\sqrt{\frac{g}{h}}\right)\qquad l^2=(\sin\theta,\ -\cos\theta,\ 0)$$

$$l^3=\left(\cos\theta,\ \sin\theta,\ \sqrt{\frac{g}{h}}\right) \tag{67}$$

以l^i的三个分量分别乘以方程组(5)的三个式子，求其线性组合。为节省篇幅，只列出$i=2$的推导

$$l^2W_t=(\sin\theta,-\cos\theta,\ 0)\begin{vmatrix}u_t\\ v_t\\ h_t\end{vmatrix}=-\frac{\partial u_\tau}{\partial t}$$

$$l^2A_xW_x=u\sin\theta u_x-u\cos\theta v_x+g\sin\theta h_x$$

$$l^2A_yW_y=v\sin\theta u_y-v\cos\theta v_y-g\cos\theta h_y$$

$$l^2CW=f_x\sin\theta-f_y\cos\theta$$

利用式(57)可将此线性组合写成

$$\frac{du_\tau}{d\nu}+2\frac{d(\sqrt{gh})}{d\theta}-f_x\sin\theta+f_y\cos\theta=0 \tag{68}$$

仿此，由l^1，l^3求得线性组合

$$\frac{d(u_N+2\sqrt{gh})}{d\tau}-\sin\theta\frac{du}{d\theta}+\cos\theta\frac{dv}{d\theta}+f_x\cos\theta+f_y\sin\theta=0 \tag{69}$$

$$\frac{d(u_N-2\sqrt{gh})}{d\tau}+\sin\theta\frac{du}{d\theta}-\cos\theta\frac{dv}{d\theta}+f_x\cos\theta+f_y\sin\theta=0 \tag{70}$$

这里$(\theta,\ \nu,\ \tau)$为任意点$P(t,\ x,\ y)$的局部曲线坐标。$\theta=$常数表示经过P点的某一固定双特征。沿固定的双特征式(68)～式(70)中对θ的导数为零，从而上述特征关系化为不变量形式的方程组。因此，浅水方程组沿双特征的黎曼不变量为$u_N+2\sqrt{gh}$，$u_N-2\sqrt{gh}$，和u_τ。显然，u_τ和u_N表示轨迹圆在该点的切向与法向流速。

在文献[3]中曾作出论证：在浅水体开边界上给定的边界条件，会对由水体内部传播到该边界处的波产生不同程度的反射。而这种反射实际上并不存在，只是由于强加的边界条件人为造成的。如在边界上给定黎曼不变量，可使由此造成的数值误差大为减少。从该论证出发，我们认为，如果在开边界处给定$h\sim u_N$(即水位流量关系)，并且在给定的当时状态$(h,\ u_N)$值附近，用$u_N=\alpha\sqrt{h}$来逼近该关系，这样处理近似于给定黎曼不变量。实际计算也表明，由于水深、流速具有自动调整能力，不像硬性给定水位过程那样强制，有利于数值求解的稳定。

5.特征理论在数值计算中的作用

(1)为建立特征差分格式提供理论基础。前已述及，在解域每一点处独立的相容性方程的数目不能超过三个，故有必要从相应于无限多个流面与波面的相容性方程中选出三个独

立的供使用。其中两种常用的选择是：①由沿一个流面和二个波面的方程所组成；②由沿三个波面的方程所组成。可根据这样的选择来建立数值求解用的特征积分网格及其相应的差分格式。特征网格求积的优点是：①可将三个独立变量t，x，y的原始方程组变换成等价的、在二维特征面上成立的、二个自变量（即以双特征及其垂直方向为轴的局部坐标）的相容性方程。因此，在特征面上进行数值积分比非特征面简单（当然，特征面的确定将带来困难）。②由于这种格式符合于解的特征构造，即解的信息沿特征传播，故其精度高，稳定性好。实际应用中则常在矩形网格上利用特征关系。

（2）在采用其他数值解法（如有限差、有限元法）时，特征理论亦可为其正确的建立提供理论根据。例如，在某点处解的依赖区域是以该点为顶点沿时间递减方向所作的重力劈锥与初始条件所在曲面相截而形成的区域。因此，差分格式的依赖区域必须包含该依赖区域，否则解就可能不收敛，这就是稳定性的必要条件。当然，若差分格式的依赖区域过大，则因引用了真正依赖区域以外的数据，也会降低数值解的精度。

（3）在计算有界的浅水体时，特征理论按流态规定所需的边界条件的正确数目。凡多于或少于这个数目称为超定或欠定。对计算区域开边界上的点P，若为入流（$u_N<0$），则过点P的流线沿t减小的方向伸出边界以外。当流态为次临界流（缓流，$u^2+v^2<gh$）时，因特征锥只有小半位于计算区域内，只能而且必需利用一个双特征关系，需给定两个边界条件。当流态为超临界流时，因整个依赖区域都在计算区域外，需给定三个边界条件。类似地，若P点为出流（$u_N>0$），经过P点的流线沿t增加方向伸出边界以外，对次临界流及超临界流需分别给定1及0个边界条件。若P为固定陆地边界上的一点（$u_N=0$），则因依赖区域恰好有一半在计算区域以内，对两种流态均需给定一个边界条件。

三、解的一般构造

定义经典解为满足浅水方程组的一阶连续可微（C^1类）的向量函数$W(t, x, y)$。理论研究还要求W有界，且为有界变差函数（BV类函数），而这在实践中总能满足。设方程组中非齐次项为零。对称组理论证明，纯初值问题（柯西问题），对给定的初始条件$W(0, x, y)$，若经典解存在，则至多只有一个。而经典解存在的条件是：W_0属C^r类，$r>2$。此时，问题是适定的，经典解存在、唯一，且连续依赖于初始条件。但经典解一般只是在某个有限时段$0\leqslant t\leqslant T$内存在。当$t>T$时则光滑解一般不复存在。即使初始条件保持光滑，间断仍会在区域内部发展起来。当然，上述结论还受非齐次项及边界条件的复杂影响。

当经典解不存在时，需扩充解的概念。先将浅水方程组写成守恒律形式。若计算区域有界，边界光滑，函数W在域内对任何时段(t_1, t_2)均满足积分意义的守恒律（即在分布理论含义下的微分守恒律），则称W为广义解或弱解。由同一标准型方程组可化作多种守恒型，当解存在间断时，其广义解可能不相同。

设$S(t)$为物理空间中随t而变的光滑曲线。函数W在S的每一侧均连续可微，但跨越S时产生间断，即W为分片C^1类函数。$S(t)$为可动的间断线。因方程组为拟线性，故和线性方程组的情形（对后者，间断沿特征传播）不同，间断线一般不是特征。要根据跳跃条件来确定

其位置。若W是广义解，则对给定的t在S上的每一点，都必须满足Rankine-Hugoniot提出的跳跃条件

$$s[W^j]=([F^j],[G^j])^T\cdot n \quad (j=1,2,3) \tag{71}$$

式中n为间断线S在该点的法向，s为S在该点的传播速度，[ ]表示W与F，G在该点跨S两侧的跳跃。间断线的位置取决于上式，而后者又与解W有关，故事先是未知的。只能把上式看成在流体内部存在的、移动的（即自由）非线性边界条件，更增加了处理的困难。

满足跳跃条件式(71)的广义解可能不唯一，其中能同时满足一个表达了现实物理条件的数学关系的那个广义解才是真正需要的，称为激波。该补充条件的物理意义是，跨越间断S时熵必定增加，故称为熵条件。熵条件用方程系数矩阵的本征值λ_i和间断面传播速度s的相对大小关系来表达。

分片光滑解之间除通过激波衔接外，当函数W跨越界线两侧之差很小时，称弱激波。若W在界线处连续，但其一阶导数不连续，不满足微分方程组，称稀疏波或膨胀波。

总之，在一般情况下，一阶拟线性双曲型守恒律方程组的解，是分片C^1类函数。在每一片中它像经典解那样满足微分方程，而在各片之间则通过激波和（或）稀疏波按跳跃条件及熵条件相互衔接。但对空间二维的情形，激波与稀疏波的空间位置与几何形状的确定十分复杂。例如，类似于特征的分族，间断也可分族。这些性质的讨论已超出本文的范围了。

参考文献

[1] R.Peyret et al., Computational Methods for Fluid Flows, Springer-verlag, 1983.

[2] A.Majda, Compressible Fluid Flow and Systems of Conservation Laws in Several Space Variables, Springer-Verlag, 1984.

[3] G.K.Verboom et al., Boundary Conditions for the Shallow Water Equations, in "Engineering Applications of Computational Hydraulics", Vol.1 (M.B.Abbote et al.ed.), Pitman, 1982.

[4] A.Daubert et al., Quelques Aspects des Ecoulements Presque Horizontaux a Deux Dimensions en Plan et Non Permanents Application aux Estuaires, La Houille Blanche, Vol.8, 1967.

[5] 林秉南，明渠不恒定流研究的现状和发展，载《水利水电科技进展》第一册，水利出版社，1980。

[6] M.J.Zucrow et al., Gas Dynamics, Vol.I, Multidimensional Flow, John Wiley, 1977.

[7] P.D.Lax, Hyperbolic Systems of Conservation Laws and the Mathematical Theory of Shock Waves, Appl.Math., No.11, 1973.

二维浅水渐变不恒定明流的有限元算法及其与差分法的结合*

谭维炎 赵棣华

一、概 述

在水利工程和水文问题的水力学计算中，常遇到有自由表面的浅水体二维渐变不恒定流，不能近似地用一维圣维南方程组来描述。这种平面流的计算量比一维情形有很大增加，其水体平面形状常不规则，可呈由多条封闭曲线组成的复连通水域，且可能动态地变化着。六十年代末以来，国外提出了有限差分解法，并研制成程序包[1]。从七十年代中期又开始应用有限元法求解[2]。有限元法更适合于处理二维问题的复杂边界形状及边界条件，程序的通用性较好，缺点则主要是求解速度较慢。本文拟根据常用的浅水方程组，采用四种形式单元的组合，引入单元影响系数以简化伽辽金（Galerkin）方程的计算，拟定了加快处理速度和减少内存需求的解法，合理处理固定或可动水面边界以及多种边界条件，并研制成较通用的程序包以利实际应用。此外，还对显式有限元法及其与有限差分法的结合应用（综合法）进行了探讨。

二、基本方程组

本文依据的基本方程组为

$$\frac{\partial H}{\partial t}+H\frac{\partial U}{\partial x}+U\frac{\partial H}{\partial x}+H\frac{\partial V}{\partial y}+V\frac{\partial H}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}+g\frac{\partial Z_s}{\partial x}+g\frac{\partial H}{\partial x}+gS_{f,x}-fV=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+g\frac{\partial Z_s}{\partial y}+g\frac{\partial H}{\partial y}+gS_{f,y}+fU=0 \tag{3}$$

式中 t——时间；

x，y——平面坐标；

H——水深；

U，V——x，y方向对水深取平均的流速；

Z_s——水底高程；

*本文于1984年10月完成，1986年5月修改。

S_{fx}, S_{fy} —— x, y方向的水力比降；

g——重力加速度；

f——地转力的柯氏系数。

水力比降近似按恒定均匀流公式计算，如二维曼宁公式：

$$S_{fx}=\frac{n^2U\sqrt{U^2+V^2}}{H^{4/3}},\qquad S_{fy}=\frac{n^2V\sqrt{U^2+V^2}}{H^{4/3}} \tag{4}$$

式中n为水力糙率。

三、伽辽金方程

上述一阶拟线性双曲型方程组存在能量的耗散，不能化成求泛函极值的变分问题用里兹（Ritz）有限元法求解。需应用加权残差法中更一般的伽辽金半离散有限元法。为简化书写，将式（1）～式（3）写成算子方程的形式：

$$T[H(x, y, t), U(x, y, t), V(x, y, t)]=0 \tag{5}$$

式中T为偏微分算子。一阶偏导数连续的函数族中满足上述方程及给定初边值条件的那个特定函数称为经典解。也可能存在一阶导数间断的解（称弱间断解），或函数本身间断的解（称强间断解），两者统称弱解或广义解。为了求经典解和弱解，将式（5）写成内积形式（又称伽辽金形式或弱形式）：

$$\int_A T(H, U, V)\phi(x, y, t)\,dA=0 \tag{6}$$

式中A为计算区域，ϕ为满足一定条件的任意试验函数。可以证明，若充分考虑到初边值条件，则弱解存在且唯一，且当存在经典解时两者相同。

为了近似求解伽辽金方程（6），将水体根据其平面形状划分为若干有限单元，在单元内用线性或二次多项式来逼近有关函数，即只局限于从有限维逼近函数子空间中寻找近似解。在每一单元内任意变量Z（代表H, U, V, Z_B等）的分布表示为

$$Z(x, y, t)=\sum_i\phi_i(x, y)Z_i(t) \tag{7}$$

式中 Z_i——Z在该单元第i个节点处的值；

ϕ_i——相应于节点i的基函数（又称以节点i为支点的形状函数），它在节点i处取值1，在其他节点处取值零。在伽辽金法中取式（6）中的试验函数与基函数相同。

将H, U, V, Z_B等各自的形式为式（7）的逼近展式代入式（1）～式（3）中。相应于节点i的方程（1）成为

$$\sum_{N_e,i}\int_{A_{e,i}}\phi_i\Big[\sum_j\phi_j\frac{dH_j}{dt}+\Big(\sum_j\phi_jH_j\Big)\Big(\sum_k U_k\frac{\partial\phi_k}{\partial x}\Big)+\Big(\sum_j\phi_jU_j\Big)\Big(\sum_k H_k\frac{\partial\phi_k}{\partial x}\Big)$$

$$+\Big(\sum_j\phi_jH_j\Big)\Big(\sum_k V_k\frac{\partial\phi_k}{\partial y}\Big)+\Big(\sum_j\phi_jV_j\Big)\Big(\sum_k H_k\frac{\partial\phi_k}{\partial y}\Big)\Big]dA_{e,i}=0 \tag{8}$$

式中 $A_{e,i}$——节点i相邻的第e个单元的面积；

$\sum_{N_{e,i}}$ ——对节点i相邻各单元求和（$e=1,\cdots,N_{e,i}$）。由式（2）、（3）也可写出类似于式（8）的方程。

引入符号

$$a_{i,j}=\frac{1}{A_{e,i}}\int\phi_i\phi_j dA_e$$

$$S_{i,j}=\frac{1}{A_{e,i}}\int\phi_i\frac{\partial\phi_j}{\partial x}dA_e,\qquad t_{i,j}=\frac{1}{A_{e,i}}\int\phi_i\frac{\partial\phi_j}{\partial y}dA_e$$

$$g_{i,j,k}=\frac{1}{A_{e,i}}\int\phi_i\phi_j\frac{\partial\phi_k}{\partial x}dA_e,\qquad h_{i,j,k}=\frac{1}{A_{e,i}}\int\phi_i\phi_j\frac{\partial\phi_k}{\partial y}dA_e \tag{9}$$

上述常数统称为单元的影响系数。它们只与单元的几何配置有关，而与水流参数无关，反映了该单元对整个方程组的贡献。利用式（9）可将伽辽金方程写成有限元形式：

$$\sum_{N_{e,i}}A_{e,i}\left(\sum_j a_{i,j}\frac{dH_j}{dt}\right)=-\sum_{N_{e,i}}A_{e,i}\sum_j\sum_k[g_{i,j,k}(H_jU_k+U_jH_k)+h_{i,j,k}(H_jV_k+V_jH_k)] \tag{10}$$

$$\sum_{N_{e,i}}A_{e,i}\left(\sum_j a_{i,j}\frac{dU_j}{dt}\right)=-\sum_{N_{e,i}}A_{e,i}\left\{\sum_j\sum_k[g_{i,j,k}U_jV_k+h_{i,j,k}V_jU_k]+g\sum_j S_{i,j}(Z_{Bj}+H_j)+g\int\phi_iS_{fe}dA_{e,i}-f\sum_j a_{i,j}V_j\right\} \tag{11}$$

$$\sum_{N_{e,i}}A_{e,i}\left(\sum_j a_{i,j}\frac{dV_j}{dt}\right)=-\sum_{N_{e,i}}A_{e,i}\left\{\sum_j\sum_k[g_{i,j,k}U_jV_k+h_{i,j,k}V_jV_k]+g\sum_j t_{i,j}(Z_{Bj}+H_j)+g\int\phi_iS_{fe}dA_{e,i}+f\sum_j a_{i,j}U_j\right\} \tag{12}$$

这里对空间采用有限元离散化，而时间仍按连续变量处理，t不出现在基函数中，故称半离散法。问题化为求解一阶变系数常微分方程组式（10）～式（12）。数学上已证明[8]，这样得到的伽辽金近似解不但当网格边长趋于零时收敛，且对一定的单元剖分和基函数，在以索伯列夫（Sobolev）范数来衡量它与真正解之间的偏离时，它是近似最优的逼近。

四、有限元的选用

考虑到各种实际问题有不同的精度要求，单元内的插值函数采用线性及二次多项式两类。为便于与水体平面形状相拟合，基本单元的形状均采用三角形。对上述两种插值分别具有三及六个节点。至于水体平面形状（即周边），则可采用折线或二次样条来逼近。后一种情况可采用本文建议的单曲线边的三节点三角形单元。此时，水体内部可以采用三节点或六节点三角形剖分。在后一情形中，为使周边的三节点单曲边单元与内部的六节点三角形单元衔接，还需使用四节点的三角形单元（图1）。由这些单元来逼近水体满足有限元法的完备性与兼容性要求，即在单元缩小时可保证近似解单调地收敛于理论解。这四种单元的节点按逆时针方向编号。

三节点三角形单元的基函数为

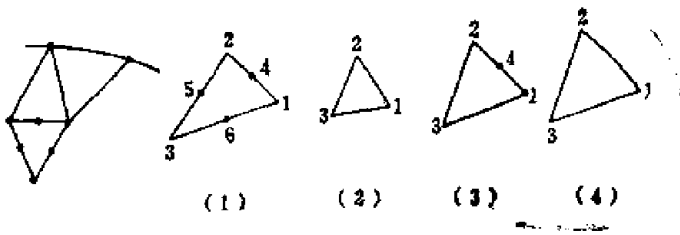


图 1

$$\lambda_1(x,\ y)=\frac{1}{2A_e}[(x_2y_3-x_3y_2)+(y_2-y_3)x+(x_3-x_2)y]$$

$$\lambda_2(x,\ y)=\frac{1}{2A_e}[(x_3y_1-x_1y_3)+(y_3-y_1)x+(x_1-x_3)y] \qquad (13)$$

$$\lambda_3(x,\ y)=\frac{1}{2A_e}[(x_1y_2-x_2y_1)+(y_1-y_2)x+(x_2-x_1)y]$$

$$2A_e=(x_1-x_3)(y_2-y_3)-(x_2-x_3)(y_1-y_3) \qquad (14)$$

可证$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=1$。为与其他类型单元的基函数相区别，记为$\lambda_i$而不写成$\phi_i$。六节点三角形单元的基函数为

$$\phi_i=2\lambda_i^2-\lambda_i,\qquad \phi_4=4\lambda_1\lambda_2 \qquad (15)$$

其他节点的基函数可根据对称性写出。四节点三角形单元有

$$\phi_1=\lambda_1-2\lambda_1\lambda_2,\qquad \phi_3=\lambda_3,\qquad \phi_4=4\lambda_1\lambda_2 \qquad (16)$$

对以上三类单元，式（9）中各系数均可用解析求积方法得到（表1～3）。对单曲边三角形单元，系将其从（x, y）平面变换成（p, q）平面第一象限内以原点为直角顶点，相邻边长均为1的标准直角三角形。（x, y）平面内的基函数ϕ_i变成（p, q）平面内的基函数λ_i。显见此时ϕ_i已不是x, y的线性函数。为计算影响系数，可利用变量变换时的多变量函数的求积公式，并用数值求积计算

$$\int f(\phi_1,\ \phi_2,\ \phi_3)dxdy=\int f(\lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3)\,|J|\,dpdq \qquad (17)$$

$|J|$为由x, y变换为p, q的雅可比行列式。为了求$|J|$，可由以下两个步骤：

（1）根据水体周边的节点序列$P_i(x_i,\ y_i)$，用一条封闭的二次样条曲线来逼近。在P_i, P_{i+1}间曲线的方程及求解所含系数c_i的方程组为

$$S_i(x)=y_i+\frac{y_{i+1}-y_i}{x_{i+1}-x_i}(x-x_i)+c_i(x-x_i)(x-x_{i+1}) \qquad (18)$$

$$c_{i-1}(x_i-x_{i-1})+2c_i(x_{i+1}-x_{i-1})=\frac{y_{i+1}-y_i}{x_{i+1}-x_i}-\frac{y_i-y_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \qquad (19)$$

（2）在单曲边单元中根据三个节点的坐标以及节点1，2处的导数值y_1', y_2'可求出下列坐标变换函数

$$x(p,\ q)=x_3+(x_1-x_3)p+(x_2-x_3)q+apq$$

$$y(p,\ q)=y_3+(y_1-y_3)p+(y_2-y_3)q+bpq \qquad (20)$$

式中

$$a=[(x_1-x_2)(y_1'+y_2')-2(y_1-y_2)]/(y_1'-y_2')$$

表 1　六节点三角形单元影响系数

（a）$g_{ijk}=\frac{1}{A_{ei}}\int \phi_i\phi_j\frac{\partial\phi_k}{\partial x}dA_e$

i	j \ k	1	2	3	4	5	6
1	1	$\frac{13}{210}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$-\frac{1}{70}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{70}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{2}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{2}{21}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{2}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}+\frac{2}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{2}{21}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}+\frac{2}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	2	$-\frac{1}{140}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$-\frac{1}{140}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{11}{1260}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}+\frac{1}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	3	$-\frac{1}{140}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{11}{1260}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{140}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{1}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}+\frac{1}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	4	$\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	5	$\frac{1}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$-\frac{1}{63}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{63}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}-\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}-\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	6	$\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
4	1	$\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	2	$-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{4}{104}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}+\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}-\frac{4}{415}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	3	$-\frac{1}{63}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$-\frac{1}{63}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}-\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{4}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	4	$\frac{8}{63}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{8}{63}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{8}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{32}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{32}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}+\frac{32}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{32}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}+\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	5	$\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{4}{63}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{16}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}+\frac{16}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}+\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
	6	$\frac{4}{63}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{16}{106}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}+\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{16}{105}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}+\frac{32}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$

（b）$s_{ij}=\frac{1}{A_{ei}}\int \phi_i\frac{\partial\phi_j}{\partial x}dA_e$

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	$\frac{2}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$-\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$-\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{2}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}-\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{2}{15}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}-\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$
4	$\frac{1}{5}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{1}{5}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{8}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{8}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{4}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}+\frac{8}{15}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{8}{15}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}+\frac{4}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$

（c）$a_{ij}=\frac{1}{A_{ei}}\int \phi_i\phi_j dA_e$

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	$\frac{1}{30}$	$-\frac{1}{180}$	$-\frac{1}{180}$	0	$-\frac{1}{45}$	0
4	0	0	$-\frac{1}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{4}{45}$	$-\frac{4}{45}$

表 2 三节点三角形单元影响系数

（a） $g_{ijk}=\frac{1}{A_e}\int \phi_i\phi_j\frac{\partial\phi_k}{\partial x}dA_e$

i	j \ k	1	2	3
1	1	$\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$
	2	$\frac{1}{12}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{1}{12}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{12}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$
	3	$\frac{1}{12}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{1}{12}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{12}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$

（b） $s_{ij}=\frac{1}{A_{ei}}\int \phi_i\frac{\partial\phi_j}{\partial x}dA_e$

i \ j	1	2	3
1	$\frac{1}{3}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}$	$\frac{1}{3}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{3}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$

（c） $a_{ij}=\frac{1}{A_{ei}}\int \phi_i\phi_j dA_e$

i \ j	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

表 3 四节点三角形单元影响系数

（a） $g_{ijk}=\frac{1}{A_{ei}}\int \phi_i\phi_j\frac{\partial\phi_k}{\partial x}dA_e$

i	j \ k	1	2	3	4
1	1	$\frac{13}{210}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{11}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-1}{63}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{17}{630}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{7}{90}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{2}{63}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{22}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	2	$\frac{1}{1260}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{630}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{4}{630}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{1260}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-1}{108}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{-4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	3	$\frac{7}{180}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{2}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-1}{90}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{180}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{20}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{1}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	4	$\frac{2}{63}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{6}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{2}{45}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{12}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
2	1	$\frac{1}{1260}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{630}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{4}{630}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{1260}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-1}{180}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{-4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	2	$\frac{-17}{630}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{1}{63}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-11}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{13}{210}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{7}{90}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{22}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{2}{63}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	3	$\frac{-1}{180}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{1}{90}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-2}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{7}{180}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{20}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{4}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	4	$\frac{-4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-6}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{2}{63}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{2}{45}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{12}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$

续表

i	j \ k	1	2	3	4
3	1	$\frac{7}{180}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{2}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-1}{90}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{180}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{20}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{1}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	2	$\frac{1}{180}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{1}{90}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-2}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{7}{180}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{20}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{4}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	3	$\frac{1}{10}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-1}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{10}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{2}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{2}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	4	$\frac{1}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{2}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-2}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{4}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
4	1	$\frac{2}{63}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{6}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{2}{45}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{12}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	2	$\frac{-4}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-6}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{2}{63}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{2}{45}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{12}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	3	$\frac{1}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{2}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-2}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{4}{45}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{4}{45}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
	4	$\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{16}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-16}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{8}{315}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{-8}{45}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{32}{105}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{32}{105}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$

(b) $s_{ij}=\frac{1}{A_{ei}}\int\phi_i\frac{\partial\phi_j}{\partial x}dA_e$

i \ j	1	2	3	4
1	$\frac{2}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{1}{5}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{30}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{1}{30}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{2}{5}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
2	$\frac{-1}{30}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{1}{30}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{5}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{2}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{2}{5}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
3	$\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{6}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{3}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{1}{3}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{3}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$
4	$\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}-\frac{4}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$-\frac{4}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{1}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$	$\frac{1}{3}\frac{\partial\lambda_3}{\partial x}$	$\frac{8}{15}\frac{\partial\lambda_1}{\partial x}+\frac{8}{15}\frac{\partial\lambda_2}{\partial x}$

(c) $a_{ij}=\frac{1}{A_{ei}}\int\phi_i\phi_j dA_e$

i \ j	1	2	3	4
1	$\frac{7}{90}$	$\frac{-1}{180}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{45}$
2	$\frac{-1}{180}$	$\frac{7}{90}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{45}$
3	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$
4	$\frac{2}{45}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{45}$

$$b=[(y_1-y_2)(y_1'+y_2')-2(x_1-x_2)y_1'y_2']/(y_2'-y_1')$$

于是得到所求的变换雅可比行列式为

$$\begin{aligned}|J| &= C+Ap+Bq\\ &=[(x_1-x_3)(y_2-y_3)-(x_2-x_3)(y_1-y_3)]+[b(x_1-x_3)-a(y_1-y_3)]p\\ &\quad+[a(y_2-y_3)-b(x_2-x_3)]q\end{aligned}\tag{21}$$

因式（17）的积分中常包含$\partial\lambda/\partial x$，$\partial\lambda/\partial y$，后者不是简单的多项式，故不能用解析法准确求积，而需采用高斯数值求积法。

为计算式（11）、式（12）中水力摩阻的积分，可将S_{fx}，S_{fy}在（x，y）平面内按六节点三角形单元二次插值函数表达成式（7）的形式[但对单曲边单元系在（p，q）平面中进行]。为此，需先插值求出六个节点的H，U，V，n，然后按式（4）计算这些节点的S_{fx}，S_{fy}。将式（7）代入所求积分中，便可类似于影响系数将其表示成各节点S_{fi}值的加权平均。有关的加权系数见表4。这样处理可使摩阻项的计算满足精度要求，且较高斯求积更快。实际计算表明，如采用线性分布可能导致计算不稳定或产生较大误差。

表4　　水力摩阻的积分

$$\frac{1}{A_e}\int\phi_i\,S_f\,dA_e$$

单元类型	i	SF_1	SF_2	SF_3	SF_4	SF_5	SF_6
六节点三角形	2	$\frac{1}{30}$	$\frac{-1}{180}$	$\frac{-1}{180}$	0	$\frac{-1}{45}$	0
	4	0	0	$\frac{1}{36}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$
三节点三角形	1	$\frac{1}{30}$	$\frac{-1}{60}$	$\frac{-1}{60}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$
四节点三角形	1	$\frac{1}{30}$	$\frac{-1}{60}$	$\frac{-1}{180}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{4}{45}$
	2	$\frac{-1}{60}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{-1}{180}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{1}{45}$
	3	$\frac{-1}{60}$	$\frac{-1}{60}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$
	4	0	0	$\frac{-1}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{4}{45}$
三节点单曲边	1	$\frac{A+B}{30}$	$\frac{-3A-2B}{180}$	$\frac{-3A-2B-C}{180}$	$\frac{6A+3B+2C}{45}$	$\frac{3A+B+C}{45}$	$\frac{6A+3B+C}{45}$
	2	$\frac{-3A-2C}{180}$	$\frac{A+C}{30}$	$\frac{-3A-B-2C}{180}$	$\frac{6A+2B+3C}{45}$	$\frac{6A+B+3C}{45}$	$\frac{3A+B+C}{45}$
	3	$\frac{-3A-C}{180}$	$\frac{-3A-B}{180}$	$\frac{A}{30}$	$\frac{3A+B+C}{45}$	$\frac{6A+B+2C}{45}$	$\frac{6A+2B+C}{45}$

五、边界条件

边界条件的规定和处理常对数值解起决定作用。表现在：①在步长无限小的极限情况

下，边界条件的处理（包括条件的数目、形式）决定了原始微分方程组的解是否存在、唯一以及是否连续地依赖于边值条件（即在Hadamard意义下的适定性）。②在数值求解所用有限步长情况下，边界条件的处理决定了数值解的精度，甚至影响到求解的稳定性。③水流在计算区域内所形成的波动向外传播，在通过计算区域与邻接水体的交界处时将产生数值反射，应与天然情况相近似，否则会影响解的精度。

水体周边有固定及可动两种。后者需逐时段计算周边的新位置。为简化计算程序，限制水面周边只在周边单元所组成的环的范围内变动。

在水体统一按三节点三角形单元剖分时，本文的程序包对固定及可动边界统一处理，且根据水体形状又区分为单连通及复连通水域两类。周边的运动采用近似估计，即在计算出每一时段末水体内邻近周边的节点处的水深后，根据水面水平的原则可插值求得周边的新位置。周边单元内的水体构成不完整的三角形单元，可分别按三角形或四边形处理，后者又分解成两个三角形。这种处理虽不能准确保持每一计算时段内周边单元的水量与动量平衡，但时段数较多时其精度可满足要求。

在水体周边单元为单曲边三角形单元时，对固定及可动水边在本文研制的程序包中系分别处理。对后者，因水体单元的剖分固定不变，式（10）～式（12）左边的系数矩阵不变。对后者，在每一计算时段末要重新计算周边二次样条曲线，并相应修改式（10）～式（12）的系数矩阵。此外，本文的程序包目前只用于单连通的水域。

水体的陆地边界条件的形式，在线性插值时需先确定周边节点的外法线方向，可取为周边折线夹角的平分线方向。规定在该周边节点处的法向流速为零。某些文献仍建立x、y方向的动量平衡方程，这种处理方法是值得商榷的，因为由此求得的法向流速一般不为零，若再人为地令法向流速为零，则在x、y及法向、切向的动量都不平衡。因此，应建立切向的动量平衡，而法向动量方程则以规定流速方向的方程来代替。

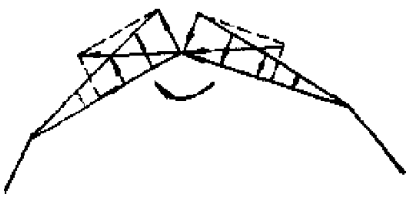


图 2

若水体周边为折线，这样处理仍不可避免地带来一定误差。由图2可见，在顶点处的切向流速分解后产生垂直于边界的分量，沿折线边界线性分布，且形成局部漩涡。在陆地与水体之间便存在不应有的水量与动量交换。如该两速度三角形的面积不等，还破坏了水量平衡。当顶角与180°相差较多时误差较大。尤其当顶角大于180°即周边内凹时（称为再入式顶点），局部漩涡所代表的人为扰动不但影响邻近区域的计算精度，且可能发展起来并传播到整个水体，使数值计算失去稳定。在数学上属于奇异点的一种。显然，采用一阶导数在节点处连续的二次样条来逼近水面周边，可避免产生上述数值漩涡，改善计算的稳定性及精度。在区域内部采用六节点三角形单元情况下，不致发生周边用折线逼近而内部却为二次插值这种精度不一致的情况。

计算区域与周围水体之间存在水量和动量交换关系的边界，称开边界或交换型边界。它具有两种形式：①分布式的输入输出，即沿单元的整条边按线性分布。②集中式的输入输出，即水量交换集中在某个（些）节点处。当水量交换边界的宽度较单元边长小得多时，可

近似简化为集中式。

对分布式交换边界，所给定的边界条件有以下五种形式：①给定某边各点的水位变化过程。这适用于出流边界。②给定某边沿程的水位过程及流速方向（如规定切向流速为零）。这适用于入流边界。③给定某边的水位与流速（或单宽流量）关系。④给定某边沿指定方向的单宽流量过程（限制切向流速为零）。⑤给定某边界节点的U、V变化过程。主要是对某些边界节点，尤其是再入式顶点及死角，规定$U=V=0$有利于消除奇异性，保证水体与陆地之间不存在人为的水量交换。在具体处理时，对给定上述①、③、⑤三类条件的边界节点，仍采用x、y方向的动量平衡。对②、④两类条件，通常规定节点流速为法向，并仿照陆地边界来处理。但对第④类条件还考虑了另一种情形，即不规定其正交方向（如切向）的流速为零。此时需建立切向动量平衡。

问题的适定性要求边界条件具有一定的数量和形式。对次临界流（缓流）来说，入流边界应给定两个条件，而出流边界只能给定一个条件。根据文献[4]分析，在上述①、②两类边界条件下问题是适定的，但对由内部到达边界外出的波可能产生较强反射，对第③、④类条件未见有分析。我们认为，若所给定的水位流速关系为二次抛物线，便接近于给定沿特征射线保持为常数的黎曼不变量$V_N\pm2\sqrt{gH}$（V_N为法向流速）。此时，不但问题是适定的，而且只具有较弱的反射。实际计算也证明它是比较理想的。而第④、⑤类条件的使用尚需通过数值试验加以验证。顺便指出，有限元法的某些文献中同时给定边界的水位及流速，这不合乎特征理论对问题适定性的要求。

本文特别引入了对集中式交换型边界条件的处理。关键在于要确定在节点P处沿指定方向集中输入或输出的流量Q_P。设以水面周边外法线方向为正方向，出流为正，入流为负。前者称点源，后者称点汇。考虑了两种集中式边界条件：①明显地给定流量过程。②给定水位流量关系，此时可根据计算时段始末的水位查流量取平均。确定Q_P以后，可利用二维脉冲函数$\delta(P)$，将集中作用的水量与动量包括在浅水方程组右边，即在式(1)～式(3)的右边分别加上$Q_P\delta(P)$及$(Q_PU/H)\delta(P)$等项。若同时规定节点的流速方向，可仿前处理，只建立该方向的动量平衡。$\delta(P)$在节点P处取值无穷大，其他处处为零，且对单元的面积分为1。因此，伽辽金方程的右边相应加上Q_P及Q_PU/H等项。从数学上分析，这类节点属于连续型微分方程的奇异点，要进行必要处理以消除其奇异性。

关于初始条件的给定，只要有限元格式是稳定的，且初始条件的误差又不太大，则其影响经若干时段后将消失。

六、数值计算方法

伽辽金方程(10)～(12)左边导数项的系数均为常系数，只有右边为变系数非线性项，称半线性方程组。采用如下三种常用的差分格式求解[6]：①改进欧拉法（预测校正法）。②梯形迭代法。其中引入松弛系数θ，$\theta=0$相当欧拉法，$\theta=0.5$～1称隐格式，稳定性好。③四阶龙格-库塔法。其中又分为古典格式、误差最小的优化格式以及可给出误差上界的迈尔逊（Merson）格式。根据计算检验，龙格-库塔法的稳定时间步长约为欧拉法的四倍，但综合计算速度还是以欧拉法为优。

将伽辽金方程组按上述格式离散化以后，得到关于各节点在某时段内ΔH_i，ΔU_i，ΔV_i的线性代数方程组。根据边界条件消去给定的部分变量后即可求解。由于部分边界节点引入了流速方向的方程，故它为大型稀疏但不对称的方程组。采用高斯消去法及列主元消去法这两种直接法求解。当边界节点规定流速方向，且该方向接近于水平或垂直时，要注意防止因主对角元素比其他元素小若干数量级，造成求解过程舍入误差的传播和放大。此时，应将该节点动量方程和速度方向方程的顺序加以对换。此外，所有方程均用绝对值最大的元素来除，也可减少舍入误差的影响[6]。

线性方程组的建立和求解是实际工作量集中所在。为减少内存和提高速度采取了以下技巧：

（1）在式(10)中只包含dH_i/dt项，可先求解得ΔH_i。但式(11)、式(12)中部分方程已代以边界节点的速度方向方程，只能联立求解。

（2）当水面周边固定时，方程组左边系数矩阵不变，不必重算。周边可动时，也只需修改由周边单元产生的项。

（3）建立方程组的主要计算量在于右边的非齐次项。其中水体内部各单元的影响系数不必重算。式(10)～式(12)中每个单元各点的H_i，U_i，V_i的交叉乘积也只要计算一次即可。

（4）线性方程组左边的系数矩阵采用带状存贮法[7]。

（5）对固定周边，方程组左边系数矩阵的高斯消元过程及结果不变，不必每次重复求解。消去所得的下三角阵用于以后对方程右边进行消去，而上三角阵则用于回代。

计算稳定性常是决定成败的关键。对单元的配置（如避免过短的边长，三角形夹角过小，水面周边折线夹角比180°小得较多，出现再入式顶点等），及初边值条件的给定都要慎重处理。在实际计算时则主要是合理选择时间步长。据文献所述，采用欧拉法解式(10)～式(12)时，稳定时间步长受$d/\sqrt{2g\overline{H}}$（d为单元内接圆直径）的最小值控制。这一估计公式是在简化条件下推导出来的，实际计算中只能作参考。最好是先采用较大的Δt进行计算，然后折半重算。若两个结果R_1与R_2相差较多，再将Δt折半，即自动控制时间步长。此外，还可以采用理查德森（Richardson）外推法使精度提高一阶，即最后采用成果为$R^*=(3R_2-R_1)/2$。在一个算例中，采用$\Delta t=15$s计算才稳定，但若外推Δt可达60s以上。

七、显式有限元法

以上介绍的系比较标准的伽辽金加权残差半离散有限元法。对每一时间步需求解联立线性方程组，处理速度较慢。如何提高效率，是推广应用的关键。由此简化而演变出的显式有限元法[8]，可按任意顺序显式逐点计算空间各节点的水力参数，不必求解联立方程组。两者的差别类似于隐式与显式差分法，相应地称为（对空间而言）隐式与显式有限元法。

同前，先将隐式有限元法所得的常微分方程组(10)～(12)中左边对时间的导数用向前差分表示，化成线性方程组。显式有限元法的实质在于采取“系数集中”技巧。假定相应于第i个节点的方程中，其他节点（$j\neq i$）的未知量均等于第i个节点的未知量，如$\Delta H_j=\Delta H_i$。这

样便可将带状系数矩阵的元素向主对角线集中成为对角阵（同一行的元素累加到对角元素上），然后求解一元方程组。

可从对隐式有限元法的结果进行数值光滑的观点加以解释。设以f代表H（或U，V）。对第i个节点及其相邻节点的Δf值求加权平均，Δf_i的权重为1/2，$\Delta f_j(j\neq i)$的权重由相应单元的面积比决定。加权平均值$\Delta \overline{f}_i$即为显式有限元法的结果。

显式有限元法的优点是：①其主要工作量在于方程组非齐次项的计算，不再求解联立线性方程组，处理速度大大加快。隐式法的计算量与节点总数的某个幂次（2～3）成正比，而显式法则与节点总数成正比，故随节点总数的增加其优越性更加明显。②其效果相当于进行了数值滤波，或加入人工粘性，从而增加了计算稳定性。③节点编号顺序任意，利于修改单元配置，应用更灵活。

八、有限元与有限差结合的综合法

有限元法的优点是利于处理复杂的边界形状和边界条件，且网格密度可以不均匀以适应水下地形的变化，但即便是显式有限元法其处理速度仍不及有限差法。差分法的优缺点则恰相反。若将它们结合应用（称综合法），发挥各自的长处，显然是有利的。思路是：在计算区域内部布设差分网格，网格与计算区域边界之间布设三角形周边单元，呈带状镶边。这两部分区域通过公共边界上的公共节点相互影响。同时，为了用显式有限元法计算公共节点的水力参数，还必须沿公共边界在差分网格区内添加一层三角形（或矩形）单元（图3）。

给定计算时段初有限差与有限元各网格节点处的水力参数后，可分别进行计算。显式有限元法的计算对象是周边单元的各个节点（包括公共节点）。而差分法可选用任何已有的成熟算法，如ADI或分裂差分算法，但需规定公共节点处的边界条件。显然，难以合理给定计算时段末那里的水深或流速。比较合理的形式是给定该处的水位与单宽流量关系，允许其水位、流速值根据边界流场情况进行调整。在非恒定流中水位流量关系通常呈绳套形，非单值关系。但在某一点仍可用直线来逼近，故可借用前一时段该节点Δq与ΔZ的比值作为该时段水位流量关系$q=f(Z)$的斜率df/dZ。

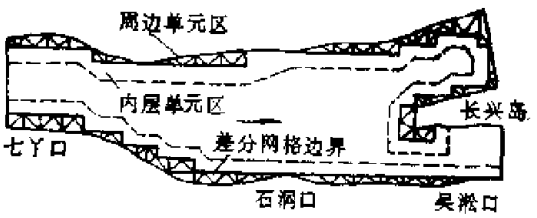


图 3

为了考虑两部分水体之间通过公共节点的交互作用，试验了以下两种处理方法：①对每个计算时段末公共节点处有限差与有限元两种算法的结果取平均。②考虑到周边单元以起水量调节作用为主，其水位变化主要取决于公共节点处的入流，而水位的高低则又反过来对入流的大小起反馈作用。因此，公共节点处水深取有限元法的结果，而流速取有限差法的结果。数值试验表明，在计算时段较短时，两种处理的结果差别不大。

值得注意的是，有限元与有限差两种算法在原理上有一定的差别。有限元法以该节点相邻单元内数值解与准确解的加权残差最小为准则。而有限差法则从逐点用差分方程逼近微

分方程出发，两者的数值解的波速亦不同。显式有限元法中，扰动在每一时段的传播距离为单元边长，而隐式差分法中由于直线上各节点联立求解，扰动在每一时段内可波及整个水体。还由于公共节点处进行了上述处理，公共边界上及其附近的水力参数值可能存在一定的不协调。必要时可对公共节点平均后的结果再采取适当的光滑处理。具体方法是将公共节点所在各单元的水力参数取平均，再按单元面积加权作为该节点处的值。

参 考 文 献

[1] Abbott, M.B., et al, System 21, Jupiter, A Design System for Two-dimensional Nearly Horizontal Flows, J. Hyd. Res. Vol.11, 1973.

[2] Connor, J.J., et al, Finite Element Techniques for Fluid Flow, Newnes-Butterwoths, 1976.

[3] Mitchell, A.R., et al, The Finite Element Method in Partial Differential Equations, John Wiley, 1977.

[4] Abbott, M.B., et al ed., Engineering Applications of Computational Hydraulics, Vol.1, Chapter Ⅱ, Pitman, 1982.

[5] Gear, C.W., Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations, Prentice-Hall, 1971.

[6] 刘方勋等，大型稀疏线性方程组的解法，国防工业出版社，1981。

[7] Twearson, R.P., Sparse Matrices, Academic Press, 1973.

[8] Wang, H.P., Multi-levelled Finite Element Hydrodynamic Model of Block Island Sound, in Finite Elements in Water Resources (W.G. Gray et al ed.), Pentech, 1977.

二维浅水不恒定明流的线性同伦网格差分算法*

赵棣华 谭维炎

一、引 言

本文依据的二维浅水方程组为

$$\frac{\partial H}{\partial t}+H\frac{\partial U}{\partial x}+U\frac{\partial H}{\partial x}+H\frac{\partial V}{\partial y}+V\frac{\partial H}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}+g\frac{\partial Z}{\partial x}+g\frac{n^2\sqrt{U^2+V^2}}{H^{4/3}}U-fV=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+g\frac{\partial Z}{\partial y}+g\frac{n^2\sqrt{U^2+V^2}}{H^{4/3}}V+fU=0 \tag{3}$$

式中 t——时间；

x，y——平面坐标；

H——水深；

Z——水位；

U，V——分别为x，y方向对水深取平均的流速；

g——重力加速度；

n——曼宁糙率；

f——地转力的柯氏系数。

目前最常用的数值解法为矩形网格有限差法，但它不利于处理复杂边界形状和边界条件。有限元法虽无此缺点，但处理速度较慢。近年来国外有人根据流体平面形状布设曲线网格，用有限元法[1]或有限差法[2]求解，但所用网格或算法较复杂，故未普遍推广。本文尝试加以改进。

二、线性同伦网格

首先考虑最简单的的无分叉河段。计算区域由左右岸线及上下游断面所围成。根据计算水力学的要求，上下游断面应近似与水流方向正交。岸线可为任意曲线形状。若两岸线之一。

*本文于1985年4月完成，1986年5月修改。

可经连续变形成为另一岸线，称它们互为同伦。

在计算区域Ω中用纵向曲线与横向直线各一组布设网格。基本要求是横向直线被纵向曲线截成等间距。或更一般地，使截距互成比例亦可，但不要求它们相互平行（图1）。此时，纵向曲线组称互为线性同伦。为了用公式来表达线性同伦的定义，引入参数α，$0\leqslant\alpha\leqslant1$。由平面曲线$f(x)$到$g(x)$的连续变形构成单参数变换族，记为$F(x,\alpha)$。线性同伦变换满足下列条件：

$$F(x,\alpha)=(1-\alpha)f(x)+\alpha g(x) \tag{4}$$

此时，$f(x)$上任意指定点的运动轨迹为直线，且其运动距离与α成正比。

曲线网格在x，y平面中的表达式为

$$\eta=\eta(x,y)=常数,\quad \xi=\xi(x,y)=常数 \tag{5}$$

ξ可用作纵向曲线$\eta=$常数的参数表达式中的参数（η仿此）。(ξ,η)称任意点的广义坐标或曲线坐标。

由拓扑学知[3]，线性同伦网格的主要拓扑性质是，它可以由ξ，η平面上域G中的矩形网格映射（即变换）而成（图2），且这一映射对域G中所有点是连续的。用坐标表示时，要求能由式（5）解出

$$x=x(\xi,\eta),\quad y=y(\xi,\eta) \tag{6}$$

因而需满足反函数存在定理的要求，主要是坐标变换的雅可比矩阵在域内处处非奇异。

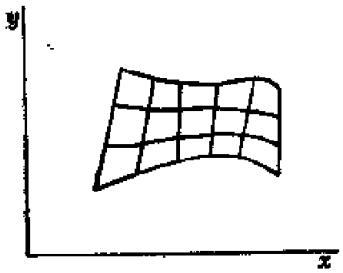


图 1

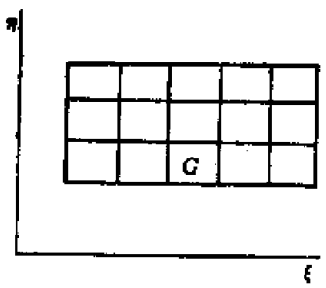


图 2

布设网格时，一般使ξ，η沿每条曲线单调变化。易知此时线性同伦映射及其逆映射均系一一对应的连续映射。

以下公式的推导还进一步要求这种映射是光滑的，即式（5）、式（6）中的两对函数对其自变量的偏导数连续。这一要求的目的是使定义在x，y平面域Ω上的解$H(x,y)$，$U(x,y)$，$V(x,y)$，以及将它们变换到ξ，η平面所得域G上的相应函数，两者具有同样的光滑性。换句话说，前者所满足的微分方程可变换为后者的微分方程。即便H，U，V是x，y的间断函数（如存在水跃或涌潮）时也允许进行变换。

对布设网格的上述各点要求不难实现。事实上，不必一定采用线性同伦网格。如有人采用由两族正交曲线组成的网格，经由复变函数论中的保形映射（如克利斯托弗变换）变成矩形网格。但需求解椭圆型边值问题，计算量较大。采用更一般的曲线网格时，要注意选取适当的变换，以保证映射的连续可微性。

对于分叉河流以及水体中存在岛屿（复连通水域）的情况，也可相仿处理。此时，通常

把图形分成若干子图形，要求每个子图形为线性同伦，可称之为分块线性同伦。

三、曲线坐标网的浅水方程组

x，y平面中域Ω内任意点P处的局部曲线坐标网与直角坐标网的关系见图3。

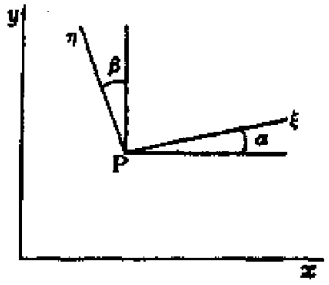


图 3

前者一般为斜交坐标网，利用如下的求导公式（只列对x的偏导数）

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} \tag{7}$$

由方程组（1）～（3）导出

$$\frac{\partial H}{\partial t}+H\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial \xi}+H\frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial \eta}+U'\frac{\partial H}{\partial \xi}+V'\frac{\partial H}{\partial \eta}+H\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial \xi}+H\frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial \eta}=0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U'\frac{\partial U}{\partial \xi}+V'\frac{\partial U}{\partial \eta}+g\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial Z}{\partial \xi}+g\frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial Z}{\partial \eta}+KU-fV=0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U'\frac{\partial V}{\partial \xi}+V'\frac{\partial V}{\partial \eta}+g\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial Z}{\partial \xi}+g\frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial Z}{\partial \eta}+KV+fU=0 \tag{10}$$

式中

$$K=g\frac{n^2\sqrt{U^2+V^2}}{H^{4/3}} \tag{11}$$

$$U'=\frac{\partial \xi}{\partial x}U+\frac{\partial \xi}{\partial y}V,\quad V'=\frac{\partial \eta}{\partial x}U+\frac{\partial \eta}{\partial y}V \tag{12}$$

这是一般曲线坐标网的二维浅水方程组，已在文献[2]中导出。这种形式的缺点是比较复杂，且U，V表示x，y方向的流速，与ξ，η的方向不相应。本文引入如下的线性变换将U，V变换成u'，v'

$$u'=a'U+b'V,\qquad v'=c'U+d'V \tag{13}$$

式中a'、b'、c'、d'为位置坐标的函数，即对不同的点P采用不同的线性变换，称逐点线性变换。对局部邻域来说它是线性的，而对大范围的全局来说，则一般是非线性的。选择这四个函数的准则是：①使新的因变量在ξ，η平面的域G中所满足的微分方程组的形式尽可能简单，便于用有限差法求解；②u'、v'最好能具有比较明确的物理意义，以便处理边界条件。但这两个要求不易同时满足。如可取u'，v'表示x、y平面中沿网格切向的流速，即由下式解出式（13）

$$u=u'\cos\alpha-v'\sin\beta,\quad v=u'\sin\alpha+v'\cos\beta \tag{14}$$

但代入式（8）～式（10）后所得u'，v'对ξ，η的微分方程组比较复杂，故本文不采用。以下以式（12）中的U'，V'作为u'，v'，由式（12）解出

$$U=au'+bv'=\frac{1}{e}\frac{\partial\eta}{\partial y}u'-\frac{1}{e}\frac{\partial\xi}{\partial y}v' \tag{15}$$

$$V=cu'+dv'=\frac{1}{e}\frac{\partial\xi}{\partial x}u'-\frac{1}{e}\frac{\partial\eta}{\partial x}v'$$

式中

$$e=\frac{\partial\xi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial y}-\frac{\partial\eta}{\partial x}\frac{\partial\xi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial x}=\frac{1}{\cos\alpha}=ce,\qquad \frac{\partial\xi}{\partial y}=\frac{1}{\sin\alpha}=-be$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial x}=\frac{-1}{\sin\beta}=-de,\qquad \frac{\partial\eta}{\partial y}=\frac{1}{\cos\beta}=ae$$

由式（15）显见（只列关于U的公式）

$$\frac{\partial U}{\partial t}=a\frac{\partial u'}{\partial t}+b\frac{\partial v'}{\partial t}$$

$$\frac{\partial U}{\partial\xi}=a\frac{\partial u'}{\partial\xi}+u'\frac{\partial a}{\partial\xi}+b\frac{\partial v'}{\partial\xi}+v'\frac{\partial b}{\partial\xi}$$

$$\frac{\partial U}{\partial\eta}=a\frac{\partial u'}{\partial\eta}+u'\frac{\partial a}{\partial\eta}+b\frac{\partial v'}{\partial\eta}+v'\frac{\partial b}{\partial\eta} \tag{16}$$

可将方程组（8）～（10）变换成如下的新形式，即

$$\frac{\partial H}{\partial t}+He\left[c(a-b)\frac{\partial u'}{\partial\xi}+a(c-d)\frac{\partial u'}{\partial\eta}+b(c-d)\frac{\partial v'}{\partial\xi}+d(a-b)\frac{\partial v'}{\partial\eta}\right]+u'\frac{\partial H}{\partial\xi}+v'\frac{\partial H}{\partial\eta}$$

$$=He\left[\left(d\frac{\partial a}{\partial\eta}-c\frac{\partial a}{\partial\xi}-a\frac{\partial c}{\partial\eta}+b\frac{\partial c}{\partial\xi}\right)u'+\left(d\frac{\partial b}{\partial\eta}-c\frac{\partial b}{\partial\xi}-a\frac{\partial d}{\partial\eta}+b\frac{\partial d}{\partial\xi}\right)v'\right] \tag{17}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t}+u'\frac{\partial u'}{\partial\xi}+v'\frac{\partial u'}{\partial\eta}+Ku'+g\frac{e(b^2+cd)}{ad-bc}\frac{\partial Z}{\partial\xi}-g\frac{e(d^2+ab)}{ad-bc}\frac{\partial Z}{\partial\eta}-\frac{ab+cd}{ad-bc}fu'-\frac{b^2+d^2}{ad-bc}fv'+\frac{u'}{ad-bc}\left[d\left(u'\frac{\partial a}{\partial\xi}+v'\frac{\partial a}{\partial\eta}\right)-b\left(u'\frac{\partial c}{\partial\xi}+v'\frac{\partial c}{\partial\eta}\right)\right]+\frac{v'}{ad-bc}\left[d\left(u'\frac{\partial b}{\partial\xi}+v'\frac{\partial b}{\partial\eta}\right)-b\left(u'\frac{\partial d}{\partial\xi}+v'\frac{\partial d}{\partial\eta}\right)\right]=0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t}+u'\frac{\partial v'}{\partial\xi}+v'\frac{\partial v'}{\partial\eta}+Kv'+g\frac{e(c^2+ab)}{bc-ad}\frac{\partial Z}{\partial\xi}-g\frac{e(a^2+cd)}{bc-ad}\frac{\partial Z}{\partial\eta}-\frac{a^2+c^2}{bc-ad}fu'-\frac{ab+cd}{bc-ad}fv'+\frac{u'}{bc-ad}\left[c\left(u'\frac{\partial a}{\partial\xi}+v'\frac{\partial a}{\partial\eta}\right)-a\left(u'\frac{\partial c}{\partial\xi}+v'\frac{\partial c}{\partial\eta}\right)\right]+\frac{v'}{bc-ad}\left[c\left(u'\frac{\partial b}{\partial\xi}+v'\frac{\partial b}{\partial\eta}\right)-a\left(u'\frac{\partial d}{\partial\xi}+v'\frac{\partial d}{\partial\eta}\right)\right]=0 \tag{19}$$

与方程组（1）～（3）比较后可见：连续方程的差别是流速的偏导数项乘以一修正系数，且式（17）右边增加两项，可作为“旁侧入流”看待。动量方程的差别是水位的偏导数项乘以一修正系数，新增的各项均可看作对地转力项的修正。总之，方程组在形式上十分相似，只要作出上述修正，便可应用一般的差分法求解。其中大部分修正系数只取决于网格节点，可预先计算好存贮起来以便使用。但应注意，此时u'、v'通常无明确的物理意义，并且难以处理陆地边界条件。

四、一类特殊的线性同伦网格

若计算河段的流向大体沿某一方向，布设网格时可取该方向为x轴，且使各横向直线为平行于y轴的直线（即$\beta=0$），此时可取

$$U=au'=u'\cos\alpha,$$

$$V=cu'+v'=u'\sin\alpha+v' \qquad (20)$$

显见u'、v'表示沿网格切向的流速，且为式（14）的特例。

将x,y平面中这种特殊的线性同伦网格变换成另一平面（记为x'、y'）中的矩形网格，可经以下两个步骤：

（1）在x，y平面中任意点P建立局部斜坐标系（图4）。它与原来的直角坐标系之间的关系为

$$\frac{\partial\xi}{\partial x}=\frac{1}{a},\qquad \frac{\partial\xi}{\partial y}=0 \qquad (21)$$

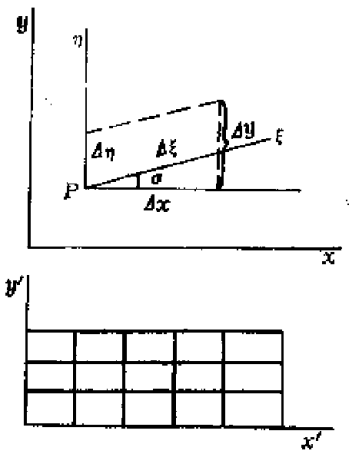


图 4

$$\frac{\partial\eta}{\partial x}=-\frac{c}{a},\qquad \frac{\partial\eta}{\partial y}=1 \qquad (22)$$

在坐标系及流速的变换式（20）～式（22）作用下，式（8）～式（10）成为[即式（17）～式（19）的特殊情况，其详细推导从略]

$$\frac{\partial Z}{\partial t}+\frac{\partial(Hu')}{\partial\xi}+\frac{\partial(Hv')}{\partial\eta}=\frac{Hu'}{a}\left(c\frac{\partial a}{\partial\eta}-\frac{\partial a}{\partial\xi}-a\frac{\partial c}{\partial\eta}\right)=q \qquad (23)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t}+u'\frac{\partial u'}{\partial\xi}+v'\frac{\partial u'}{\partial\eta}+\frac{g}{a^2}\frac{\partial Z}{\partial\xi}-\frac{gc}{a^2}\frac{\partial Z}{\partial\eta}+Ku'-\frac{f}{a}(cu'+v')$$

$$=\frac{-u'^2}{a}\frac{\partial a}{\partial\xi}-\frac{u'v'}{a}\frac{\partial a}{\partial\eta} \qquad (24)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t}+u'\frac{\partial v'}{\partial\xi}+v'\frac{\partial v'}{\partial\eta}-\frac{gc}{a^2}\frac{\partial Z}{\partial\xi}+\frac{g}{a^2}\frac{\partial Z}{\partial\eta}+Kv'+\frac{f}{a}(u'+cv')$$

$$=\frac{cu'^2}{a}\frac{\partial a}{\partial\xi}+\frac{cu'v'}{a}\frac{\partial a}{\partial\eta}-u'^2\frac{\partial c}{\partial\xi}-u'v'\frac{\partial c}{\partial\eta} \qquad (25)$$

式中q定义为式（23）右边，且K相应地变换成

$$K=g\frac{n^2\sqrt{u'^2+v'^2+2cu'v'}}{H^{4/3}} \tag{26}$$

将式（23）～式（25）与式（8）～式（10）比较可见其差别在于：①连续方程（23）右边多了q，可看作虚拟的旁侧入流项。②动量方程的加速度项及对流项形式不变，但水面比降项需乘以修正系数，摩阻项及地转力项中所含的流速因子也要修改。还有，方程右边多了若干项，系由于曲线网格的不等距和曲率所产生，可看作虚拟旁侧入流引起的动量变化。

（2）将x，y平面中的坐标ξ，η坐标系变换到x'，y'平面中的直角坐标系，并使线性同伦网格映射为矩形网格。为此，引入如下的逐点线性变换：

$$d\xi=l_x dx', \quad d\eta=l_y dy' \tag{27}$$

式中，l_x，l_y的几何意义是x，y平面中任一点的邻域中增量$d\xi$，$d\eta$的长度缩放比尺。对本节所用的特殊网格，l_x是x'，y'的函数，而l_y只是x'的函数，取

$$l_x=\frac{\Delta\xi}{\Delta x'}, \qquad l_y=\frac{\Delta\eta}{\Delta y'} \tag{28}$$

式中 $\Delta x'$，$\Delta y'$——变换后x'，y'平面中矩形网格的间距（通常采用等间距）；

$\Delta\xi$——纵向网格线被横向直线分割的截距；

$\Delta\eta$——横向直线上的截距（在同一横向直线上为等间距）。

当曲线网格中横向直线组之间为等间距Δx时，取$\Delta x'=\Delta x$，从而$l_x=\frac{1}{a}$，$\Delta y'$可取为任选的常数。不难验证，这样定义的变换确为所需的线性同伦变换。

在l_x，l_y变化较缓的情况下，由复合求导公式

$$\frac{\partial f}{\partial\xi}=\frac{\partial f}{\partial x'}\cdot\frac{\partial x'}{\partial\xi}+\frac{\partial f}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial\xi}=\frac{1}{l_x}\frac{\partial f}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial f}{\partial\eta}=\frac{1}{l_y}\frac{\partial f}{\partial y'} \tag{29}$$

代入式（23）～式（25）中，方程形式不变，只是对x'，y'的偏导数分别乘以l_x，l_y。这样就得到了x'，y'平面中矩形计算区域上应满足的微分方程。为了符号的简便，以下仍采用式（23）～式（25）的表示法。

当网格线的曲率不大时，可进一步简化，近似取$a=1$，$c=0$，所得微分方程的形式与原始浅水方程组（8）～（10）完全相同，只是$\frac{\partial f}{\partial x}$改换成$\frac{1}{l_x}\frac{\partial f}{\partial x'}$（对$y$亦类似），后者可写成$\frac{\partial f}{\partial\xi}$，即为沿网格线的偏导数。计算实例表明，在所述条件下其误差不大。

五、分裂有限差算法

若引入列向量$f^T=(Z, u', v')$（T表示转置），可将式（23）～式（25）写成矩阵形式

$$\frac{\partial f}{\partial t}+(A_x+A_y)f=0 \tag{30}$$

式中A_x，A_y分别为对x，y的算子。根据文献[4]，上式可分裂为

$$\frac{\partial f}{\partial t}+A_x f=0,\qquad \frac{\partial f}{\partial t}+A_y f=0 \tag{31}$$

在离散化时，将每一时间步（t_n，t_{n+1}）分裂成两个分数步（t_n，$t_{n+\frac{1}{2}}$）及（$t_{n+\frac{1}{2}}$，t_{n+1}），并以$L_x(\Delta t)$，$L_y(\Delta t)$表示相应的差分算子，便有

$$f_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}=L_x(\Delta t)f_{i,j}^{n},\qquad f_{i,j}^{n+1}=L_y(\Delta t)\,f_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \tag{32}$$

式中上标表示时刻，下标表示节点在x，y方向的编号。上述两小步构成一个循环。当算子L_x、L_y不可交换时，文献[4]中证明，若采用L_x、L_y，L_y，L_x，…的顺序交替求解，可使计算精度提高一阶。本文采用这种技巧。

至于原始方程组的具体分裂方案可以有多种选择。以下采用的是文献[5]中所述的一种方案，即将x'，y'平面中的方程组分裂成沿x'，y'的两个微分方程组，然后用空间一维的差分法分别求解。每一组中的前两个方程类似于一维圣维南方程组，它起主导作用。而第三个是单向波的输运方程，描述了侧向流动的沿程变化所引起的涡旋对某方向流动的影响，在量级上属次要。为了处理方便，有时将前者的因变量中的流速替换为流量

$$Q_x=A_x u'=B_x H u',\quad Q_y=A_y v'=B_y H v' \tag{33}$$

式中 A_x，A_y——x及y方向的过水面积；

B_x，B_y——相应的宽度，可取为曲线网格线的间距，经前述变换后在x'，y'平面成为等间距。

此时，注意到

$$\frac{\partial u'}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Q_x}{A_x}\right)=\frac{1}{A_x}\frac{\partial Q_x}{\partial t}-\frac{Q_x B_x}{A_x^2}\frac{\partial Z}{\partial t} \tag{34'}$$

经推导最后得

$$\mathrm{I}\begin{cases} B_x\dfrac{\partial Z}{\partial t}+\dfrac{\partial Q_x}{\partial \xi}=q & (35)\\ \dfrac{\partial Q_x}{\partial t}-\dfrac{Q_x B_x}{A_x}\dfrac{\partial Z}{\partial t}+\dfrac{Q_x}{A_x}\dfrac{\partial Q_x}{\partial \xi}-\dfrac{Q_x^2}{A_x^2}\dfrac{\partial A_x}{\partial \xi}+\dfrac{gA_x}{a^2}\dfrac{\partial Z}{\partial \xi} & \\ \quad +KQ_x-\dfrac{f}{a}(cQ_x+rQ_y)=-p & (36)\\ \dfrac{\partial v'}{\partial t}+u'\dfrac{\partial v'}{\partial \xi}-\dfrac{gc}{a^2}\dfrac{\partial Z}{\partial \xi}=0 & (37) \end{cases}$$

式中

$$p=\frac{Q_x^2}{aA_x}\frac{\partial a}{\partial \xi}+\frac{Q_x Q_y}{aA_y}\frac{\partial a}{\partial \eta} \tag{38}$$

$$\mathrm{II}\begin{cases} B_y\dfrac{\partial Z}{\partial t}+\dfrac{\partial Q_y}{\partial \eta}=0 & (39)\\ \dfrac{\partial Q_y}{\partial t}-\dfrac{Q_y B_y}{A_y}\dfrac{\partial Z}{\partial t}+\dfrac{Q_y}{A_y}\dfrac{\partial Q_y}{\partial \eta}-\dfrac{Q_y^2}{A_y^2}\dfrac{\partial A_y}{\partial \eta}+\dfrac{gA_y}{a^2}\dfrac{\partial Z}{\partial \eta}+KQ_y & \\ \quad +\dfrac{f}{a}\left(\dfrac{Q_x}{r}+cQ_y\right)=cp-\left(\dfrac{Q_x^2}{rA_x}\dfrac{\partial c}{\partial \xi}+\dfrac{Q_x Q_y}{A_x}\dfrac{\partial c}{\partial \eta}\right) & (40)\\ \dfrac{\partial u'}{\partial t}+v'\dfrac{\partial u'}{\partial \eta}-\dfrac{gc}{a^2}\dfrac{\partial Z}{\partial \eta}=0 & (41) \end{cases}$$

式中
$$r=\frac{A_x}{A_y}=\frac{B_x}{B_y} \tag{42}$$
在应用中可取$r\approx 1$，即采用近似菱形的网格，以使公式与计算简化。此外，应当注意，原始方程组（8）～（10）中假定x为沿纬线方向，否则地转力项需修改。

这种分裂算法的物理意义是，在x'，y'平面中把流动分解成坐标轴方向，或是在x，y平面中把二维流动分解成沿曲线网格切向的两组一维流动，并交替求解。在这点上与传统的ADI法和分裂法相似，只是通过对自变量及未知函数的变换将其推广应用到非矩形网格的情形。

分裂所得的微分方程组I及II中沿网格线的一维不恒定流方程组可用已有的各种差分格式求解。本文应用了如下三种格式：①简单显格式中的近似守恒型差分格式[5]；②Preissmann隐差分格式[6]；③固定网格的不等步长偏心特征差分格式●。

常用的边界条件比较简单，包括：①开边界上的节点给定其水位过程，并限定沿河道横断面的切向流速为零。这里考虑到本计算河段的出流开边界即为相邻河段的入流开边界，故不论为出流或入流都限定流速为法向。②陆地边界的法向流速为零，相当于该节点处给定的法向流量过程恒为零。

此外，还可遇到以下几种边界条件：①开边界处给定单宽流量过程；②开边界处给定水位与单宽流量的关系；③在陆地边界处允许有法向流速，但只能指向水体内部；④在陆地边界处不限定法向流速的方向（即可动边界）；⑤奇异点或计算区域边界的死角处流速为零。

在对单向波的传播进行数值解时，因其对成果影响的量级较小，故采用一阶显式逆风差分格式。该格式在物理上符合于扰动只能沿速度方向平流传播的性质，即具有输运性。而在数学上则相当于引进耗散项，有利于提高计算稳定性。若将式（37）、式（41）写成如下形式的一阶拟线性方程：
$$\frac{\partial f}{\partial t}+A\frac{\partial f}{\partial x}+B=0 \tag{43}$$
以分裂后的时间步（t_n，$t_{n+\frac{1}{2}}$）为例，该差分格式可写作
$$\frac{f_j^{n+\frac{1}{2}}-f_j^n}{\Delta t}=-A_j^n\frac{(1-\delta)f_{j+1}+2\delta f_j-(1+\delta)f_{j-1}}{2\Delta x}-B_j^n \tag{44}$$
式中$\delta=\mathrm{sign}(f)$，即$f>0$时$\delta=1$，取（$j-1$，j）河段计算$\frac{\partial f}{\partial x}$（向后差分）。反之，$f<0$时$\delta=-1$，取（$j$，$j+1$）河段计算$\frac{\partial f}{\partial x}$（向前差分）。

当逐时段递推计算得到各节点的H，u'，v'后，在网格映射连续可微性的条件下，可由逆线性变换式（20）得到U、V。

六、数学论证

本节的目的是建立上述变换处理的几何图象，并给出所需的数学条件。所用数学工具主要

● 林秉南，何少苓，裂开算子法在二维潮流计算中的应用，水利水电科学研究院研究报告，1982年10月。

是全局分析中有关微分拓扑的一些基本概念和定理[6],[7]。在处理思路上则是把计算区域中的全局（大范围）非线性与局部（点的开邻域）线性两者结合起来。

以E，E'分别表示x、y和ξ，η平面，均为欧氏空间R^2。E中的流动区域（不包括边界在内的开域）M经坐标变换映射成E'中的区域N。M，N可为更一般的流形。

首先要求映射φ_1：$M\to N$为同胚，即φ_1是一一到上的双射，且正、逆映射均连续。直观地说，要求当N上的矩形网格加密时，M上网格的每一格仍保持曲边四边形，收敛为一点。拓扑学已证明，线性同伦网格保证逆映射φ_1^{-1}连续。

对M中任一点P，所有可能的速度向量的集合，组成一个切空间。在P点的开邻域U内，各点切空间的集合称U上的局部切向量丛，记作$U\times F$。流形M各点的局部切向量丛的集合构成M的切向量丛，记作TM。那么，某一瞬时定义在流形M上的流速向量场$V(P)$便是由流形到切向量丛的一个映射，即$M\to TM$，或对所有$P\in M$有$V(P)\in T_PM$，称为切向量丛TM的一个截面。

以下将讨论在坐标变换与流速变换之下定义在流形上的流速场的几何结构之间的关系，及其对求解过程的影响。当然，浅水方程组的因变量，除流速外还包括水深，而方程组除动量方程外还有连续方程。为讨论方便起见，可把连续方程看成通过水深而对流速场施加的一个约束条件，故以下主要只对流速场进行分析。若将水深与流速的两个分量组成一个三维状态向量场，也可相似进行讨论。

根据定义，M中P点的开邻域U的局部切向量丛$U\times F$到N中Q点的开邻域U'的局部切向量丛$U'\times F'$的映射φ，其几何意义是将U上的纤维映射成U'上的纤维，且可表为：对所有$P\in U$，$f\in F$

$$\varphi(P,f)=[\varphi_1(P),\varphi_2(P)\cdot f] \tag{45}$$

$$\varphi_1:U\to U',\quad \varphi_2:U\to L(F,F') \tag{46}$$

式中$L(F,F')$为由F到F'的线性映射的空间。这里，实际上包含两个映射，一个是坐标变换φ_1，可为全局非线性，另一个是切向量变换φ_2，对固定点P，φ_2为线性。当单纯进行坐标变换时，φ_2为φ_1的导数$T\varphi_1$，自然满足线性的要求。若再进行流速变换φ_u，则$\varphi_2=\varphi_u T\varphi_1$，这里要求$\varphi_u$亦为线性的映射，以保证合成映射$\varphi_2$的线性。

为了保证M上的流速场与N上的流速场具有良好对应关系，要求局部切向量丛之间的映射φ属C^r类（映射的r阶导数连续）。为此，φ_1，φ_2均需属于C^r类。但因φ_2中包含$T\varphi_1$，故φ_2属C^r类时，φ_1应属C^{r+1}类。此时，纤维之间的对应映射具有r阶光滑性。但这还不够，还要求它是双射，且逆映射亦为C^r类，才能保证流速场的原像与像之间具有达至r阶的光滑程度相同的微分几何构造，并称为局部切向量同构。

$r=0$时满足上述条件的映射φ，要求：①$\varphi_1:M\to N$为双射，φ_1及其逆均属C^1类。此时，M与N之间为微分同胚。在这种同胚之下，互切于点$P\in M$的曲线族一一映射成互切于$Q=\varphi_1(P)\in N$的曲线族，且相应的局部切向量是同构的。因此，如在P点建立一个局部斜坐标系，以纵、横网格线在该点的单位切向量作为基向量，则经本文所用的变换后形成Q点的局部正交基。②$\varphi_2:U\to L(F,F')$为双射，φ_2及其逆均属C^0类。因$\varphi_2=\varphi_u\cdot T\varphi_1$，在已满足前一个条件时$T\varphi_1$属同构，故只要求流速的逐点线性变换为双射即可。在用坐标表示时，根据反函数存在定理，这要求其线性变换矩阵处处非奇，即雅可比行列式不为零。

局部切向量丛C^0同构的直观意义是，M与N中流速场之间存在连续映射，流速向量之间一一对应。特别是当流速变换满足式（20）时，M中在格点处沿网格线切向的流速映射成N中沿ξ，η坐标轴方向的流速，反之亦然。

定义在M上的向量场X经映射φ成为N上向量场Y的运算为“推前”，记作$Y=\varphi_*X$，类似地，把Y经φ^{-1}映射得到X的运算定义为“拖后”，记作$X=\varphi^*Y$。推前与拖后两者都是线性映射。若φ为C^r类同构，且X为C^r类向量场，则Y亦为C^r类向量场。因此，坐标变换φ_1的光滑程度应比所处理的向量场的光滑程度高一阶。

以上讨论均限于某一固定瞬时的流动。不恒定流问题可用流速场的变化过程来描述，后者又称为加速度向量场的（时变）流。以F_{t,t_0}表示向量场X的流，其定义为下列常微分方程初值问题的解。

$$\frac{d}{dt}F_{t,t_0}(s_0)=X[t,F_{t,t_0}(S_0)] \tag{47}$$

$$F_{t,t_0}(s_0)=s$$

如X表示加速度场，则$F_{t,t_0}(s_0)$表示由$t=t_0$的流速场s_0所变成的时刻t的流速场s。上式中第一个方程即动量方程，描述了一个无限维的动力学系统。由初值问题求解得到的是通过定义在M上s_0点的一段积分曲线，但该积分曲线一般只在t的有限区间内存在。当可延伸到整个t轴，即非恒定流计算可无限持续进行下去时，称X为完备的。

若向量场的映射φ为C^r类同构，且$t=t_0$时的初始场X与Y均为C^r类，当F^x_{t,t_0}，F^y_{t,t_0}表示X，Y的流（发展算子）时，则有

$$F^y_{t,t_0}\cdot\varphi=\varphi\cdot F^x_{t,t_0} \tag{48}$$

其意义是：推前运算（即求解微分方程）与映射的次序可交换，因而允许映射到流形N上去求解，然后再逆映射得到原问题的解。

如果变换φ_1，φ_2以及定义在流形上的流速场均充分光滑，本文所述变换处理的数学论证已经完成。事实上，用普通微积分即可证明。但一阶拟线性双曲型方程组的一个重要性质是，由于存在非线性的对流项，即使初始条件充分光滑，经过有限历时Δt后，一般也会出现间断解（如水跃、涌潮等）。此时，微分方程的解在经典微积分的含义下不存在，故以上论述中的导数均应理解为广义导数，微分方程的解则为广义解。同时，局部切向量丛$U\times F$中的F，需将R^n代以索伯列夫空间$W^m_p(M)$，即定义在M中任意开集U上的所有α（$0\leqslant\alpha\leqslant m$）阶导数$L^p$可积的函数$f(P)$的集合。这里要求$M$的边界分片光滑，且域的内部位于边界的一侧。由于浅水方程组为一阶，故取$m=1$即可。$W^m_p(M)$属Banach空间。前面援引的各种概念和定理在该空间上均成立，故所有推理仍成立。

七、结　　语

概括以上讨论，得到下述命题：设问题的计算区域有界，具有分段光滑的边界，且不包含边界两侧均为区域内部的窄缝式边界。布设曲线网格时坐标变换关系及其逆变换一一对应

且连续可微，则二维浅水方程组可通过坐标的非奇非线性变换及流速场的逐点线性变换，映射到另一平面的矩形区域（或更一般地，由若干矩形组合成的区域）上求解，再由相应的逆变换得到原问题的解。

为了提高计算精度，希望：①网格的纵向曲线宜接近于流线；②纵向与横向曲线虽不必正交，但其夹角不宜过小，且最好采用近似菱形的网格。

本文所述方法既保持了矩形网格差分法计算快速的优点，又能较好地逼近水体周边的几何形状，并满足流速与陆地周边相切等边界条件的要求。

参 考 文 献

[1] Baker,A.J.,Finite Element Computational Fluid Mechanics,Hemisphere, 1983.

[2] Benque,J.P.,et al,Engineering Applications of Computational Hydraulics,Vol.II,Pitman,1982.

[3] 陈锡驹等著，蒋守方等译，拓扑学的首要概念，上海科学技术出版社，1984。

[4] Marchuk,G.I.,Methods of Numerical Mathematics,Springer-Verlag, 1981.

[5] 谭维炎，明渠一维不恒定流计算程序包MYBC，本论文集。

[6] Abraham,R.,et al,Manifolds,Tensor Analysis,and Applications,Addison-Wesley,1983.

[7] Chillingworth,D.R.J.,Diffenential Topology with a View to Applications,Pitman,1976.

[8] Oden,J.T.,Applied Functional Analysis,Prentice-Hall,1979.

长江口南支二维潮流计算*

赵棣华 谭维炎

一、问题的提出

本文所计算的长江口南支指崇明岛以南由新建闸至横沙段，长约76.5km，江面最大宽度约16.5km，平均水深约10m，最大水深达42m。江心有长兴岛及横沙岛将南支下游段分成南、北港两支，且在两岛之间有水道相通。江心还有若干高潮时出露的浅滩，其中圆圆沙近年有下移趋势，威协南支中部右岸的宝钢码头前沿（石洞口水位站）航道水深。目前正研究长江口南支的整治规划，重点目标是保证宝钢的水运畅通。因物理模型的变态率过大，且费用高、历时长，故以数学模型为研究的主要工具。先依据天然情况的观测资料（1978年8月8～9日及1984年8月28～29日，最大潮位差分别为3.25m及4.82m），在给定计算河段上下游断面水位过程的边界条件下，率定数学模型中的有关参数。对每一典型日计算潮流28小时，其中前4小时系由水体静止的初始条件过渡到正常流动所需。以实际有用的后24小时潮流计算成果，对照河段中七个水位站的逐时观测，以及南、北港各两个横断面（每个横断面上布设由五条测船组成的垂线）的流速、水深观测来检验。整治规划建议修筑一条低水位外露而高水位淹没的导流潜堰，自长兴岛上游端延伸至宝钢码头前沿以上的河中心。使用已率定的参数计算潜堰建成后的流场，以估计河道冲淤情况的变迁，并对潜堰的布置提出修改意见。

二、二维浅水渐变不恒定明流计算程序包MEBC

为了实现上述任务，研制了具有一定通用性的程序包。依据求解二维浅水方程组所用算法的不同，由七个子程序包所组成。

MEBC-1：以直边及单曲边三角形单元对计算区域进行剖分，作线性或二次插值。水体周边相应为折线或二次样条曲线。依据伽辽金加权残差半离散法获得线性方程组，在多种水陆边界条件下用消去法求解。它属比较标准的有限元法。单元剖分可考虑水体周边形状及水下地形的变化而不均匀布置，精度较高，但占用内存多及处理速度慢。

MEBC-2：采用显式有限元法求解。将MEBC-1所得线性方程组中左边系数矩阵的元素向主对角线集中，解耦为一元线性方程组，从而大大加快了处理速度，减少了对内存的需求。处理效果上相当普通（隐式）的有限元法加数值光滑，计算稳定性较好，而精度与

*本文完成于1985年12月。

MEBC-1相仿，单元和节点可任意编号，便于调整单元剖分。

MEBC-3：采用矩形网格及分裂算法求解。原始方程组分裂为x及y方向的一维不恒定流方程组及单向波输运方程，前者用一维Preissmann隐差分格式，后者用显式逆风差分格式，其处理速度最快，占用内存也少，但对水体形状拟合较差，陆地边界条件不易严格满足，对潜堰的模拟相当粗略，边界条件处理不当时稳定性差且降低了精度。

MEBC-4：将MEBC-2与MEBC-3结合使用。水体周边用显式有限元求解，而内部用矩形网格有限差法求解。对水体形状的拟合较好，处理速度介乎所用的两种算法之间。

为了既能满意地拟合水体周边形状，又能达到有限差法的高速度，本文作者提出了一种特殊的线性同伦网格，尤其适合于河流等狭长水体的计算。它仍采用分裂算法，将原始方程组沿每一点的两个曲线坐标方向进行分裂，与矩形网格相比，分裂后的方程只是多了曲率改正项，故可使用类似于矩形网格的差分法求解。单向波输运方程仍用显式逆风差分格式。依据对分裂后所得的一维不恒定流方程组所用的差分算法的不同，相应地研制了如下三个子程序包。

MEBC-5：采用简单的显差分格式（近似守恒型）。

MEBC-6：采用Preissmann隐差分格式。

MEBC-7：采用显式不等步长偏心特征差分格式。

该程序包在PDP-11/23计算机上实现，由于内存及处理速度的限制，MEBC-1未用于长江口南支流场的计算。其余六个子程序包系先后投入，试用过程中反映出的性能高低正是促使其不断演变的原因。正式计算成果系由MEBC-5所提供。

这些子程序包的原理和公式已有另文介绍。多年来国内外计算实践表明，仅仅有公式还不够，处理技巧对获得合理成果也同等重要。以下进一步论述几个主要环节的处理。

三、基本网格的布设

显式有限元法采用直边三节点三角形单元网格，共151个单元，100个节点，单元边长1.4～8km。

矩形差分网格在x，y方向的间距均为1.5km，共415个节点。为反映宝钢码头前沿局部流场，采用粗细网格嵌套的处理。在粗网格的几个网孔内布置间距300m的细网格。

综合法网格的差分部分间距仍为1.5km，343个节点。差分网格以外共有周边单元125个，其中位于水体周边上的节点43个，位于差分网格边界上的公共节点98个。差分网格以内另有单元194个。

需要说明的是如何布设前述的线性同伦曲线网格（图1），其中一组网格线与y轴平行。因计算水域具有分枝，且为复连通，故需由若干个这样的基本线性同伦网格拼接组成。从整

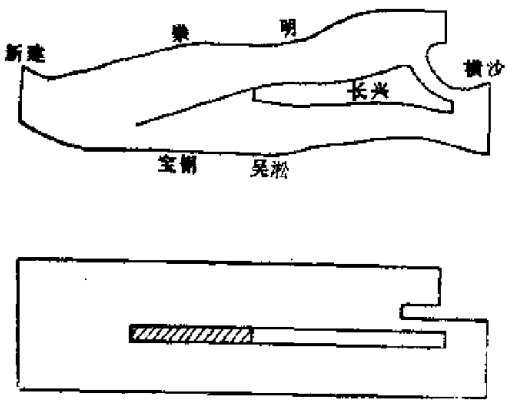


图 1

个图形来说，已不再是严格意义的线性同伦网格了，只是其子图形为线性同伦，不妨称之为分块线性同伦网格。此外，随了潮位的变化，河心滩地时淹时露，使计算区域具有动边界。作为简化处理，最好不再调整网格布设，而是限制水面周边在一个网格范围内变化，并相应地对网格间距进行实时校正。网格内部节点的位置均固定不动。总之，经过一些技术性处理后，这种曲线网格可以拟合形状复杂的水体，这是矩形网格难以做到的。

四、水力要素网格的选择

二维潮流计算中的水力要素指河底高程Z_b，水深H及x，y方向的垂线平均流速U、V。这些要素的位置可以选择在基本网格的节点处，也可在相邻节点间的网格线中点，或是四边形网格的中央。每个水力要素的定位构成了各自的一套网格（如H网格），可以重合，也可错开。有限元法各水力要素网格一般即为基本网格。差分法的要素网格常用的有以下三类：

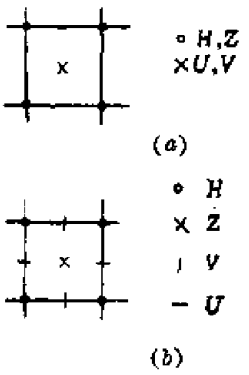


图 2

1.一套网格

四个水力要素的网格均与基本网格相同，它最简单、自然。但在采用分裂或交替方向差分算法且以流量为因变量时，由于是缓变流，沿某一方向（如x）的两个相邻节点在该方向的单宽流量（如$q_x=HU$）的数值比较接近，导致垂线平均流速大致与水深成反比。若水下地形起伏较大，这种现象更显突出，不能反映水流遇障碍而绕流的特性。究其原因是由于把水力要素固定在节点，而实际上在差分法中它们具有网格区域平均的含义。

2.两套网格

Z_b和H取在基本网格的节点处，而U，V则取在每格的中央（图2a），即将其理解为网格平均流速。相应地，在分裂所得的一维不恒定流方程组中，若以q_x（或q_y）为因变量，应等于网格平均水深与该流速的乘积，网格平均水深可以有不同的定义。文献中一般取为网格四个顶点的算术平均值。考虑到流量一定时水深与流速成反比，似以采用四点水深的几何平均更为合理

$$\overline{H}=4/\left(\sum_{i=1}^{4}\frac{1}{H_i}\right) \qquad (1)$$

3.四套网格

四个水力要素都各有其自己的一套网格，分别定位在基本网格的顶点，边中点及网格中央（图2b）。其目的主要是为了适应矩形及曲线网格差分计算中处理边界条件的要求，如陆地边界处法向流速$U=0$或$V=0$。

MEBC-2、3、4、7采用一套要素网格，MEBC-5、6采用二套网格。事实上，MEBC-3以改用二或四套网格为宜。

此外，Z_b值的选取应具有足够的代表性。因差分网格不能分辨出比网格间距尺度小的

局部地形对水流的作用，Z_s应理解为该节点的邻近区域中的平均水底高程。不宜机械地根据节点位置来取值，尤其当局部水下地形起伏较大时更应注意。对天然河流，还应使概化后的河流横断面积接近于实际断面积。

五、地转力项的计算

当二维水体的水面面积较大时，需考虑地球自转所引起的科氏惯性力的作用，在北半球以纬线为x轴（指东），经线为y轴（指北）。柯氏力的x，y分量分别为$-fV$及fU。柯氏系数f与纬度φ及地球自转角速度ω有关

$$f=2\omega\sin\varphi,\quad \omega=7.729\times10^{-5},\ 1/s \tag{2}$$

但在计算中常以河流主要流向为x轴，后者与纬线的夹角为β（从纬线逆时针度量）。在采用前述的线性同伦网格时，通过水体中某一点还可建立一组曲线坐标ξ，η，一般不正交，构成局部斜坐标系。η轴与y轴重合，而ξ轴与x轴夹角α（从x轴逆时针度量，图3）。矩形网格相当$\alpha=0$的特例。

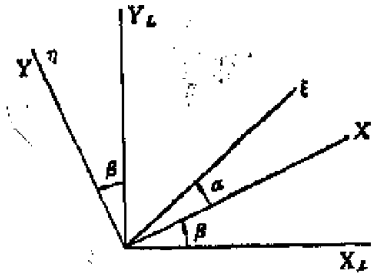


图 3

为了推求柯氏力，考虑到计算中采用的流速为沿ξ，η方向的流速u_ξ，v_η，故需经由以下步骤：先将它们投影到纬向x_L与经向y_L得u_L，v_L，次求惯性力$-fv_L$，fu_L，再将后者分解为ξ，η方向的惯性力F_ξ及F_η。经推导得

$$F_\xi=-fv_L\cos(\alpha+\beta)+fu_L\sin(\alpha+\beta) \tag{3}$$
$$F_\eta=fu_L\cos\beta+fv_L\sin\beta$$

六、计算稳定性及数值滤波处理

根据对二维浅水方程组的理论研究，水流中的能量存在向高频小尺度涡旋集中的趋势。这是水流中产生紊动的起因。同时，在数值计算中总是存在各种误差来源，在一定条件下可能迅速放大直至无穷，使计算失去稳定。这些现象集中表现为计算成果中出现网格所能分辨的最高频振动，其波长为网格间距的二倍，称寄生振动。

对二维流动，常用的判别显式有限元或有限差格式的计算稳定性所用的近似准则（CFL条件）为

$$\Delta t\leqslant\frac{\Delta x}{U\pm\sqrt{2gH}} \tag{4}$$

U表示流速向量的模，Δx表示差分网格对角线或有限元单元内接圆直径。计算是否稳定由整个计算区域的所有点中使上式右边取极小值的临界情况来判别。考虑所用算法的差别，式（4）右边还需乘以反映算法特性的系数。与一维情形相比，根号下多了因子2，故对Δt

的限制更严。对长江口南支计算所用的各种网格，由上式估计出的Δt的最大允许值在30～60s之间。但这一估计是比较粗略的。计算经验表明，稳定时间步长主要与以下三个因素有关：

1.所使用的算法

显式有限元法实际上已包含了数值光滑的效果，故其稳定性较好。按CFL条件估计其稳定时间步长为48s。经数值试验，当Δt为2min时水面明显波动，Δt为1min时有小波动，Δt=30s时成果最为满意，与理论估计相符。其余的各种矩形及曲线网格分裂差分算法，在不进行数值滤波时其稳定时间步长则要小些（即便是选用线性稳定性较好的一维隐格式）。

2.流动的时空变化率

长江口南支在涨潮时虽不出现水面间断的涌波，但在每个潮周期内水位上涨率最大的一个小时内水面倒比降（即倾向上游）很大。当这样的涨潮波自下游向上游推进时，稳定时间步长只有平缓起落时的几分之一。

3.数值滤波的处理

可提高计算稳定性，加大所用的时间步长。有限差分法的滤波技巧主要有以下两类：

（1）一维光滑　在分裂算法中每次沿行或列方向扫描后，对沿程各节点的水力参数用三点滑动加权平均公式进行光滑：

$$\overline{f}_i=\frac{(1-\beta)(f_{i-1}+f_{i+1})}{2}+\beta f_i \tag{5}$$

式中权系数β=1/3～1。β=1相当不光滑。β=1/3时可将网格所能分辨的最短波长（2倍网格间距）的寄生波全部滤掉，同时也会对数值解带来误差。若波长较大，在三点之间近似线性变化，则成果不受光滑的影响。当然，在波峰或波谷附近会使振幅减小，而在水面间断处则使其坦化。

（2）二维光滑　对每个节点的水力要素按其附近平面区域中邻近节点的水力要素值进行移动加权平均。可以采用十字形五点光滑，也可采用田字形九点光滑。或为等权，或不等权。在处理边界节点时，考虑到参与光滑计算的部分节点位于计算区域之外，光滑公式需作相应修改。

此外，也可在原始方程组中加入人工粘性（耗散）项，即流速对x或y的二阶导数。其光滑效果也相近，但人工粘性系数的取值不易掌握。

数值滤波的优点是简便易行，加大了时间步长以提高处理速度，但其本身也占相当工作量。采用哪种光滑方式主要根据计算经验，也可结合使用。至于光滑中所用的参数，可仿照对糙率的处理通过对天然观测资料的计算来率定。一般在涨、落潮的各个阶段具有不同的规律，涨潮段对光滑的要求更高些。

此外，应当注意，若在差分格式中以流量（或流速）为因变量，则应对流量（或流速）进行光滑。否则，由于破坏了守恒性，反而增加了计算不稳定性。

在长江口南支计算中，对矩形网格差分法采用了一维光滑，对曲线网格差分法则将一维光滑与二维十字形光滑结合使用。综合法中，每个时间步在进行完显式有限元及矩形网格差分计算后，对差分网格区边界上的公共节点，参照显式有限元法的技巧，按会聚于该节点的各单元面积求加权平均。

七、算法及成果的精度估计

长江口南支计算中所使用的各种算法都只有一阶精度。有限元法采用线性插值的直边三节点三角形单元。在矩形及曲线网格的分裂算法中，一维不恒定流差分解及单向波显式逆风差分解都只有一阶精度。尽管采用了$x,y,y,x,\cdots$的双循环扫描方式以提高数值解的精度，但理论上仍只达到一阶精度。看来也没有必要采用更高阶的算法，因为还存在其他许多误差来源，包括：①用折线来逼近水面周边；②计算河段上下游断面均只有一岸有水位站，水面横比降只能估计；③数值滤波使流场均匀化影响了解的精度；④时间导数均用简单的向前差分。

以上所述算法精度为一阶系指成果误差与时空步长的一次幂成正比，主要反映当步长趋于零时的误差特性。工程应用中更关心的是成果精度与实际采用的有限步长（通常相当大）之间的关系，一般只能通过数值试验来寻求合适的空间及时间步长。

长江口南支计算中曾对间距为1.5及3km两种网格的成果进行比较，发现没有明显的差别。或许这符合于有的文献所说的：网格并非越密越好，存在一个最佳的网格密度。考虑到分辨率的要求，采用0.8～1.5km的间距而不再加密（除局部用粗细网格嵌套外）。

另一方面，对时间步长的选用，在满足计算稳定性要求的前提下，还必须考虑精度的要求。应选择典型情况，对不同时间步长的计算成果加以比较后才能确定。在本文计算中，除流动的时空变化率较大的情况外，往往是精度而非稳定性决定了时间步长。因此，在涨落潮过程中同时满足计算稳定性及精度要求的最佳时间步长，原则上应当是变化的，但为便于掌握，统一采用为120s。

八、处 理 速 度

在所用的算法中以显式有限元法的处理速度为最慢。尽管只有100个节点，每个时间步耗机时90s。综合法的速度居其次，有限元与有限差加起来共有386个节点（公共节点不重复计数），每个时间步耗机时75s。矩形及曲线网格差分法的处理速度最高，共415～505个节点，每个时间步耗机时25～35s。而在曲线网格差分法的三种算法中，则以显格式最快，隐格式与特征差分格式约慢5s左右。

综合计算稳定性、精度及处理速度三方面考虑，决定了对算法的选择。如所周知，隐差分格式的主要优点是稳定时间步长较大，但与显格式一样常只达到一阶精度，甚至它所算出的波的相位误差更大些（因为扰动在一个时间步长内即传播到水体各处）。当柯朗数越大时误差越大。若流动变化迅速则精度要求的时间步长将减小到接近于显格式保持稳定的要求。考虑到对每一时间步隐格式的处理速度较慢，故当时间步长减小到一定程度时宁可选用显格式。这也就是为什么长江口南支计算以MEBC-5的成果为主的原因。

九、导流潜堰的处理

导流潜堰首先影响了基本网格的布设。暂将堰作为陆地边界，其宽度与网格间距相比可

以忽略不计，于是，顺堰的两侧各有一条网格线通过，而在堰的同一地点相应地存在两个节点，它们作为端点将原先穿过堰堤的网格线断开，形成一条窄缝。显然，在各种算法中矩形网格往往只能以阶梯线来近似堰堤，难以令人满意。有限元剖分及曲线网格则拟合较好。

主要问题在于如何模拟潜堰的作用。可分三个阶段区别对待：①当两侧水位均低于堰顶时，可按一般陆地边界处理，类似于岛屿。②当只有一侧水位高于堰顶时，可按溢流宽顶堰处理。被堰所断开的网格线端点仍作为陆地边界处理。对于顺堰的网格线或三角形单元的边，过堰流量即为分布式旁侧入(出)流。在分裂差分算法中可加入一维不恒定流方程组中求解，而在有限元法中则作为分布式入流边界处理。③当两侧水位同时高于堰顶时，其水下部份仍起导流作用，而水上部分已成为开边界。两侧水体之间不但按堰流公式存在水量交换，而且还有动量交换，从而导致两侧的水位与流速相互制约。

所用的宽顶堰单宽流量q_w的计算公式为

$$q_w = M\sigma_n H_0 \sqrt{H_0}$$

式中 H_0——堰上水头（考虑来水流速）；

M——流量系数（堰槛入口为锐缘时，$M=1.42$）；

σ_n——淹没系数，当低侧的堰上水深小于$0.7H_0$时按不淹没情况处理$\sigma_n=1$，反之，可按手册根据堰上水深与H_0之比查取σ_n值。

对每一时间步，在时段初按上式估算过堰流量一次。

十、计算成果的分析和评价

以下只对MEBC-5所获成果进行分析。

1.天然情况的率定计算

在水位方面，通常经细心率定参数后可达较高精度。对1984年8月28日11时至29日11时的24小时潮流，河段中部石洞口水位站的实测及计算水位过程的比较见图4。根据计算河段中部七个水位测点统计，每小时检验一次，计算与实测水位绝对误差平均值11cm，误差在10cm以下的站次占93%。少数站次相差可达20～30cm。它们都发生在涨潮段涌潮通过该站的时候。由于每个网格间距（1.5km）的水位差可达到22cm以上，若重力波速按10m/s计（相应于平均水深10m），个别突出的水位误差只相当于涌潮通过该点的时间差2～3min。此外，固定站的最大潮位涨率达2m/h，故又只相当于单站预测潮波的时间差6～7min。显然，水位计算成果是令人满意的。

事实上，实测水位资料也有误差。主要是由于水位为每小时定时观测，计算河段上下游断面可能在整点时未观测到最高或最低潮位，而中间断面却可能恰好观测到。上下游断面的水位站也没有横比降观测资料，断面上只有一个节点的水位是实测的，以这样的边界条件来计算河段中间点的水位势将包含难以避免的误差。

此外，在率定计算过程中，不仅要注意河流纵比降变化是否平顺，还要分析横比降的量级是否合理。在建筑了潜堰等工程措施后，还要检查其两侧水位差是否合理。这些要求均为计算成果所满足。

在流速方面，率定参数时应首先使河流横断面平均流速的计算值尽可能接近于实测值，

并与依据水位的率定同时进行，相互兼顾。当然，流速的误差一般比水位误差大，评价时主要着眼于其量级与变化趋势。长兴岛以南的南港横断面平均流速的检验见图5。其数值与相位都是接近的。

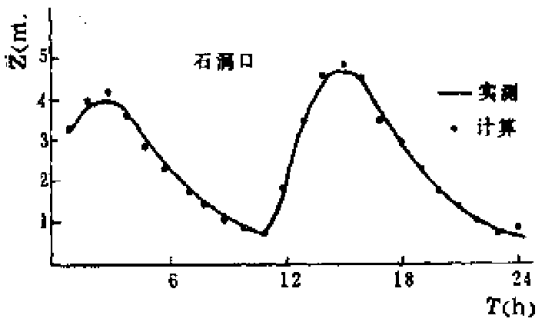


图 4

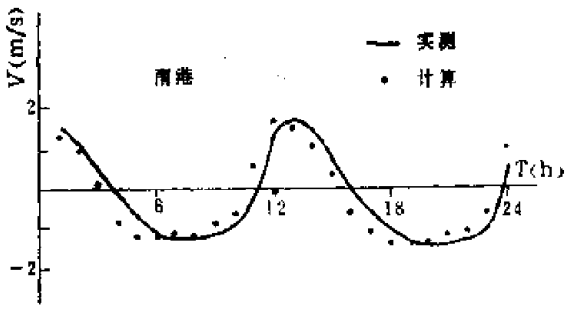


图 5

至于垂线平均流速，计算与实测值两者之差要大些。其原因仍然是两个方面。一方面观测垂线的定位误差可能达到几百米，实测水深与计算中采用的节点概化水深也有较大差别。实测流速沿垂线的分布很不均匀，有时甚至水面与近底流速方向相反，因而流速分布不均匀引起的动能校正系数α偏离1较多。另一方面，计算流速实际代表网格区域平均流速，不能反映局部流场。从成果中还看出，计算流速沿横断面的分布较实况均匀，最大垂线平均流速的位置（即主流）的摆动也比实测情况要小。

此外，还将各节点每个小时的流速向量加以平均，绘制出余流流场图，显示出河流的局部冲淤趋势。

2.整治方案的流场计算

应用经过率定的参数，便可对同样的上下游断面潮位资料计算出筑堰后水位升降及流场变化，能够方便地看到潜堰的位置、长度、走向、形状及堰顶高程等的影响，从而起到部分代替水工模型试验的作用。

在处理时要注意两点：①天然情况及整治方案计算中所采用的基本网格的变动要尽可能小些，以使成果比较的基础比较一致。②所使用的上下游断面潮位资料系天然情况下观测，最好能考虑工程措施的影响加以校正（如通过更大范围的一或二维计算）。若一时难以校正，则应使上下游断面离开感兴趣的水域尽量远些。

对比了长江口南支在天然情况及计划整治后的计算成果，认为其差异是合理的，反映了潜堰的影响。由于潜堰对南港上游入口有束窄作用，故整治后束窄口的下游在涨潮时水位较天然情况有所抬升，而落潮时有所下降。相应地，南港断面平均流速变化过程的峰值加大且相位提前。而对于北港来说，由于潜堰起拓宽上游入口的作用，故断面平均流速变化过程的峰值有所减小，但相位仍与天然情况相近。

对于整治方案所最关心的宝钢码头前沿水域，潜堰使之改呈喇叭形。在束窄口，断面平均流速变化过程的峰值明显加大，且往复流均如此。峰的增值向下游递减。至吴淞口附近，

水面宽已达束窄口处的2倍以上，断面平均流速的平均值仅较天然情况减小5%～10%，而峰值减小更多些。这说明潜堰的存在确有利于保持宝钢码头前沿水深，但却使吴淞口增加了潜在的淤积威胁，因而有必要对潜堰的工程布置做进一步的研究和调整。

致谢 本计算工作是根据水利电力部华东勘测设计院上海分院委托的长江口南支二维流场计算科研课题的合同要求进行的，有关原始资料由该院提供，对此表示感谢。

水文测验与水文实验

小河测流建筑物量水方法*

顾慰祖

近年来我国小河站网有了很大发展，由于小河的特殊水情（如涨落率大、水流不稳定、水深常较小、洪峰径流模数高而小流量的历时却较长等），用常规流速仪方法测验，组成流量的各种随机不确定度将大为增加，再加流量测验中的各种系统不确定度，流量误差往往很大，从而降低了小河站网的价值而达不到预定目的，这是一个亟待解决的问题。量水方法对高、低水流量有比较统一和合理的精度和准确度●，又能连续记录并可作为一次仪表进入水文自动化测验系统，因而在近二十年来有了很大发展。量水设备出现时，主要用于实验室和灌溉系统量水，最早的研究始于1872年，但从灌溉量水过渡到小河流量测验，大体上要解决五方面的问题：①提高最大流量测验范围，即大型化问题；②同时考虑小流量测验精度，即联合问题；③要考虑不同类型小河的特性（包括水流的水力和挟沙条件），即型式问题；④特定量水设备的流量计算，即率定问题；⑤符合适用、有效、经济的原则，保证精度和准确度的要求，即设计和运行问题。围绕这些问题，国内、外进行了许多研究。目前国外应用相当广泛，例如英国1200多个水文测站中，约有50%用量水设备测流。我国从五十年代开始即在径流实验站和小河水文测验中采用小型量水设备，到现在已有最大设计流量超过100m³/s、自记全变幅的联合量水设备，并且也有一些新型的量水设备，可以认为，量水设备向小河应用的过渡也已基本完成并必将有较大发展，但如处理不当，则化了投资却换来精而不准或准而不精的结果，甚至存在问题长期发现不了而造成损失，对国内外这种教训必须引起注意。现就其应用中的几个有关问题，讨论如下。

一、小河量水设备的应用条件

量水设备是一种控制，它使水流条件主要受制于建筑物尺度和渐近段水力特性而用于测定流量，如果测验得当，即可提供既有一定精度、又有一定准确度的连续流量过程记录，为此必须符合一定的水流条件和设置、运行条件。

1. 一般水流条件

可从水流的惯性力和作用于水流的重力之间的比例关系如佛汝德数Fr来考虑，对适于应用量水方法的一般水流条件，作者建议为：

---

*本文完成于1980年。

●准确度指观测值与真值相近程度，精度则指一次测量值与相同条件下多次测定的均值相近的程度。因此，对测验对象测定结果，可有不同情况：（a）又精又准（如符合要求的量水设备），（b）精而不准（如不符合要求的量水设备），（c）准而不精（如符合要求的量水设备但水头测验不好），（d）不精不准（如条件很差、不符要求的量水设备，且测验也不好）。

最适范围	$0.2<Fr<0.5$	
可用范围	$0.05<Fr<0.65$	(1)
特殊应用范围	$0.65<Fr<1.3$	

与此相应的河槽坡降则因河床条件而异。

2. 陡峻溪河条件

随着流域研究的发展，式(1)中特殊应用范围的扩展是很重要的，这种陡峻条件可有多种处理方法。例如将原河槽(概化为矩形)的佛汝德数Fr_0控制到Fr_1(如不大于0.5)，则两者相应的水深y_0、y_1有以下关系

$$\frac{y_1}{y_0}=\left(\frac{Fr_0}{Fr_1}\right)^2 \tag{2}$$

亦即可通过控制y_1达到控制Fr的目的，对应于设计流量的y_1时，为此所需增加的高度t为

$$t=y_1\left[1-\left(\frac{Fr_1}{Fr_0}\right)^2\right] \tag{3}$$

3. 渐近段条件

建议区分量水设备和量水建筑的涵义，量水设备应包括渐近段、量水建筑、下游段三部分。对渐近段必须有一定长度L以使流速分布不致构成量水的明显误差，英国标准规定$L\geqslant 10B_M$(B_M为建筑物上游河段最大水面宽)，这种要求在野外条件下往往难以达到。据近期国外研究，认为此种规定过于保守，实验表明，当量水建筑物上游$2B_M$处有180°弯道的情况下，水头在弯道外侧一面观测时，流量误差仍很小。现综合国内外研究，建议以下条件：

$$L\geqslant 3B_M\sim 5B_M \tag{4}$$

4. 潜没界条件

对于小河量水设备的出流条件，有时由于要设法减少通过建筑物的水头损失，或由于条件限制、经济效果等原因，不可能在设计流量Q_M的全变幅范围内均为自由出流，而不得不允许一定高水位(即某一流量Q_i以上)条件下的非自由出流，即考虑一定的"潜没度"，但如经常处于非自由出流状态，虽然较为经济，却达不到预期精准要求，经分析，较理想的"潜没界"条件为

$$Q_i>\beta Q_M,\quad 1\geqslant\beta\geqslant 0.7,\quad K_{Q_i}\leqslant 0.8\sim 0.9 \tag{5}$$

式中 β —— 反映自由出流上限的比例系数；

K_{Q_i} —— Q_i的"潜没度"。

当然，选择河段β以接近1和K_{Q_i}小于0.8为较优。

需要说明的是，量水设备的水头与流量关系曲线，在一定的构筑和水力条件下，有一段线性关系，可称为模比流量范围，然而在某种设置条件下或下游条件发生变化的情况下，这一范围将有所变动，此范围的极限，可称为"模比极限"或"潜没界"，并以下游与上游水头之比来表示，超出此极限的水头与流量关系比较复杂，称为处在潜没范围之内。

二、小河量水设备的类型和分类命名建议

小河量水设备主要有量水堰和量水槽两大类。近年来为适应小河测验而发展了多种新型量水设备，它们虽仍归入堰、槽两类，但命名和分类却很不一致。今后我国量水设备的类型必将越来越多，因而有必要加以统一分类和命名。量水堰现有两类，第一类为薄壁（锐缘）堰系统，是历史最久的量水设备，名称比较一致，国内应用于低水测验和径流实验中的主要是三角堰和矩形堰。后者按苏联规范分为有侧收缩、无侧收缩两类，有侧收缩矩形堰只局限于堰宽●b与渐近段宽B之比$b/B=0.2\sim0.33$的范围。对天然小河条件常嫌不够，而另有一类对小河适应性较大的称为充分侧收缩矩形堰，其$b/B\geqslant0.2$●；此外尚有一类b不超过几厘米的狭窄矩形堰，以及其它形式的薄壁堰（如比例堰，抛物堰等），它们一般只用在很小流量的测验工作中，在小河测验中意义不大。量水堰的第二类主要为近年发展起来的各种非薄壁堰系统，其命名较杂、观点各异，建议相对于第一类薄壁堰统称为厚壁堰，其中一类有一定堰厚又有一定堰顶长度的建议称宽缘堰，另一类虽有一定堰厚但没有一定堰顶长度的建议称非宽缘堰●。在水力学上通用的薄壁堰、实用堰、宽顶堰的分类，难以表达量水水流特征和包括所用类型。如宽顶堰堰顶长度（通称堰顶厚度）$2.5H<\delta<10H$，H为堰上水头，但在水文测验应用中，在某种水头范围条件下的水力学上的宽顶堰，当高水头时将成为另一种水力学堰流条件，故建议在小河量水设备中不采用此类名称。

量水槽也可分为两类：第一类量水槽其喉道有足够长度，致使临界水深总产生在喉道段中某位置附近，因而易对于其流量关系作出理论推导，可称为长喉道量水槽，并按喉道断面形状可有矩形、梯形等几种基本类型；第二类量水槽则没有足够长的收缩断面，但通过底坡突变迫使临界水深在喉道段以下产生，因而其流量关系则以经验推导为主，可称为短喉道量水槽，它又可分为几种，如巴歇尔量水槽、H型量水槽、无喉道量水槽等。

由于精度等各方面的考虑，量水槽和量水堰还可有各种形式的联合。建议对于同一断面位置有不同型式量水设备者（如V堰、矩形堰等），称为复合型，而不同量水设备分布在附近的上、下断面位置者，称为组合型。

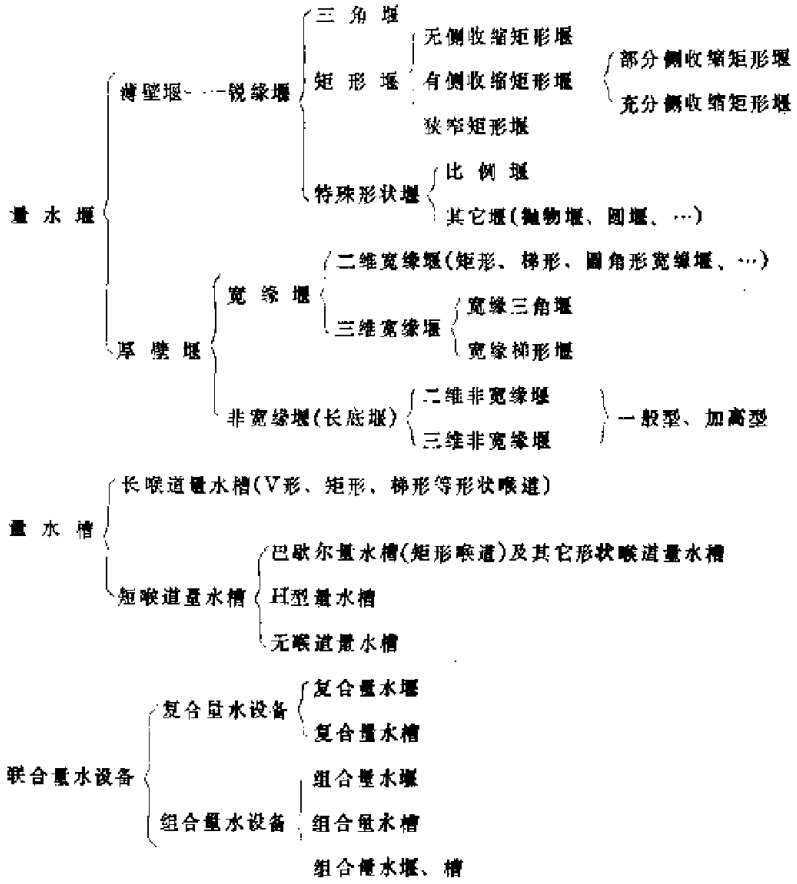
以上归纳如表1所列。这些量水设备大体上可以满足小河流量测验要求。对最小流量事实上无限制（体积法和V堰）；对最大流量则随量水设备大型化的发展而在逐步扩大，对优越的河床和断面条件，可达1000m³/s以上。但表1中不同量水设备习惯上可有不同的最大流量测验范围，依次为：长喉道量水槽（41m³/s）、无侧收缩矩形堰（77m³/s）、巴歇尔量水槽（93m³/s）、厚壁非宽缘三维堰（330～630m³/s）、厚壁宽缘堰（820m³/s）、厚壁非宽缘二维堰（1300m³/s）。事实上，这些范围当扩大量水设备尺度时还可扩大，因而并无真正的限度，实施时主要受经济合理性等其它因素的制约。如克朗柏堰当最大流量上限为130、1300m³/s时，所要求宽度b为10m和100m（$P=1$ m），如果要再扩大，理论上并无

●量水堰中"宽度"定义，国外应用不一，对锐缘堰常指与流向垂直的水平尺度，而对宽缘堰则往往指与流向平行的水平尺度。作者建议统一指垂直于水流方向的水平尺度，平行于水流方向的水平尺度则称为堰顶长度、堰底长度。

●也有以$b/B>0.3$的称为不充分侧收缩堰，则苏联有侧收缩堰介于充分和不充分侧收缩堰之间。

●宽缘堰有称宽顶堰、短缘堰的，非宽缘堰有称长底堰、宽底堰的，由于未突出堰顶条件而有含混。

表 1 小河量水设备分类和命名表（建议）



不可，但此时必须结合河流水力条件及经济效果等各方面因素，综合考虑加以优选才能肯定。

三、小河量水设备的精确性控制

量水方法追求的是既精又准的测验成果，而这一点远不是有了充分投资就能达到的，这是一个既重要而又复杂的问题，但又往往容易忽略。

量水方法的精确度可以不确定度表示，它取决于：①特定类型量水设备的构筑条件，包括尺度、糙率等；②建筑物的边界条件，包括渐近段、下游段和它本身的要求；③量水设备的运行条件和水流条件；④流量系数本身的精确条件。

设量水设备自由流条件下水头流量关系的一般形式为

$$Q=C_1C_2C_3h^n \qquad (6)$$

式中 h —— 测点水头；

C_b —— 反映量水建筑尺度的常数；

C_d —— 流量系数；

C_v —— 考虑行近流速校正的系数；

n —— 常数。

由于它们的误差构成的不确定度x_h、x_v、x_d、x_b所形成的流量Q的不确定度x_Q为

$$x_Q=[x_v^2+x_d^2+x_b^2+n^2x_h^2]^{1/2} \tag{7}$$

如按各特定类型量水设备的要求在构筑和设置过程中严格控制，即上述①、②两项条件可经反复检验达到要求，则x_b、x_v两项可降低到很小的程度。

x_d则受导出流量系数的方法制约，并随量水设备类型而异，而有不同范围，如：

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{薄壁堰} & x_d=\pm 2\% \\
\text{厚壁宽缘二维堰（矩形）} & x_d=\pm 3\% \\
\text{（圆角形）} & x_d=\pm 2(21-20C_d)\% \\
\text{厚壁非宽缘二维堰} & x_d=\pm(10C_v-9)\% \\
\text{三维堰} & x_d=\pm 3\% \\
\text{量水槽} & x_d=\pm[1+20(C_v-C_d)]\%
\end{array}\right\} \tag{8}$$

例如对一矩形量水槽，$b=1$ m，其$x_b=\pm 0.2\%$，$C_v=1.028$，x_v不计，，$C_d=0.95$，$x_d=\pm[1+20(1.028-0.95)]\%=\pm 2.6\%$，$n=1.5$，$h=0.5$m，水头测定及自记等构成的$x_h=\pm 0.9\%$，则

$$x_Q=[(2.6)^2+(0.2)^2+(1.5)^2(0.9)^2]^{1/2}=\pm 2.9\%$$

当水头h为0.25m和0.1m时，相应的x_Q为$\pm 3.8\%$和$\pm 7.1\%$。

上例表明，水头观测所构成的x_h最为突出，即正常设置的量水设备，其流量误差主要来自水头测验，并可增大到$\pm 5\%$以上，这显然是不能接受的。

如不考虑其他部分的误差，设h的观测误差为dh，则

$$x_Q'=\frac{100n}{h}dh \tag{9}$$

由此可知，如对x_Q'有一定的要求，则h必须控制在一定范围内，即

$$h=100n\frac{dh}{x_Q'} \tag{10}$$

例如当$n=2$，$dh=2$ mm，流量不确定度不超过$\pm 2\%$，即$x_Q'=2$，则水头h的最低值为200mm。这就是说，h低于此值时，流量将达不到所要求的准确度和精度，这一问题是常被忽视的。

事实上，量水设备的最小流量下限常与上限相关，如前述厚壁非宽缘堰最大流量1300m³/s时，下限流量为3 m³/s，当要求下限流量能测到3 dm³/s时，其上限最大流量只有350dm³/s了。因而很明显的是，小河量水方法除非流量下限与上限之间变幅较小的特殊情况外，一般不可能由单一量水设备完成全变幅流量测验任务而必须采用联合量水设备。

四、小河量水设备的选型

首先根据小河具体条件，对流量的精确要求以及是否需要作出连续记录等方面，确定是否应用量水设备或只在某级水位上应用。

其次才是量水设备选型，主要考虑：①水头损失；②流量测验范围，最大流量和最小流

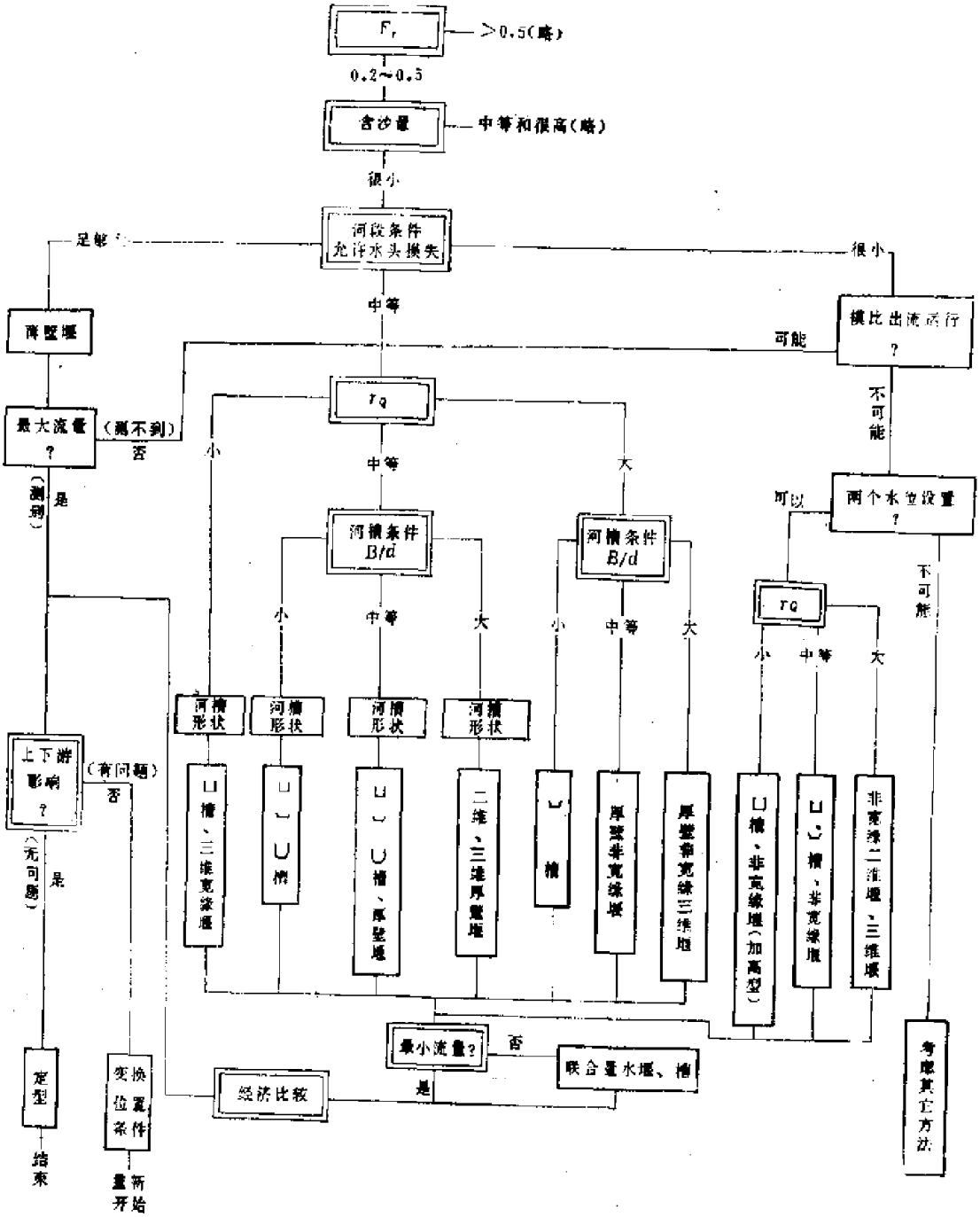


图 1 量水设备选型程序（B、d分别为河槽宽度和深度）

量的比值r_Q；③水力条件和对上、下游环境的影响；④挟沙条件；⑤经济与可能。这些因素往往相互影响、相互制约，因而选型时必须反复比较和按一定程序进行，试以清水（含沙量较小）水流为例，其程序如图1所示。

就一般的野外条件而言，作为简化选型参考，当符合以下条件时一般初选矩形断面（或喉道）的量水设备，否则可采用V形或梯形宽缘堰或复合型堰等，即

$$\frac{Q_{最大}}{Q_{最小}}<\left(\frac{H_{最大}}{H_{最小}}\right)^{3/2} \tag{11}$$

式中 $Q_{最大}$、$Q_{最小}$ —— 分别为所测最大、最小流量；

$H_{最大}$、$H_{最小}$ —— 为相应水头。

经济比较是图1中最后归结的考虑之一，如以建筑物体积V与Bd^3之比作为经济比较指标，则不同水流条件下各类型量水设备各有不同，如图2为顺直矩形河槽中不同Fr条件下的比较。由此类资料可得出一般概念：厚壁宽缘和非宽缘堰常较经济，允许在潜没状态下运行的厚壁堰则更经济，但常见的巴歇尔量水槽却是相对最费的，当然，如果允许应用薄壁堰的话，它是最经济的。

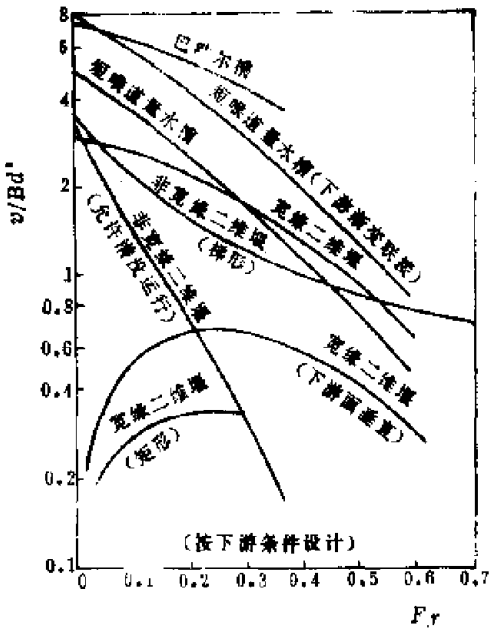


图 2 各类型量水设备的构筑比较（据哈里森，1969）

如前所述，为达到一定的精确要求，量水设备往往联合应用以发挥各自的特点和优势。这种联合可有两种选择，即用一个观测水头在同一断面上的多个堰、槽的组合。复合型量水设备在国外应用也较多，英国曾用它测到800 m^3/s的最大流量。笔者不主张这种联合型式，因为对不同高程的堰或槽，其水力水流条件并不统一，不能符合于原型的边界条件，于是必须由经验方法率定，既不准而又复杂，对此国外也有不同观点，如英国此种复合类型事实上也并未得到国际标准化组织(ISO)明渠水流测量技术委员会的承认。对小河测验，当$Q_{最大}/Q_{最小}$较大时，建议采用组合型量水设备。

五、量水设备率定和流量计算中的几个问题

1.野外率定

对量水设备的率定，有一种流行的看法，认为小河应用时一般都需要野外率定为准而进行推流。其实这是值得商榷的。对于有理论分析和实验室率定的标准量水设备（国外常称为“已率定过的量水设备”），水流和运行条件如有严格控制，以使α_r、α_s降低到最小，并令α_b降到一定要求的范围，那么，在这种情况下，不一定要作野外率定。因为，由流速垂线、测速条件等多种因素所构成的流速仪流量测验的不确定度α_Q一般较高，因而不能以此

去否定标准量水设备的水头流量关系。所以，对于标准量水设备所谓的野外检验率定，一般价值不大而无必要，所需检验率定的主要应是建筑物各部分尺度等是否严格符合要求。当然，对于那些非标准化的量水设备，包括型式、水流条件、渐近河段、不标准的其它边界条件和超出原型的高水头，以及低于一定精准要求的低水头等情况，则还要有一定的野外率定，但必须严格注意水流条件，要有特殊设备和方法，并有±2%～3%的准确度才行，决不能不顾野外条件和方法，去进行形式上的率定。

2.水头测定位置

这是流量计算中的一个根本问题，它必须既避免水面降落，又要避免过大的水流摩阻损失，即既不过远又不过近，但这是比较困难的。因而常按最高水头考虑测点位置，其实所谓最高水头，是一个主观判定的数值，而且还意味着最大水头合宜的位置将对所有各级水头也都合宜。因而建议从流量历时曲线选取一个对流量测验整体中准确度最为重要的水头H_r，由此来考虑测点位置。除短喉道量水槽水头测点有固定位置外，建议在量水控制断面以上$L=3H_r\sim5H_r$处设置水头测点。

3.流量计算中渐近段流速的影响

量水设备的流量公式，除有几种类型（如经验率定的短喉道量水槽）有$Q=KH^n$的形式外，大都由总水头项、重力项、建筑物尺度项和流量系数等项所组成，而有以下基本形式：

$$Q=C_cC_d\sqrt{g}\,bH^{3/2} \tag{12}$$

式中 Q —— 流量；

H —— 总水头；

g —— 重力加速度；

b —— 宽度；

C_c —— 考虑断面形状的系数；

C_d —— 流量系数。

但实际测得的并非H而系测点水头h，即

$$H=h+\frac{Q^2}{2gA^2} \tag{13}$$

式中 A —— 渐近段过水面积。

因而对某一测定的h值，可先求出A，然后由h代H用式（12）计算Q，由式（13）求出H，再由式（12）求Q，反复计算求出结果。除这种繁复的渐近法以外，也可取其它方法，如考虑流速系数C_v，则式（12）为

$$Q=C_vC_cC_d\sqrt{g}\,bh^{3/2} \tag{14}$$

很明显

$$C_v=\left(\frac{H}{h}\right)^{3/2} \tag{15}$$

于是可求得

$$C_v^2=\left\{1+\frac{1}{2}(RC_v)^2\right\}^3 \tag{16}$$

式中 R —— $\frac{C_d\bar{b}\bar{h}}{A}$。

由此，即可由$\bar{h}$按式（14）直接计算Q。

不同类型的量水建筑，根据其特定的、类似于式（12）的流量公式，即可由式（16）推求相应的C_v。如英国资料，厚壁堰系统可有

$$(C_v^{2/3}-1)^{1/2}=2C_vC_d\bar{b}\bar{h}\left(3\sqrt{3}A\right) \tag{17}$$

矩形喉道量水槽也即此式，可改写为

$$\left(-\frac{2\bar{b}}{3\sqrt{3}B}\right)^2\left(\frac{\bar{h}}{\bar{h}+P}\right)^2C_v^2-C_v^{2/3}+1=0 \tag{18}$$

当矩形槽只有侧向收缩而无底部收缩时，则为

$$\left(-\frac{2\bar{b}}{3\sqrt{3}B}\right)^2C_v^2-C_v^{2/3}+1=0 \tag{19}$$

上两式中 B —— 渐近槽宽；

$\bar{b}$ —— 喉道宽；

P —— 底部超高。

式（19）中，当$\bar{b}/B=0.10$（即喉宽远小于渐近槽宽）时，C_v较小可以省略（1.0022），而当$\bar{b}/B=0.70$时，如不考虑C_v，将构成15%的误差（$C_v=1.1465$），这种$\bar{b}/B$范围，在小河量水槽中却是常见的，式（18）中C_v也与此类似。

量水方法有精确、连续记录等很多优点，为小河站网测验中不可缺少的重要工具之一。目前国内外已有多种各具特点的量水设备，并能适应水力、河床、流量变幅等多种条件。但要达到预期目的，必须审慎选型，合于边界条件，有恰当的水工和结构设计以及正确的运行维护等。对悬沙和底沙大的河流，用量水方法有较大困难，要作特殊设计。

核方法土壤蒸发测验*

顾慰祖 陆家驹

土壤蒸发是水文测验的重要内容。然而长期以来主要是应用器测法，所用的是隔离土柱，存在着代表性问题，即土柱内的水分分布和运动与天然陆面有相当大的差异，虽然可采取某些模拟措施加以改善，包括频繁更换土柱，但终究只能代表土柱本身，而且不论器测法如何增大土柱，代表性问题仍然难以解决。为此，需要寻求一种能较为直接和准确地测定陆面蒸发的方法，几年来研究和应用了两类核方法并作了流域实验和检验，两类方法均以土壤水分动态为基础导出，但只有应用可以连续、重复、快速、准确测定土壤水分动态的核方法，这一设想方可成立。

一、 直接核方法土壤蒸发测验的基本原理

流域内由于自然地理条件的各种组合，而有复杂的陆面蒸发组合，可通过聚类分析将其分区。对某一分区有代表性的某几个位置上，在时间t_1至t_2的无降水期间，土层深度Z内非饱和带土壤水分θ的分布剖面如图1，则其间的水量变量ΔW为

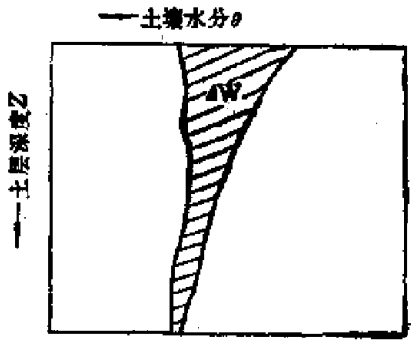


图1 $Z\sim\theta$图

$$\Delta W=\int_0^Z\int_{t_1}^{t_2}\left(-\frac{\partial\theta}{\partial Z}\right)dZdt \qquad (1)$$

实际上，式(1)中ΔW可由两部分组成，即土壤蒸发部分和剖面土层内的排水包括垂向的和侧向的在内，所以对Z可写出下式：

$$\frac{dW}{dt}=\frac{dE}{dt}+K\frac{\partial H}{\partial Z} \qquad (2)$$

从忽略重力项的非饱和一维垂向水流扩散方程，即$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial Z}\left[K(\theta)\frac{\partial H}{\partial Z}\right]$中，当无蒸发条件下，$\int_0^Z\frac{\partial\theta}{\partial t}dZ$即相当于式(2)中$K\frac{\partial H}{\partial Z}$为剖面内部的排水率。$K$即$K(\theta)$为非饱和水力传导度(毛管传导度)，$\frac{\partial H}{\partial Z}$则为土壤水分势。

*本文完成于1984年。

在（t_2-t_1）时段内的土壤蒸发率有以下两种不同情况：

1.无降水

（1）当$K\frac{\partial H}{\partial Z}=0$时，流域某类型面内$i$剖面上的平均土壤蒸发率为

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta t}\right)_i=\left(\frac{\Delta W}{\Delta t}\right)_i \tag{3}$$

面积F内的平均蒸发率，则为代表面积为f_i、权重为r_i的i个剖面所求得的平均土壤蒸发率的加权平均值，即

$$\left(\overline{\frac{\Delta E}{\Delta t}}\right)=\sum_i^n r_i\left(\frac{\Delta W}{\Delta t}\right)_i,\quad r_i=f_i/F \tag{4}$$

以上是最简单、也是最准确的情况。

（2）当$K\frac{\partial H}{\partial Z}=0$，同上可求出流域某类型面内某一深度土层$Z_j$内的平均土壤蒸发率，对所有$i$个剖面、$Z_j$层平均类似式（4）即

$$\left(\overline{\frac{\Delta E}{\Delta t}}\right)_{z_j}=\sum_i^n r_i\left(\frac{\Delta W}{\Delta t}\right)_{ij} \tag{5}$$

（3）当$K\frac{\partial H}{\partial Z}\neq 0$时，同时流域闭合，而且（$t_2-t_1$）时段内不同$Z_j$层次中总壤中流流率可实测且为已知时，则

$$\left(\overline{\frac{\Delta E}{\Delta t}}\right)=\sum_i^n r_i\left(\frac{\Delta W}{\Delta t}\right)_i-\sum_i^j\left(K\frac{\partial H}{\partial Z}\right)_j \tag{6}$$

2.有降水无地面径流

（1）当$K\frac{\partial H}{\partial Z}=0$时，则有

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta t}\right)_i=\left(\frac{\Delta W}{\Delta t}\right)_i+P$$

$$\left(\overline{\frac{\Delta E}{\Delta t}}\right)_i=\sum_i^n r_i\left(\frac{\Delta W}{\Delta t}\right)_i+P \tag{7}$$

（2）当$K\frac{\partial H}{\partial Z}\neq 0$时，总壤中流流率为已知时，则

$$\left(\overline{\frac{\Delta E}{\Delta t}}\right)=\sum_i^n r_i\left(\frac{\Delta W}{\Delta t}\right)_i+\overline{P}-\sum_i^j\left(K\frac{\partial H}{\partial Z}\right)_j \tag{8}$$

由此，对式（3）～式(8)中，用中子法或γ法直接测定$(\Delta W/\Delta t)_i$，即可求得$(\Delta E/\Delta t)$，特别对式（3）、式（4）、式（5）情况，最为便捷可靠。显然，其它情况只在特殊实验流域中才有可能。所以实际上此类直接用核方法测定土壤蒸发的方法主要适用于饱和带很深的干旱、半干旱地区以及在湿润区旱季或无降雨径流条件下能明确判明$\partial H/\partial Z=0$的情况下。

二、零通面核方法土壤蒸发测验的基本原理

在用核方法测定土壤水分数量状况的同时，可测定土壤水分的能量状况。当在不深的范围内存在向下补给的情况时，剖面中的土水势如图2(*a*)所示，其相应的土壤水分分布则如图2(*b*)所示。

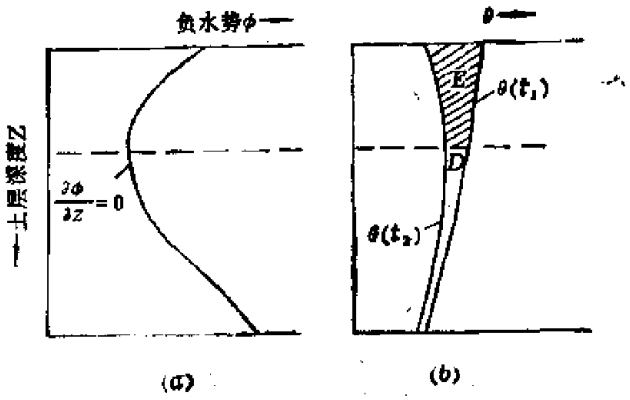


图 2 某些条件下土壤水分状况的剖面分布
(*a*)土水势；(*b*)土壤水分

令单位时间内通过单位面积的水量通量为v，则有$v=-K\partial\phi/\partial Z$。由图2(*a*)，当$\partial\phi/\partial Z=0$时，表明当土水势为最大时，其土水势梯度为零，即此时水量通量v为零，相应于此的位置Z_0即零通面。在Z_0以上土层，土水势梯度向上，相应的土壤水分向上运动，在Z_0以下则梯度向下，相应的土壤水分向下运动。于是，相应于式(2)中

$$\frac{dW}{dt}=E+D=\frac{dE}{dt}+K\frac{\partial\phi}{\partial Z} \tag{9}$$

其蒸发E和内排水D的部分，将可由Z_0划分。

由连续方程$\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\frac{\partial v}{\partial Z}$，故

$$\int_{Z_1}^{Z_2}\frac{\partial\theta}{\partial t}dZ=v(Z_1)-v(Z_2)$$

对蒸发条件而言

$$v(Z)=-\int_{Z_0}^{Z=0}\frac{\partial\theta}{\partial t}dZ \tag{10}$$

当(t_2-t_1)时段内，Z_0不变，则

$$E_{(t_2-t_1)}=\int_{t_1}^{t_2}v(Z)\,dt=\int_{Z_0}^{Z=0}[\theta(t_1)-\theta(t_2)]dZ \tag{11}$$

当（t_2-t_1）时段内，Z_0发生变化时，则

$$E_{(t_2-t_1)}=\int_{Z_0(t_1)}^{Z=0}\theta(t_1)dZ-\int_{Z_0(t_2)}^{Z=0}\theta(t_2)dZ-\int_{Z_0(t_1)}^{Z_0(t_2)}\theta[t(Z_0)]dZ \quad (12)$$

或$E_{(t_2-t_1)}=\int_{Z_0(t_1)}^{Z=0}\theta(t_1)dZ-\int_{Z_0(t_2)}^{Z=0}\theta(t_2)dZ-\int_{Z_0(t_1)}^{Z_0(t_2)}\overline{\theta}(Z)dZ$

由此，对式（11）、式（12）中的$\theta(t)$，均可直接用核方法测定，从而求出土壤蒸发。此法实际上以Z_0判别E、D，而上法则以无$\partial H/\partial Z$为判断依据。

三、核方法土壤蒸发测验的实验

实验在南京水文研究所1、2号实验流域及1、2号蒸渗仪上进行。这是由于它们的$\partial H/\partial Z$均为分层实测而为已知，因而可以使用上述两类核方法进行。

在两个实验流域上全面布设了定点测孔导管，2号实验流域平均每25m²施测一个剖面，1号实验流域则在不同微地形条件下布设各类剖面。均用中子法测定土壤水分动态，对上述第2种方法，在试验中同时用张力计测定。

试验了第一种直接核方法的各种情况，$\partial H/\partial Z$是否为零的条件，使用两个流域分层径流特别是壤中流的实测资料而定，试验表明，由于$\partial H/\partial Z$有一定的测量精度，所以仍能获得较好的结果。对第二种零通面核方法，求出了试验期的零通面过程，表明它随时间有所变化，但没有新的降水时，变化不大，并随降雨后的日数而渐次下降到达一定深度时止（图3）。

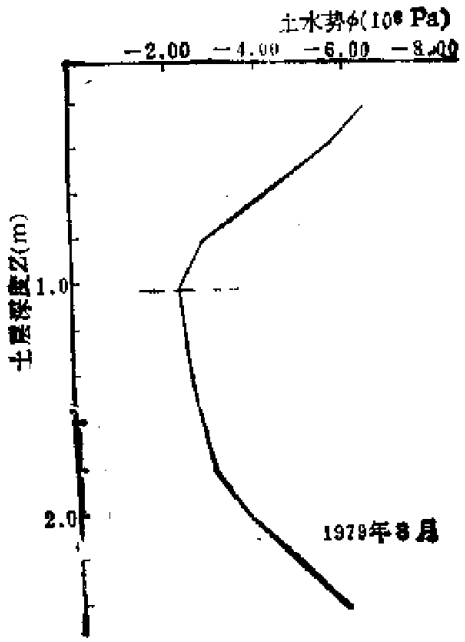


图 3 试验期零通面位置

1.土壤蒸发点的代表性

对冬、夏两季面上蒸发率的分布，各取27及25个相互独立的时段点蒸发率标本，用下式分析在一定置信水平α下，要求一定误差百分数范围ε的应取采样数N：

$$N=x_\alpha^2\sigma_E^2/(\varepsilon\bar{x})^2$$

对夏季样本和冬季样本分析结果表明，冬季蒸发率σ_E较夏季为小，因而采样数较夏季为少，可是要达到一定允许误差的范围，对仅为489m²的均匀坡面流域而言，仍需6个以上的采样数，对夏季而言，要达10个左右。由此可见，用一个点或一个土柱的蒸发率代表流域

平均蒸发率，即使不考虑它本质上由于土壤水分分布所带来的问题，就其测点代表性而言，误差将是很大的，从以上两季试验来看，可达50%以上。所以这对陆面蒸发用浅土柱的蒸发器而言，其代表性和可信性似乎是很差的。

2.流域土壤蒸发的模糊聚类

流域蒸发率空间分布的状况，表明了它既有复杂性又有一些相关性，从自相关函数分析也表明了这一点，因而即根据点蒸发率特征作了土壤蒸发的模糊聚类研究。

模糊聚类的统计指标，考虑影响土壤蒸发率的成因条件和表现状况，选了以下四种：

（1）当$K\frac{\partial H}{\partial Z}=0$时的$\left(\frac{\Delta E}{\Delta t}\right)_i$；

（2）$\overline{\theta}_{i(60)}=\frac{1}{n}\sum_{i}^{n}\theta_{i(60)}$为0～60cm土层全年平均含水量值；

（3）$C_{v\,i(60)}=[\Sigma(\theta_i-\overline{\theta}_i)^2/(n-1)]^{\frac{1}{2}}/\overline{\theta}_i$；

（4）$\overline{\theta}_{i(60\sim100)}=\frac{1}{n}\sum_{i}^{n}\theta_{i(60\sim100)}$。

以上统计指标用下式标准化

$$x=\frac{x'-x'_{min}}{x'_{max}-x'_{min}}$$

对各系列数据统计量r_{ij}按数量积法进行计算，即

$$r_{ij}=\begin{cases}1 & (i=j)\\ \frac{1}{M}\sum_{K=1}^{n}x_{ik}\cdot x_{jk} & (i\neq j)\end{cases}$$

由此确定论域$U=\{X_1、X_2、X_3、X_4\}$上的模糊相关矩阵$\underset{\sim}{R}$，并由$\underset{\sim}{R}^2$取λ水平聚类。例如对1号实验流域，由模糊等价关系$\underset{\sim}{R}^2$，取不同λ水平表明，流域土壤蒸发率可模糊聚类分为四类，即：流域内周围微地形起伏的高岗、岗坡侧、排水沟两侧较平坦地及流域西南侧土层很薄的地段。

四、结　　语

核方法土壤蒸发测验，对干旱、半干旱地区，由于$\partial H/\partial Z=0$的条件容易加以判明，以及Z_0也较易确定，因而上述两类方法一般较为适用。对湿润地区当潜水位较深，或在干旱期，$\partial H/\partial Z=0$可以判定时，或当潜水位较高，则只有当Z_0可以判定时，方可应用，而在其它条件下，特别是暴雨期及大量下渗的情况下零通面不存在，此时需用其它方法解决。

论实验水文学领域和途径*

顾慰祖

一、被动和主动的水文研究

自然科学发展史表明，近代自然科学产生和发展中很重要的一个前提，是实验研究。只有从观测现象到切实进行实验所得的定性和定量结果，才能据以得出现象的内在规律。很明显，实验是科学产生和发展的基础，也是检验科学理论的标准。对水文现象的研究也是如此。水文学虽然源远流长，但时至今日，它还不那么严密的原因之一，也许可以认为是对水文现象进行系统的实验比较困难之故。

对水文现象的了解和研究，是从表面现象开始而不断深入的过程，可包括以下互有联系而又有区别的一些方式。

1.观察

初级定性了解，对水文现象最初的认识即从观察而来。它虽系定性，有时却相当准确地反映了水文现象的实质，如吕氏春秋所记云气西行一段，简直是相当准确的水文循环概念，然而它只能是定性。

2.观测和测验

观测是对某种水文现象作出观察和测定，测验则是对某类水文现象作出系统的、有计划的全面观测。

3.试验

就某一种水文现象的组成或因果关系作出有计划的观测和测验，包括天然水文现象和模拟水文现象。实验的某一轮也可称为试验。

4.实验

对水文现象从定性到定量并设法逐步作出定解的研究。是以求解研究对象的数量关系为目标。这些数量关系有些是已知的，有些虽有了解但尚不确切或还不完整，更多的或是从理论上推测，但并未看到事实，或根本不够了解，或完全是新的概念。于是，它常是在人为控制下，有目的、有步骤，特别是在具有一定的或至少较为明确的边界条件状况下进行的。从这个意义上说，无明确目的，没有合理步骤，没有一定条件控制的，就不是实验，而只是一种对客观现象的观测甚而只是一种失败的试验。

可以认为，对水文现象所作定性和一般定量的观测和测验，是被动的水文研究。涉及到因果关系的测验以及追求定解的试验和实验则是主动的水文研究。前者只针对天然存在的水

*本文完成于1982年，本文是1983年起在南京大学、新疆大学、陕西机械学院、合肥工业大学、武汉水利电力学院开设的地理系选修课和水文学研究生课程《实验水文学》中第一、二章摘编。

文现象，后者不仅如此，还研究有计划“复制”的某些水文现象。试归纳说明如图 1 所示。

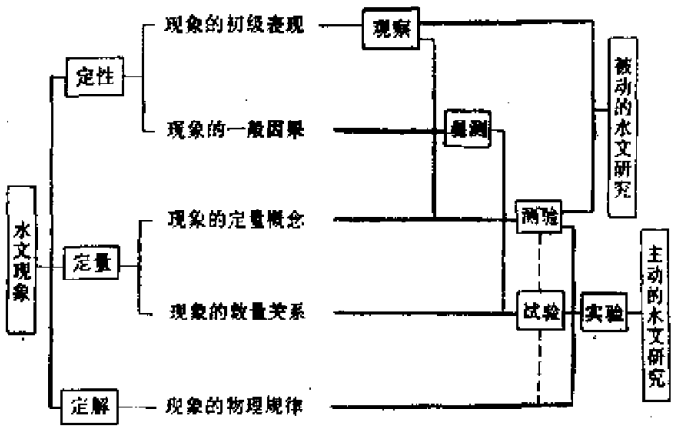


图 1 被动和主动的水文研究

二、实验水文学定义和领域

主动的水文研究，正是科学水文学进展所依赖的一个重要组成部分，由于有其独特的性质、特殊的方法、广泛的对象，特别还由于近二十年来的发展，建议可划为专门的水文领域，并建议称为实验水文学（国内外过去尚无这样明确的学科分支），作为科学水文学的一个分支，并与应用水文学联系着。

在提出实验水文学定义以前，还有必要对地理环境概念作一点引伸。通常所划分的地球外部和内部各圈层即大气圈、水圈、生物圈及包括地表土壤的岩石圈，在地球表面附近是相互制约、影响和联系着的。作为地理环境产物的水文学，必然联系到这些圈。然而，今后的自然界将越来越受人类的影响，而不再是生物圈所能代表的了。因此，可以认为，组成自然界的圈层在常规的四圈之外，还可分出新的第五圈，即由人类及其思维和智慧所产生的，是否可称之为智慧圈，它是一个不连续圈层，而且它也和其他四圈那样，在地球表面附近相互渗透、甚至相互重迭着。

对建议划出的实验水文学分支，定义如下：

实验水文学是研究用实验途径对水文现象和水文规律进行探索、寻求解答的水文学分支学科。它对组成各种类型水文现象的因素和相应的动态系统，通过野外与室内的观测和实验分析系统，联系被动的现象观测和主动的控制试验和实验，从定性、定量到定解，揭示水文过程的状态和实质，阐明其变化规律和内在联系，以及人们得以改变这种状态和过程的可能性和后果，并将结果外延到应用水文学之中。

实验水文学领域处在自然界五个圈层的界面上，因而包括了十分广泛的内容。对水文现象的认识，正如对自然界的认识一样，永远不会停止，而实验水文学也将不断地发展下去，而没有终极，或者武断地说，在实验水文学中没有事实上的完成式而只有发展中的进行式。

实验水文学就象水文学的影子，几乎进入了水文学的很大一部分分支学科，而有相应的领域，试分类如图 2 所示，这些领域并非截然分开，它们也是相互联系和交叉着的。

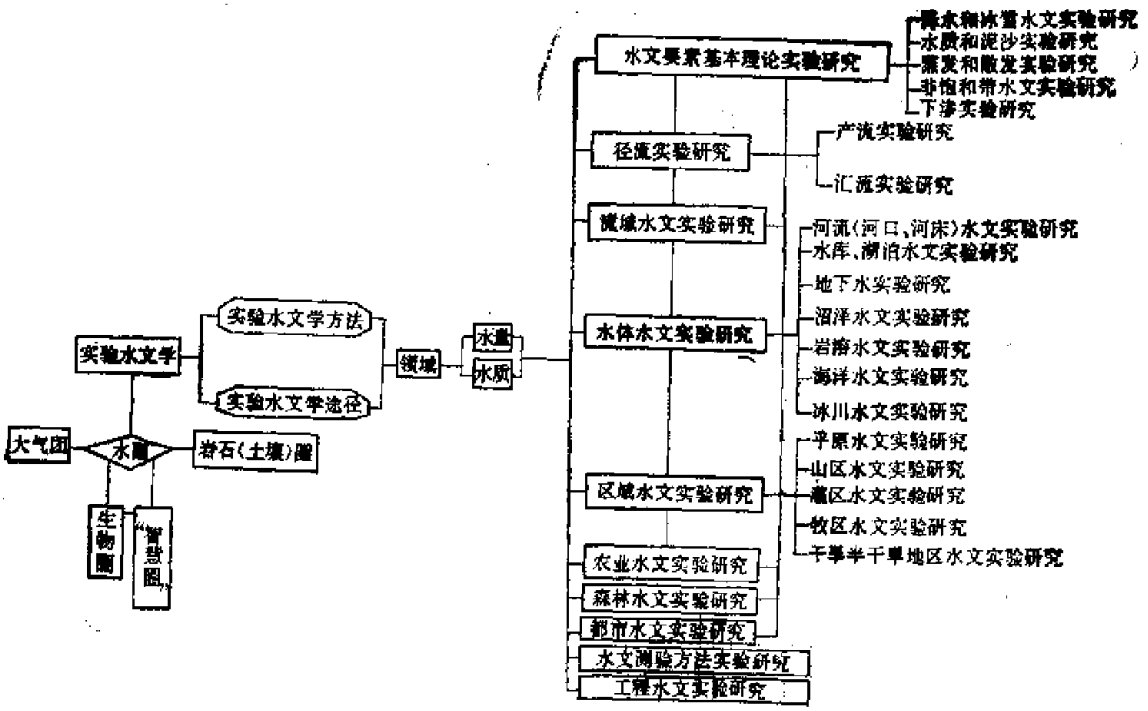


图 2 实验水文学领域

三、实验水文系统

1.实验水文系统的基本单元

一般的水文实验方法，可有两个方面：一是尽可能把研究对象加以划分，使之既细又纯，建议称之为纯化方法。这实质上是从复杂的实际水文过程中，抽出一小部分，尽可能使它从周围的环境中孤立出来，构成一种“纯净”的场以进行实验，由此去探索某一种规律。凡对象以外的其他因素，均视作异类，切忌混入，即想方设法尽可能使实验成为“最纯净”的。这样的设想就导致把真实的水文环境除掉而代之以某种模拟体了。二是对研究对象在了解其各种表现特性即它的边界条件情况下，承认其复杂性，而作综合研究，可称之为粗化方法。它对复杂的实际水文过程，只作很少的或不作干预，更不使它与周围环境脱离。纯化方法好象是生物化学实验中的试管系统，粗化方法则是由若干个或很多个这样系统的综合系统。这两类以及需要作补充设计的其它方式，都属实验水文学的基本单元。

对实验水文系统可定义为：它是由具有相互关系的某些基本水文因素和成分相组合构成的一个有一定意义的、符合研究要求的、将输入与输出相联系的实验研究对象。

2.实验水文系统的结构和成分

对实验水文系统的结构，各种水文因素即系统成分如何组合，虽因研究目的而异，但却并非可以任意摆布的。例如图 3 所示，设有9个组成部分，组合系统为A、B，如随意把一些成分组合为图中虚线系统C，也许不一定对研究有利。因此，实验水文系统不是任意划定

的，它是有机地结合起来的水文因素成分集团，它同环境或其它系统相区别，并有一定程度的独立性，它的范围（边界）则受研究对象的内在机制所约束，并因研究者所考虑的问题范畴而有不同。

这样，实验水文系统将随研究要求和可能而可大可小。事实上，即使是一个判断为纯化的水文实验系统（例如一个有植株的蒸渗仪），实际却仍然是相当复杂的，如果无止境地细微分化下去，则最后可达到一个气孔的程度。但从农田蒸散发研究而言，也许只到蒸渗仪这样一个实验系统（即一个基本单元）就足够了。然而，对农业水文实验中的作物水分研究而言，则也许要达到较细的例如叶片的水平，包括测定其扩散摩阻性质等才行。因此，实验水文系统并不一定要求对所研究的系统尽可能地细，去包罗此系统的一切因素，而只是根据研究对象和目的，适当细分，适可而止，这就是承认一个到此为止不再追查下去的单元组成，这就是实验水文学系统中的组成成分，对此最小的单位，就只作为黑箱去处理了。

所以，根据研究目的和要求所定出的实验水文系统，实际上将包括一些子系统（次级系统）和子子系统（次级的次级系统），此外还有一些上述的组成成分（图4）。

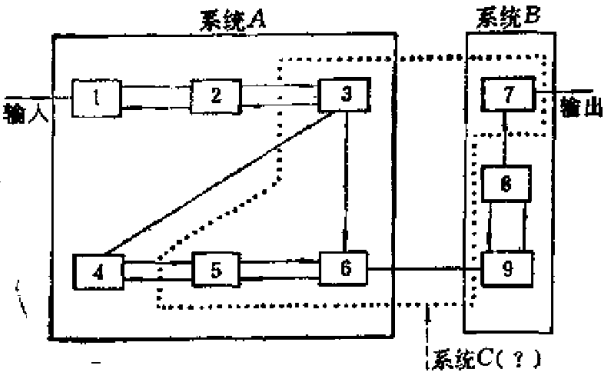


图 3 系统的划分

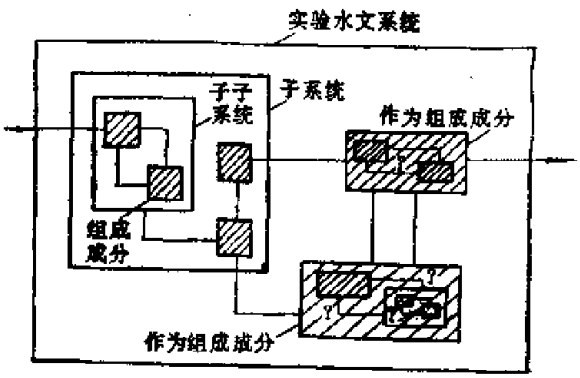


图 4 实验水文系统中的子系统和组成成分

3.实验水文系统的环境和边界

环境是实验水文系统最具特征的部分，可认为它是系统外部所有成分的集合。它有三个特点：①其属性的变化对系统将产生明显的影响；②这种属性的变化对系统内部的成分也有一定的影响，这是由于系统的活动所引起的；③它与系统成分往往只是单向相通。其实，什么是系统以内或以外的，常受两方面的影响，一是对系统的规模究竟应扩展到何种程度，二是所考虑的时间尺度如何。

在综合性很强的水文实验研究中，现时由于大量的问题没有搞清，而趋于从小规模的实验水文系统出发进行研究，甚或制造人工的纯化系统以研究某种特定因素，这对于研究水文过程的机制无疑是必要的。然而这种纯化论成果，一旦直接进到复杂的现实系统之中，有时却会碰壁。如将这种理想的纯化系统所得出的实验结果放到本来是综合的、混杂的自然之中进行检验，往往会事与愿违。而且，野外条件下的水文系统结构是意想不到的复杂，贸然割取其一小段进行实验研究，有时也并不那么容易。于是，即使现时是从小规模的系统出发进行研究，随着逐渐把环境因素更多地纳入系统之内，系统的规模自然会有扩大。而且，实验的

最终目的，不仅是为了认识自然，尤其为要改造自然，即总希望能对应用水文学起到推进作用，因而可以说，实验水文学最后总得归结到较大的系统中去，所以总得扩大为集水区的、小流域的甚至较大流域的研究。

如上所述，实验水文系统一方面分划细化，另一方面不断综合粗化。看来两个方向都可近于无止境地发展下去，即小的更小、大的更大。但实际上，如前所述，根据研究目的和对象，以及研究者的能力和经济条件，都应当停留在适当的位置，这就是实验水文系统的总边界（图5）。

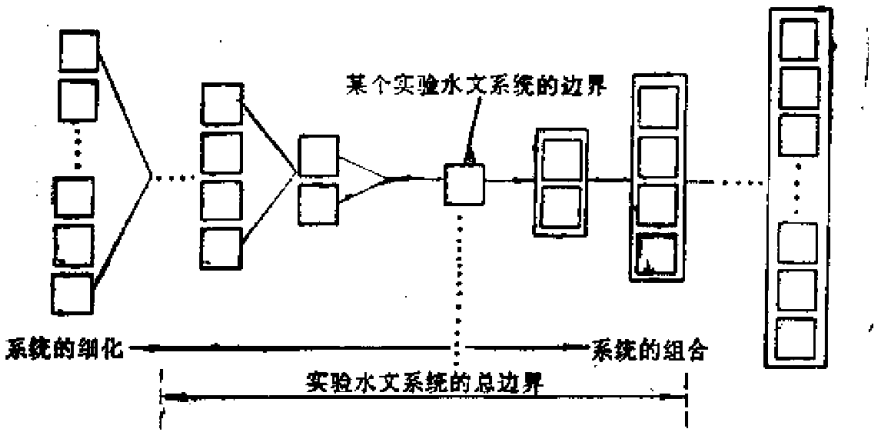


图 5 实验水文系统的边界

4.实验水文系统的三要素

任何实验水文系统都希望由对现象的描述起，进而得出定量关系。完成这一过程是从选择图5中某一段作为实验水文系统开始的，其整个过程可归纳如图 6 所示。

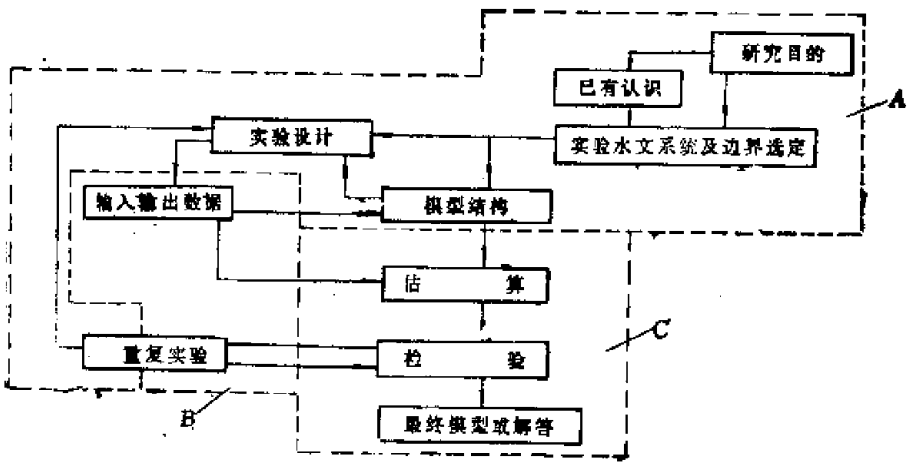


图 6 实验水文系统的研究过程

（1）实验设计和实验程序（图中A）。根据对研究对象已有的认识或其本身的物理化学规律，或已有的模型以及研究的目的和程度，先大体确定模型结构，定出作为实验单元的实验水文系统、子系统参数和组成成分，同时并设计出包括子系统在内的各项输入、输出、状态

参数的测验和试验方法及其精度和准确度要求。此外，还要设计分阶段的实验程序，每一轮试验的输入输出、已知和未知部分。其实，实验设计一方面包含着先期的研究结果和概念，另一方面又预先考虑了因而也就孕育着将要作出的结论。正确的实验设计能加速实现实验意图，没有设计的实验则只能是盲目的试验，最后常以缺少某项环节而前功尽弃。

（2）试验手段和量测设备（图中B）。一是对上述各种参数按要求精度安排试验并作出量测，必要时要设计专门的测验方法。二是必须有正确的采样速度，即根据选定过程的动态特性和干扰特性确定一个较优的采样速度。三是要有协调的响应时间，多种参数量测时还要考虑同步。

（3）系统求解和模型识别（图中C）。对实验水文系统可有三种情况，即：数学物理方法，概念模型和黑箱方法。

以上三者即实验水文系统的三要素。实际上，随着研究深化，系统研究的结果常可退为下一轮实验设计的依据而作出反复试验。

四、实验水文系统工程

天然的水文实验系统和人为建立起来的水文实验系统这两类中，现时国内外主要是前者（如实验流域）。天然实体一般含有众多的组成成分，大多属不可控变量，对这种动态系统，设其输入变量为u_i、状态变量为x_i、输出变量为y_i，则

状态方程 $$\frac{d\underline{x}}{dt}=\underline{F}(\underline{x},\ \underline{u},\ t)$$

观测方程 $$\underline{y}=\underline{\phi}(\underline{x},\ \underline{u},\ t)$$

式中，$$\underline{x}=\begin{Bmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{Bmatrix},\quad \underline{u}=\begin{Bmatrix}u_1\\u_2\\\vdots\\u_n\end{Bmatrix},\quad \underline{y}=\begin{Bmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_n\end{Bmatrix},\quad \underline{F}=\begin{Bmatrix}f_1\\f_2\\\vdots\\f_n\end{Bmatrix},\quad \underline{\phi}=\begin{Bmatrix}\phi_1\\\phi_2\\\vdots\\\phi_n\end{Bmatrix}$$

由于天然条件的复杂性，常取某种线性近似处理而为：

状态方程 $$\frac{d\underline{x}}{dt}=A(t)\,\underline{x}+B(t)\,\underline{u}$$

观测方程 $$\underline{y}=\underline{\phi}(t)\,\underline{x}+G(t)\,\underline{u}$$

而且最后往往进一步简化为多维线性模型

$$y=\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_i x_i$$

这样，主要只好用黑箱方法处理，而以β_0，β_1，…，β_n的系数组成一套关系。可见，它主要是统计性和经验性的。

所以，虽然天然的水文实验系统在实验研究中是必要的，却肯定是不足的。

人为建立起来的系统，是可控变量的动态系统，在系统设计之初，已作了周密考虑，可用数学物理方程描述和求解，甚至本来就是线性系统。这种从新创造的、新合成的研究对象，按一定规律运行，又以一定目的综合，必要时以一定数量协同，其体系相似于系统工

程，因而称为水文实验系统工程，定义为：根据研究对象的状况和研究目的，确定控制参数的种类和数量，确定相应的状态参数及输出参数，进行系统设计后，在室内或野外所建立的单个或成套组合的人工实验水文系统。

此类人工系统的主要特点为：

（1）有较多的控制变量，天然系统则几乎没有。

（2）这些控制变量是按实验设计安排的。

（3）难以控制的干扰因素，可设法降到最少。

（4）反应速度较天然系统为快，往往可在短期内实现天然系统数十年的过程。

（5）系统工程的设计，往往先进行小型模型实验，它是系统解析与合成的重要手段，即预备性实验是其重要环节。因此，水文实验系统工程的思路和做法与天然水文实验系统相比，好象是逆向的。其实前者往往要在后者的基础上进行，天然系统按图6的结果常是人工系统的起点，即系统工程的设计依据。

（6）经常把系统处理为稳态的和静态的。

（7）主要按线性系统或可线性化的系统设计。

（8）研究成果需经天然系统检验和改进。

如上所述，水文实验系统工程主要是被控工程，这可有多方面控制处理。

首先，控制其运动特性，即控制实验过程中各变量随时间的变化及变化过程中的相互关系，就有可能把系统设计为线性静态的，特别是所有状态变量在实验系统中均可直接观测，于是状态方程就与输入输出模型相一致。例如简化的单一输入x、单一输出y，并有集中参数的水文过程，可描述为

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y=b_0\frac{d^n x}{dt^n}+b_1\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}}+\cdots+b_{n-1}\frac{dx}{dt}+b_n x$$

而在控制系统中$d^i y/dt^i$、$d^i x/dt^i$（$i=0$，1，…，$n-1$）在$t=0$时之值均可确定，上式就可求解。

此外，实验系统也不可能都是由线性模型所组合，有时还根据研究的深入逐步把人为系统也复杂化。例如以下径流研究中输入（I）、输出（O）的一般关系：

$$O=\left(-\frac{a_m D^{m+1}+a_{m-1}D^m+\cdots+a_0 D-1}{b_n D^{n+1}+b_{n-1}D^n+\cdots+b_0 D+1}\right)I$$

式中，a、b为常数，$D^m=d^m/dt^m$，$D_n=d^n/dt^n$。此式是用$I-O=S$的连续方程和以下储蓄方程作为有输入、输出的确定性水文系统描述而导出的：

$$S=\sum_{m=0}^{m} a_m(I,O)I^m+\sum_{n=0}^{n} b_n(I,O)O^n$$

以上两式中，a、b一般是I、O或两者的函数，S为t时间系统的蓄量，所以是非线性的，而在水文实验系统中，可设计为在特定时段内系数为常数时，使之成为时不变的线性系统，而且当对各次实验过程求解时，这些系数就可由I、O的特征值表示，这样处理下去，等于就扩充到时变非线性系统去了。

最后，如前所述，可根据实验水文系统的实际所需边界，不同程度地作出控制，例如可

将受控的此系统设计成具有不同蓄量条件如下：

$$S=a_0I+a_1I+b_0O+b_1O+b_2O$$
$$S=a_0I+a_1I+b_0O+b_1O$$
$$S=a_0I+b_0O+b_1O+b_2O$$
$$S=b_0O+b_1O+b_2O$$
$$S=a_0I+b_0O+b_1O$$
$$S=b_0O+b_1O$$
$$S=b_0O^n$$

为系统工程所需的预备性水文实验，可在专门制作的系统中进行。这些试验是为了得到以下信息：①控制响应时间，即控制变量（如降水）改变后，被控过程的状态（如非饱和带水分）随之而改变的时间；②被控过程是否发生时变或有非线性变化的情况；③允许控制变量变化（扰动）的幅度；④干扰状态（噪声）的大小和重要性；⑤变量之间的滞后关系，包括控制变量和确定性干扰对于状态影响的滞后时间；⑥系统工程为达到设计要求所需的各种信息（如蓄量关系）。

以上提议的实验水文系统工程中的某些方面，实际上已在国内外有所应用，但主要重视野外自然系统，因而对此还有待于进一步的探索。

五、实验水文学途径

实验水文系统取决于参数条件的组合。首先从自然条件出发，即一切因素均表现为天然状态，其次对其中的某些因素加以控制（或择定），再进一步是除去某些条件的干扰，最终则还将组合为自然条件。这样的概念即前述综合、控制、纯化的设想，在这里将构成图7那样的循环。

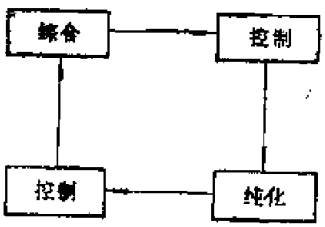


图 7 参数条件的循环

参数和条件的这种组合，其结果就构成实验水文系统的各种类型，这些类型各有其功能

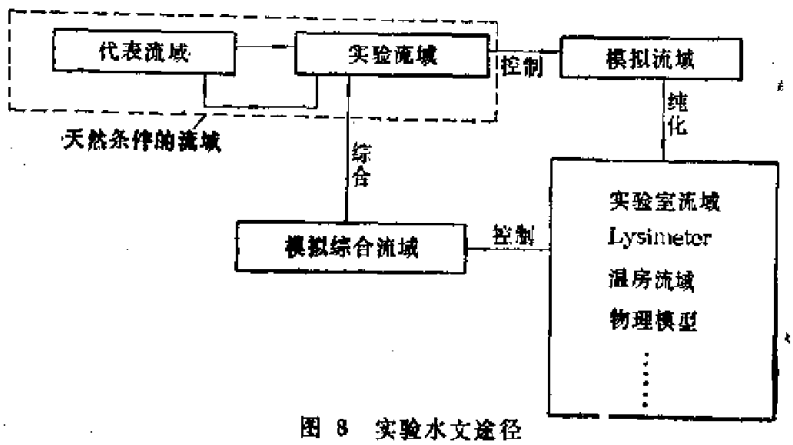


图 8 实验水文途径

和研究条件，其中有一些是现时国内外曾用过或正在用的，另有一些则是依据图 7 所要求的参数和条件组合的情况拟想的，其中有的已开始试验，如在实验流域和实验室流域之间，建议了按上述实验水文系统构想，为完成它所需的从控制到纯化以及从控制到综合之间的桥梁即模拟流域。于是，所设想的实验类型与图 7 相似，也构成一个循环，略如图 8 。它从天然条件的流域开始，加以控制，纯化，进一步控制，加以复合，又模拟天然流域，最后仍回复到实验流域进行验证和研究。这样一个循环往复，就是这里建议的实验水文学途径。看来，水文实验着重在天然条件（主要是实验流域）还是很不够的。

实验水文方向受到的主要责难是所谓外延问题，即在特定条件下的一个小水文系统，即使已经把它的机制和成因作出了定量解答，但如何将它应用到十分复杂的自然水文系统中去，即如何解决较大的系统（如流域）的问题。这个问题确实并未完全解决，图 8 所建议的这种途径，也许能解决这一课题。

人工降雨条件下土柱入渗的实验研究*

唐海行 执笔

一、前 言

雨水入渗是水分循环的重要环节之一。它的实质是土壤界面将雨水进行分配，一部分雨水渗入地下补充土壤水分和地下水储量，另一部分未渗入地下的雨水以坡面径流的形式汇入河道流出。因此它不仅对水资源管理、农作物生长及水土保持来说是十分重要的，而且对暴雨径流来说更为重要，因为它直接决定了地面径流量的大小，是径流形成过程中的重要环节。虽然目前入渗研究在理论和应用上都取得很大成就，但现象的复杂性使许多问题还有待进一步深入研究。再者流域上土壤透水性的不均匀性和降雨的时空分布不均匀性给利用流域降雨径流资料来深入研究雨水入渗中各主要因素之间的关系带来一定的困难。因此，有必要在室内可控的人工降雨条件下，利用均质土柱来进一步研究降雨入渗的规律和机制。为此水利电力部黄河水利委员会、中国科学院地理研究所和水利电力部南京水文水资源研究所共同进行人工降雨条件下土柱入渗的实验研究，着重研究不同降雨强度、历时和不同前期土壤含水量下雨水入渗的变化规律。从1982年至1984年共完成57场试验，除8场因仪器故障外，整理分析了49场。

二、降雨入渗实验研究的试验系统

试验系统由供水系统、降雨系统、烘烤系统、试验土柱和量测系统五部分组成（图1）。其外形及在室内的布设见图2。

1. 供水系统

供水系统由蓄水池、水泵、稳压水箱和浮子流量计等组成。

2. 降雨系统

降雨系统由传动机构和降雨管网组成。降雨管网由两根内径为1.9cm钢管组成，每根钢管可安装33个喷嘴。根据不同的降雨强度可组合安装三种不同内径的喷嘴（0.5、0.75、1.0mm）。降雨管网由传动机构带动在导轨上作平稳的往复运动以达到均匀的降雨。降雨强度可由0.5mm/min变化到3.5mm/min。

3. 烘烤系统

为使试验后土壤中水分尽快地蒸发恢复到一定的起始含水量，我们采用红外灯烘烤和风

*本文于1985年6月完成。参加试验工作的有马秀峰、朱星明（水利电力部黄河水利委员会），童丁钊、刘彩莹（中国科学院地理研究所）和唐海行、张和平（水利电力部南京水文水资源研究所）。

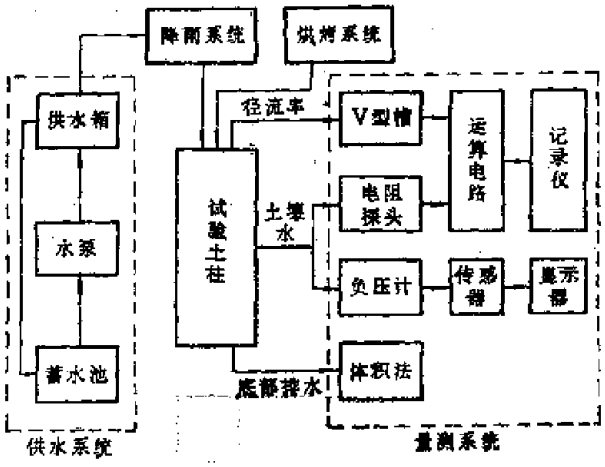


图 1 试验系统方框图

图 2 试验系统全貌

扇鼓风来加速土柱的蒸发。

4. 试验土柱

试验土柱是采用钢结构的土柱箱来装填试验的土样。试验采用了两个土柱箱，其尺寸为1.0m×1.0m×1.8m。箱体的前后两壁装有0.185m宽的有机玻璃用来观测入渗锋面的运动。在箱体另两壁分别留有孔口，可安装测量土壤水分的负压计和电阻水分计。底部安装内径为20mm的排水管，用来量测土柱底部的排水。

土柱箱底部装有20cm反滤层，试验土柱的有效深度为1.5m。试验土样采用北京沙河附近的砂壤土，其容重为1.47，比重为2.67，孔隙度为0.45，中数粒径为0.143mm。

5. 量测系统

量测系统由测量地表径流的V型电阻式量水槽，测量土壤水分的负压计系统和电阻式土壤水分计组成。

V型电阻式量水槽由V型槽、运算电路、记录仪和稳压电源组成，其基本原理是建立槽中流动水体的电阻与其流率的关系。

负压计系统由陶土头负压计、控制阀门、压力传感器和显示仪表组成[1]。负压的变化经高精度压力传感器转换成电压信号输出。每个土柱分别安装5个，其深度为10cm、20cm、30cm、50cm和100cm。

电阻式土壤水分计由碳棒探头、运算电路和记录仪组成。每个土柱内各埋设8个探头，其深度分别为5、10、20、30、50、70、100和150cm。土壤水分变化而导致的电压变化，由XWT系列八笔自动平衡记录仪记录。

三、试验结果的初步分析

1. 降雨条件下土壤下渗过程的一些特征和规律

土壤中雨水下渗率的大小及变化是受土壤剖面内土壤水运动的规律所制约。在下渗过程中湿润锋的移动是反映下渗水流垂向运行的特征之一，许多下渗理论建立在其基础之上。

在试验中，除测定径流率、下渗率外，还利用土柱中不同埋深的电阻探头，比较可靠地测定了锋面移动的速度。利用这些资料可以研究下渗锋面移动的规律。

（1） 湿润锋 雨水在下渗过程中，土层内湿与干土之间有一明显的移动界面，这一界面称为湿润锋面或下渗锋面。试验中，用拍照和连续测定各深度湿度的办法来研究湿润锋及其移动速度。

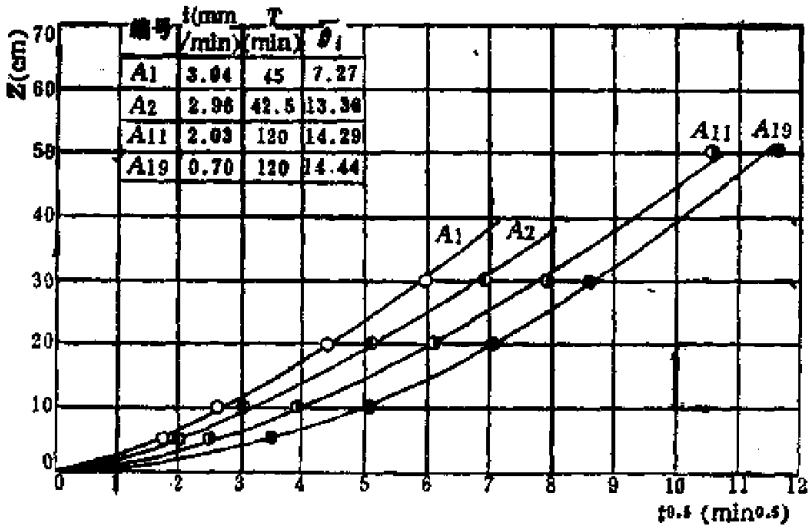


图 3 锋面下移深度与时间的关系

从图 3 可以看出锋面下移深度与时间有较好的关系，但其移动速度（$Z=f(t)$ 曲线上各t时的切线）取决于降雨强度和起始含水量。

Philip 1957年曾建议用下式来计算产流时刻锋面到达的深度：

$$r=\frac{[i-K(\theta_i)]}{\theta_L-\theta_i} \qquad (1)$$

式中，r为锋速（dZ/dt）；i为雨率；θ_i为起始含水率和θ_L为锋内的平均含水率。当起始含水率很小时$K(\theta_i)\approx 0$，则（1）式为

$$r=\frac{i}{\theta_L-\theta_i} \qquad (2)$$

有了锋速即可按$L=rt$计算产流时刻锋面到达的深度。实用中关键是锋达深度内的平均含水率θ_L这个值，一般认为$\theta_L\approx\theta_s$（θ_s为饱和含水率），如Green-Ampt在其入渗方程中把θ_L简化为等于θ_s。但许多野外和实验资料都证明了θ_L并不等于θ_s。Проскуряков 1948年通

过试验表明在自由入渗时，土壤饱和度依降雨强度而定，并且任何一次试验中土壤饱和度都没有达到1.0。Булаговский[2]通过试验也得出类似结论，并解释为两个原因：一个是由土壤颗粒膨胀而使孔隙度变小，另一个是在入渗过程中，在孔隙中形成被挤压的空气，使土壤孔隙中存在不同形式的封闭气泡，而使其饱和含水量减少。这些气泡的表面曲率很大，因而能存在于比大气压大的压力下。1978年Гусев[3]通过试验得出锋内的平均饱和程度与起始含水量有关。我们对此也进行了分析。试验中已知每个时刻的锋面深度$L(t)$和累积下渗量$\int_0^t f\cdot dt=F(t)$，可作出$L(t)\sim t$和$F(t)\sim t$的相关图。由水量平衡方程（图4），任意t时刻锋面深度内的平均含水率θ_L可由下式求出：

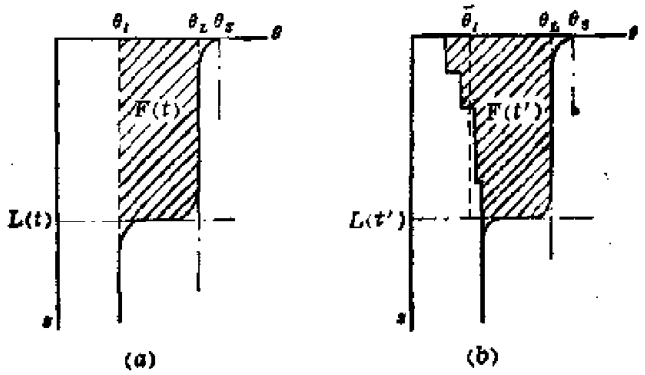


图 4　入渗示意图
（a）θ_i均匀分布；（b）θ_i不均匀分布

$$\theta_L=\frac{F(t)}{L(t)}+\theta_i \qquad (3)$$

计算结果见表1。

表 1　锋内平均含水率计算成果表

编　号	雨　率 (mm/min)	降雨历时 (min)	锋达深度 (mm)						
			50	100	200	300	500	700	1000
A1	3.04	45			0.306	0.318			
A2	2.94	42.5	0.247	0.250	0.246	0.249			
A6	1.17	60		0.233	0.234	0.241			
A11	2.03	120	0.236	0.228	0.226	0.233	0.240		
A19	0.70	120	0.265	0.264	0.261	0.257			
A20	1.89	421	0.316	0.295	0.267	0.259	0.250	0.253	0.255
B1	3.03	60			0.337	0.331			
B4	2.48	40	0.287	0.282	0.277				
B7	1.02	50	0.211	0.219	0.221				
B12	2.01	125	0.257	0.255	0.254	0.255	0.254		
B20	0.71	90	0.254	0.253	0.252	0.256			
B21	1.89	330	0.263	0.251	0.239	0.237	0.241	0.240	0.246

可以看出，锋内平均含水率均未达到饱和含水率（该试验土样的孔隙率为0.45），一般饱和度仅达0.6～0.7左右，低的只有0.5。这说明雨水入渗过程中并不能把全部空气挤出，同时饱和度有随着锋达深度的增加而减少的趋势。

（2）湿润锋面的吸力势 在采用Green-Ampt公式计算入渗时，必须知道锋前缘的吸力势ψ_F。1973年Mein-Larson[4]在稳定降雨入渗模拟时提出了用锋面的平均吸力势$\overline{\psi}$代替锋前缘吸力势ψ_F，计算公式为

$$\overline{\psi}=\frac{1}{K_s}\int_{K}^{K_s}\psi dK \tag{4}$$

式中，K_s——土壤饱和水力传导率；K——土壤在ψ吸力势下的水力传导率；ψ——土壤的毛管吸力势。

Hill曾建议对于起始为干的土壤，湿润锋前缘的吸力势可取为10133Pa。

Aggelides和Youngs[5]1978年通过试验测得了锋前的吸力，其值远比由式（4）所估算的要小，并证明了锋前的吸力接近Bouwer所建议的临界进气压力（该试验用的砂土其临界进气压力为1900Pa），而式（4）计算的锋前吸力势则要大50%。

Гусев[6]通过试验对各种土测定了渗透系数和锋前的有效吸力势。其值如表2所示。

表2 各种土壤的渗透系数和有效吸力势

土壤类别	渗透系数(mm/min)	有效吸力势(Pa)
中粒石英砂	16～20	600～700
细粒砂	3～5	1000～1100
砂壤土	0.4～0.7	1600～1700
壤土	0.04～0.07	4500～5500
天然结构的北高加索黑土	1～10	600～800

我们用试验资料对锋前的吸力势也进行了分析。试验中降雨为稳定的雨率i，在积水产流时刻（即$t=t_p$时），累积入渗量为

$$F(t_p)=(\theta_L-\theta_i)\cdot L(t_p) \tag{5}$$

根据达西定律t_p时刻的入渗率为

$$f(t_p)=K(\theta_L)\left[\frac{L(t_p)+\overline{\psi}}{L(t_p)}\right] \tag{6}$$

由于积水时刻$f(t_p)=i$，则由式（6）可得出

$$L(t_p)=\frac{\overline{\psi}}{\frac{i}{K(\theta_L)}-1} \tag{6'}$$

式（6′）代入式（5）得出

$$F(t_p)=\frac{m}{\frac{i}{K(\theta_L)}-1} \tag{7}$$

式中$m=(\theta_L-\theta_i)\overline{\psi}$。

同理积水产流后（$t>t_p$）t时刻的入渗率为

$$f(t)=K(\theta_L)\left[1+\frac{m}{F(t)}\right] \qquad (8)$$

式中$F(t)=L(t)\cdot(\theta_L-\theta_i)$，$m$同上。

在式（7）和式（8）中，试验中已知$F(t_p)$、i、$f(t)$和$F(t)$，剩下二个未知数$K(\theta_L)$和m可通过联解求出。知m值后可算出$\overline{\psi}$值。计算成果见表3。

表3 锋前平均吸力势$\overline{\psi}$的计算结果表

试验编号 / $\overline{\theta}_i$和$\overline{\psi}$值	A1	A2	A6	A11	A20	B1	B4	B12	B21
$\overline{\theta}_i$(cm³/cm³)	0.033	0.120	0.104	0.096	0.102	0.029	0.127	0.114	0.099
$\overline{\psi}$(Pa)	9624	868.4	1009	1174	1025	7304	674.5	711.2	2295

根据每次试验前的平均含水率θ_i，可以作出$\overline{\psi}$与θ_i的关系图（图5）。

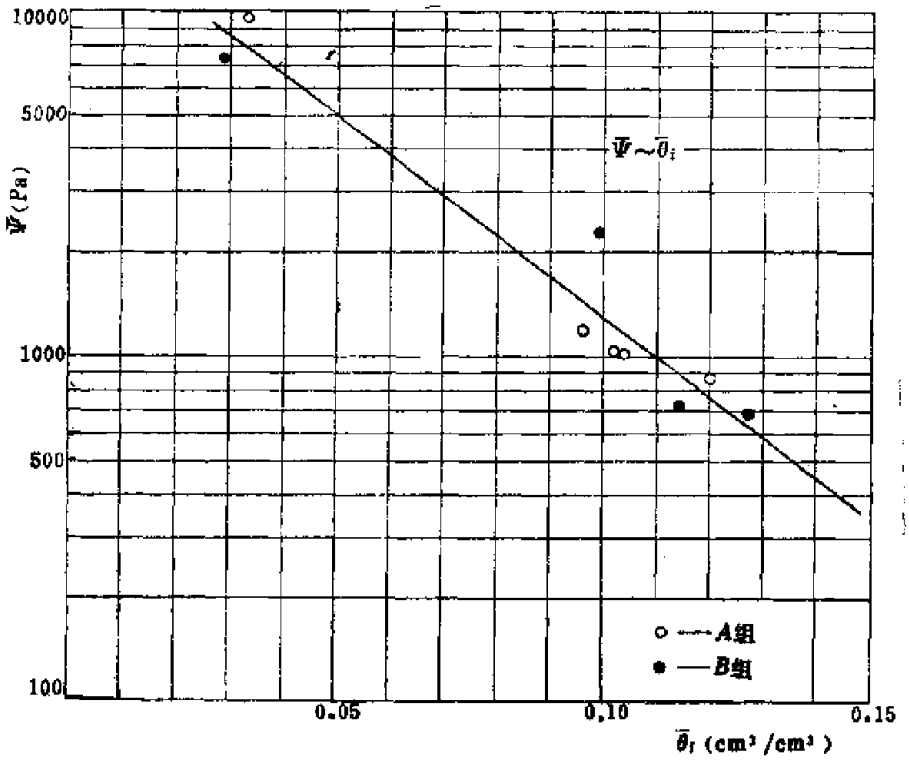


图5 锋前平均吸力势$\overline{\psi}$与平均起始含水量的关系图

由回归分析可得出$\overline{\psi}=19074e^{-16.84\overline{\theta}_i}$，其相关系数$r=0.965$。但在实际情况中土壤很

少干燥到0.08含水率以下，因此$\overline{\psi}$经常出现在1000～2000Pa之间，这与表2中砂壤土的吸力势相当。

2.下渗与降雨强度的关系

（1）*稳定降雨下雨强与积水时间的关系* 在稳定强度的降雨下，地面含水率渐达饱和并开始积水产流，这一时间把雨水入渗分为两种不同阶段的入渗。前一阶段雨水全部渗入土中，后一阶段雨水部分渗入土中，部分以径流形式流出。因此积水产流时间在入渗研究和计算中是一个很重要的特征。1972年Smith[7]用差分法求解Richards方程，得出积水时间t_p与降雨强度的关系式

$$t_p = a i^{-b} \tag{9}$$

式中，a和b对每一种土和给定的起始含水量来说是一常数。

1972年Parlange[8]得出的积水时间t_p的解为

$$t_p = \int_0^{\theta_s} \frac{D(\beta)\beta d\beta}{i[i - K(\beta)]} \tag{10}$$

式中，$D(\beta)$——土壤在β含水率时的扩散度（cm^2/s）；$K(\beta)$——土壤在β含水率时的传导度（cm/s）；i——稳定降雨强度（cm/s）；θ_s——饱和含水率。

当i很大时，$K(\beta)$与i相比可忽略不计，这时式（10）为

$$t_p = \int_0^{\theta_s} \frac{D(\beta)\beta d\beta}{i^2} \tag{11}$$

式（11）与式（9）相比，可得出$a = \int_0^{\theta_s} D(\beta)\beta d\beta$和$b = 2$。

常数a随土壤的物理特性而变，而b对所有的土来说在大雨强下应该接近为2。

我们将试验中的产流时间t_R（代替积水时间t_p）与相应的雨率i点绘在双对数纸上，可以看出其相关的趋势接近坡度为－2的直线，即$b \approx 2$（图6）。由于每次试验的起始含水量很难控制成一样，因此其外包线相应于比较小的起始含水量。

（2）*降雨强度对稳渗f_c的影响* 在连续降雨供水条件下，土壤最初阶段具有较大的下渗率，随着下渗水量的不断增加及下渗锋面的延伸，下渗率渐趋变小并趋于稳定，其值接近土壤的水力传导率。这个值称为稳定下渗率。

这次试验共采用6组不同雨率进行，可以分析雨率对稳渗的影响。但由于试验中降雨历时不一，视入渗率趋近稳定而定，因此无法进行统一降雨历时所相应的稳渗率的比较。只能采用那些起始含水量较大的试验来进行比较，估计这些试验末的入渗率比较接近稳渗率。图7是降雨强度与稳渗率的关系。可以看出，随着雨强增大稳渗率有增大的趋势。其原因主要是由于锋内土壤饱和度随着雨强而增大，饱和度的增加使其相应的$K(\theta)$也增加，在毛管吸力势梯度逐渐减少的情况下$K(\theta)$的增加也使所谓的稳渗增加。

为了进一步证实这一现象，我们进行了二次有同样初始条件的试验（表4）。试验都一直进行到底部排水率接近入渗率为止，可认为试验末的入渗率已接近稳渗率。由于二次试验

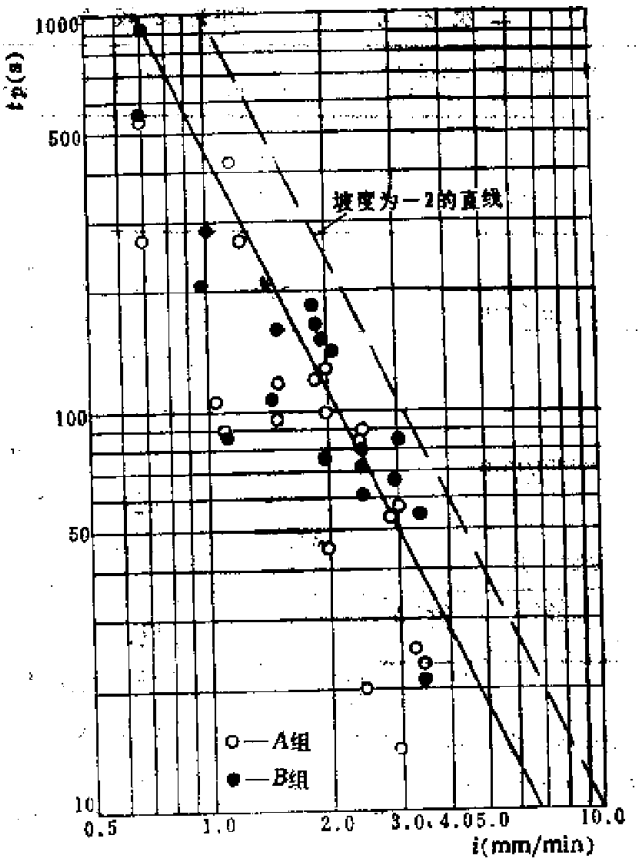


图 6 积水时间t_p与雨率i关系图

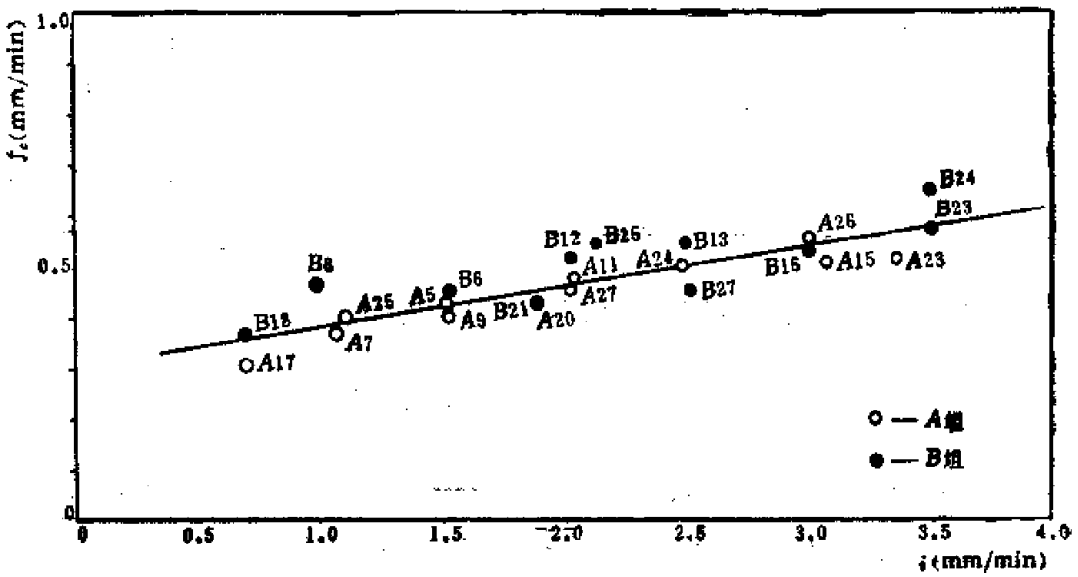


图 7 稳渗率f_c与雨率i的关系图

的雨率不一样，稳渗率有明显的差别（表4，图8）。

表4 二次不同雨率试验的比较表

编号	起始含水量 (mm)	总入渗量 (mm)	排水量 (mm)	土柱含水量 (mm)	$\bar{\theta}$ (cm^3/cm^3)	饱和度	雨率 (mm/min)	稳渗率 (mm/min)
B21	221.8	163.9	14.4	371.3	0.248	0.55	1.69	0.43
B23	219.5	353.0	84.4	468.1	0.325	0.72	3.50	0.68

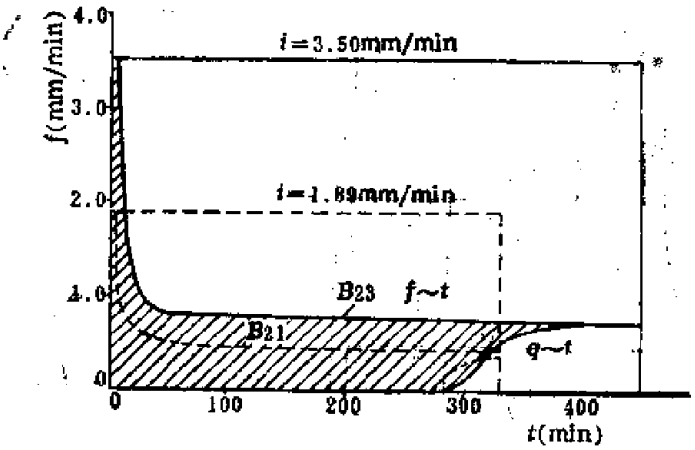


图 8 二次不同雨率的入渗过程线比较图

f—入渗率；q—排水率

（3）降雨间隔时间对稳渗的影响 试验中我们发现一次试验后紧接着做另一次试验，后一次的稳渗率将低于前一次的；反之，间隔久了能恢复增大。A22和A23二次试验雨率相等，起始均很湿润，由于相隔不到二天（表5，图9），后一次A23的稳渗率则小于A22的。A18和A19二次则相反，由于相隔了三个月A19次的稳渗率得到恢复较A18次的大。

我们认为上述现象，主要是由于不同残余空气含量所致。1974年，Morel-Seytoux和Khanji[9]考虑

表5 不同间隔时间下稳渗率的比较表

编号	日期	起始时间	雨率 (mm/min)	降雨历时 (min)	稳渗率 (mm/min)	间隔时间
A17	1982.10.25	9:42	0.70	90	0.307	≈2小时
A18	1982.10.25	14:08	0.71	75	0.275	≈3个月
A19	1983.1.27	20:16	0.70	120	0.474	
A22	1984.11.5	9:25	3.53	415	0.660	≈42小时
A23	1984.11.7	10:32	3.35	125	0.500	

水和空气二者在土壤中的流动，推出了类似Green-Ampt的入渗方程：

$$f=\frac{K_s}{\beta}\left\{1+[(h_f+H)(\tilde{\theta}_s-\theta_i)]\Big/\int_0^t f\,dt\right\} \qquad (12)$$

式中，K_s——土壤饱和状况下的水力传导度；β——粘滞校正数，变化于1.10至1.70；$\tilde{\theta}_s$——含残余空气的土壤饱和含水率；h_f——有效毛管吸力。

式（12）与Green-Ampt公式（8）相比，可以看出$K(\theta_L)=K_s/\beta$，$\theta_L=\tilde{\theta}_s$，也就

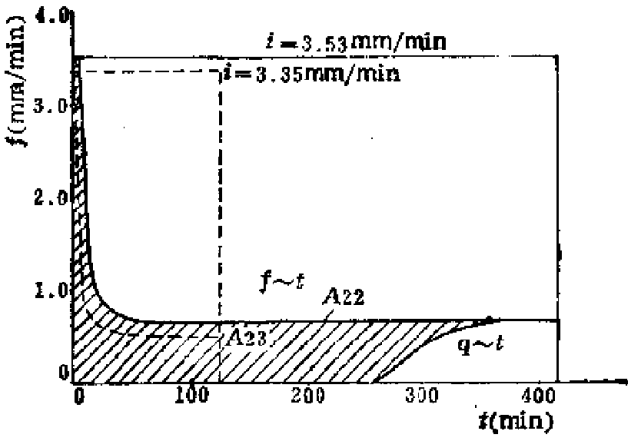


图 9 间隔时间对稳渗率f_c的影响

f—入渗率，q—排水率

是说在雨水入渗过程中，土壤不可能完全饱和，其中还含有一定量的残余空气，所相应的水力传导度$K(\theta_i)$由于$\beta>1.0$，也就必然小于饱和水力传导度K_s。因此，不同的雨水入渗初始条件会造成不同的残余空气饱和含水率$\tilde{\theta}_i$，其相应的水力传导度$K(\tilde{\theta}_i)$，即稳渗率也就不同。

四、结　　论

（1）在雨水的土壤入渗中湿润锋是客观存在的，建立在锋面运动规律基础上的入渗公式也是合理的。关键是锋内土壤的饱和度不等于1.0，试验中一般仅达饱和含水率（或孔隙率）的0.6～0.7左右，且与雨率和起始含水量有关。

（2）湿润锋面的平均吸力势与起始含水量有很好的关系，其形式为$\overline{\psi}=ae^{-b\bar{\theta}_i}$。

（3）稳定降雨下雨率和积水时间的关系为$t_p=aR^{-b}$，a与起始含水量有关，$b\approx 2$。

（4）降雨强度对稳渗有一定的影响，随着雨率增大，稳渗增大。这主要是通过加大土壤饱和度来提高其水力传导率K而达到的。

（5）间隙降雨对稳渗也有明显的影响。对雨后不久的继续降雨，土壤达到的稳渗率较小。

这次试验是在均质土柱，稳定雨率下进行的，且仅对一种砂壤土进行了试验，因此所得结论是局限的，有待进一步深入研究。但所观测到的一些现象和特征可供制定入渗模型时参考。

参 考 文 献

[1] 刘彩堂、童丁钊，半导体多点式土壤湿度计的研制，水文，1984年第6期。

[2] Будаговский, А.И., Впитывание воды в почву, Изд-во АНСССР,

1955.

[3] Гусев, Е.М., Зависимость интенсивности впитывания воды в почву от ее начальной влажности, Водные Ресурсы, 1978, No.5.

[4] Mein, R.G., and C.L.Larson, Modeling Infiltration during a Steady Rain, Water Resour.Res., 1973, No.9.

[5] Aggelides, S., and E.G.Young, The Dependence of the Parameters in the Green and Ampt Infiltration Equation on the Initial Water Content in Draining and Wetting States, Water Resour.Res., 1978, No.5.

[6] Гусев, Е.М., Экспериментальное исследование напорного впитывания —В Кн: Физика почвенных вод, М., Наука, 1980.

[7] Smith, R.E., The Infiltration Envelope: Results from a Theoretical Infiltrometer, J.Hydrol., 1972, No.17.

[8] Parlange, J.Y., Theory of Water Movement in Soils, Soil Sci.,1972, 114(1).

[9] Morel-Seytoux, H.J., and J.Khanji, Derivation of an Equation of Infiltration, Water Resour.Res., 1974, 10(4).

一维下渗的数值计算和试验*

唐海行 沈光强 张和平

一、前 言

随着高速电子计算机的发展，许多难以处理的数值计算方法变得非常简单和有效。非饱和土壤水运动的数值计算同样也得到迅速发展，并已成为研究非饱和土壤水问题的一个重要手段。

当前在非饱和土壤水问题的数值计算中常采用两种方法，一种是用差分法或有限元法来求解描述非饱和土壤水运动的二阶偏微分方程[3,4]，另一种是把偏微分方程概化为一组常微分方程来求解[1,2]。本文采用后一种方法进行一维下渗的计算，并用物理模型试验的结果加以验证，再用该法进行数值试验来研究雨水下渗的基本规律，探讨降雨强度、雨型、起始含水量及其不同分布对雨水下渗的影响。所提方法和数值试验的结果可供产流计算应用或参考。

二、一维下渗的模拟及其计算方法

非饱和土壤水运动的基本方程是 Richards 于1931年根据达西定律和连续原理首先推导得出，其形式为

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)-\frac{\partial}{\partial z}(K_z) \quad (1)$$

式中θ为体积含水量；ψ为土壤水的基质势；K_x、K_y、K_z分别为x、y、z方向非饱和土壤水的导水率。

当水分主要以垂直方式进入非饱和土壤时，则式（1）可写为

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)-\frac{\partial}{\partial z}(K_z) \quad (2)$$

式（2）即为雨水一维下渗的基本微分方程式。

为便于计算我们把土壤剖面分成M层，取其中i层建立土壤水的通量方程和平衡方程(图1)。

对于非饱和土壤，其总势能h主要由$\psi(\theta)$和z两部份组成。其中$\psi(\theta)$代表张力水头，可由张力计测量；z代表重力部分，由一参考面算起。例如i层的总势能为

$$h_i=-\psi_i-z_i \quad (3)$$

*本文完成于1985年11月。

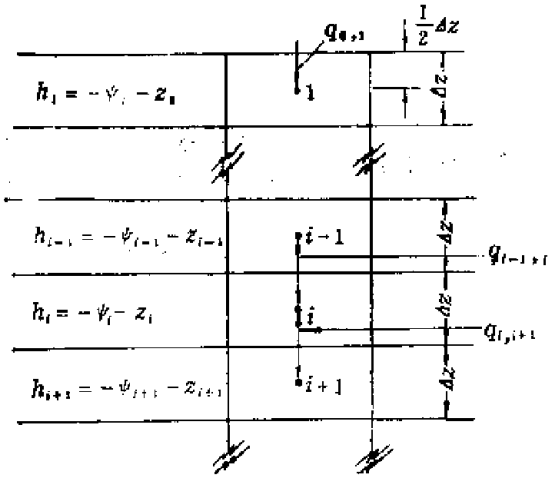


图 1 土壤剖面示意图

根据达西定律，单位时间内由$i-1$层流向i层或由i层流向$i+1$层的水量为

$$q_{i-1,\,i}=\left[\frac{K(\theta_{i-1})+K(\theta_i)}{2}\right]\frac{\psi_i-\psi_{i-1}+\Delta z}{\Delta z} \qquad (4)$$

同理，由i层流向$i+1$层或由$i+1$层流向i层的水量为

$$q_{i,\,i+1}=\left[\frac{K(\theta_i)+K(\theta_{i+1})}{2}\right]\frac{\psi_{i+1}-\psi_i+\Delta z}{\Delta z} \qquad (5)$$

根据水量平衡方程$\partial\theta/\partial t+\partial q_s/\partial z=0$，可求出单位时间$\Delta t$内$i$层土壤体积含水量的变化为

$$\Delta\theta_i=(q_{i-1,\,i}-q_{i,\,i+1})\frac{\Delta t}{\Delta z} \qquad (6)$$

这样在单位时间步长Δt内由第一层至M层先计算每层间的流率，然后用式（6）计算每层含水量的变化。在具体计算中我们采用迭代法，每一时间步长的计算反复迭代直到各层含水量前后二次的计算值之差达到所规定的精度为止，即满足

$$\max\left|\frac{\theta_i^P-\theta_i^{P-1}}{\theta_i^P}\right|\leqslant[e] \qquad (7)$$

式中，P为试算次数，$[e]$为所规定的相对误差精度。详细的计算步骤可见计算框图（图2）。

采用重复迭代的方法，可以达到较高的精度，但比较费时。为了节省计算时间，我们采用三次逼近的方法，其效果显著，精度可与相对误差$[e]=0.005$的多次逼近相当。其计算步骤如下：

（1）由时段初θ_0计算第一次近似的时段末含水量θ_i^1；

（2）以$(\theta_0+\theta_i^1)/2$再次计算近似的时段末含水量θ_i^2；

（3）再以$\frac{1}{2}[\theta_0+\frac{1}{2}(\theta_i^1+\theta_i^2)]$计算$\theta_i^3$，$\theta_i^3$即为最终计算出的时段末含水量。

下渗率的计算和上边界条件的处理如下：

根据达西定律下渗率即单位时间内通过第一层表面的水量为

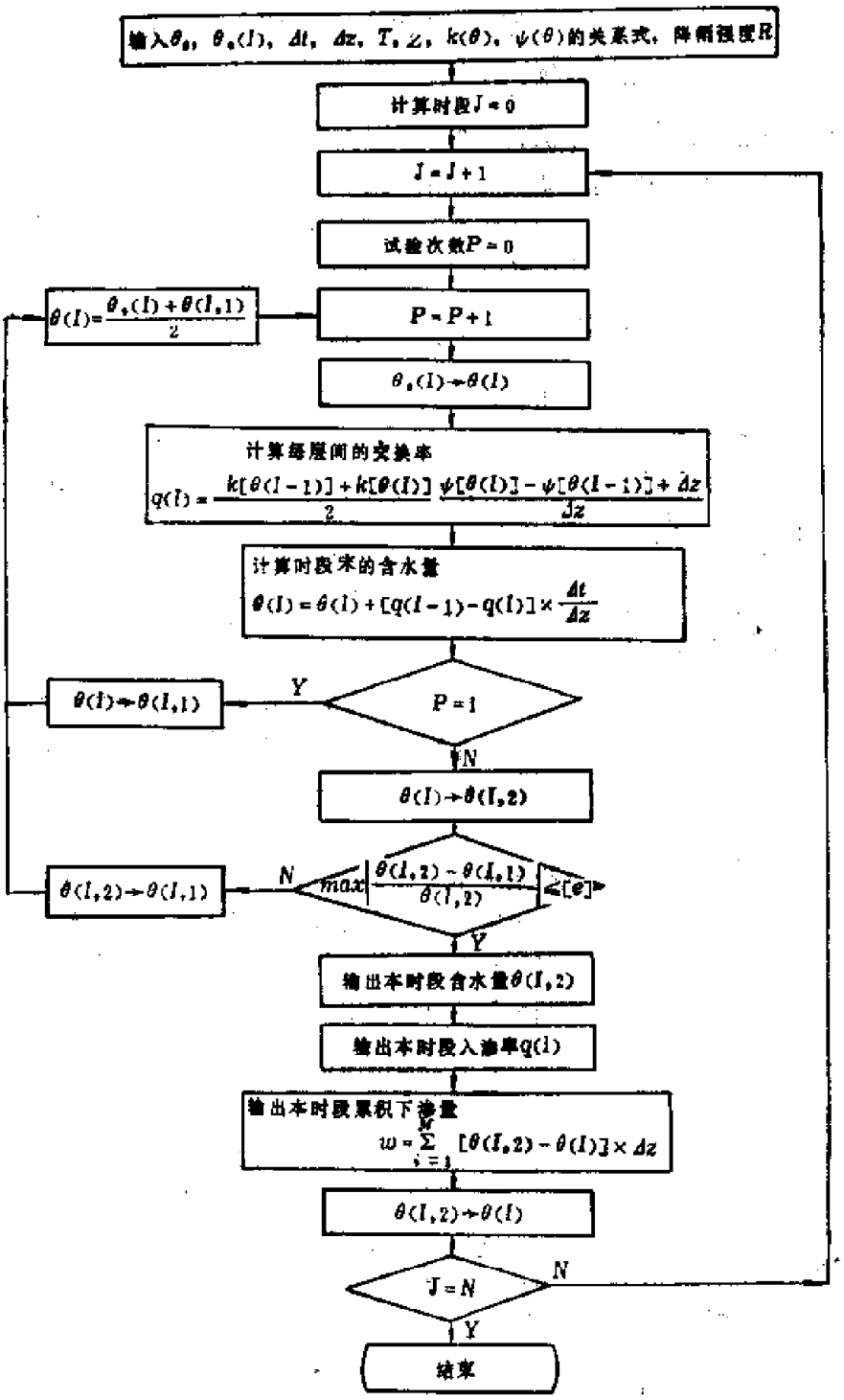


图 2 一维下渗数值计算主框图

$$q_{0,1}=\left[\frac{K(\theta_0)+K(\theta_1)}{2}\right]\frac{\psi_1-\psi_0+\frac{\Delta z}{2}}{\frac{\Delta z}{2}} \qquad (8)$$

当降雨强度$R(t)>q_{0,1}$时，土壤表面积水处于饱和状态$\psi_0=0$，则

$$q_{0,1}=\left[\frac{K(\theta_0)+K(\theta_1)}{2}\right]\frac{2\psi_1+\Delta z}{\Delta z} \tag{8-1}$$

当降雨强度$R(t)\leqslant q_{0,1}$时，取$q_{0,1}=R(t)$。

本次试验暂只考虑短历时的次暴雨入渗情况，故下边界条件取最末层含水量等于常量（初始值）。

最初下边界的计算采用八层土壤含水量的增量近似公式

表 1 降雨入渗试验结果与计算结果的比较

编号 No.	降雨强度 (mm/min)	降雨历时 T (min)	不同深度的前期含水率(cm^3/cm^3)					$W(T)$ (mm)		K_s
			10cm	30cm	50cm	70cm	100cm	实测	计算	
1	1.205	300	0.263	0.274	0.218	0.155	0.155	50.40	50.63	10.0
2	0.678	380	0.164	0.167	0.167	0.171	0.171	75.33	76.68	10.0

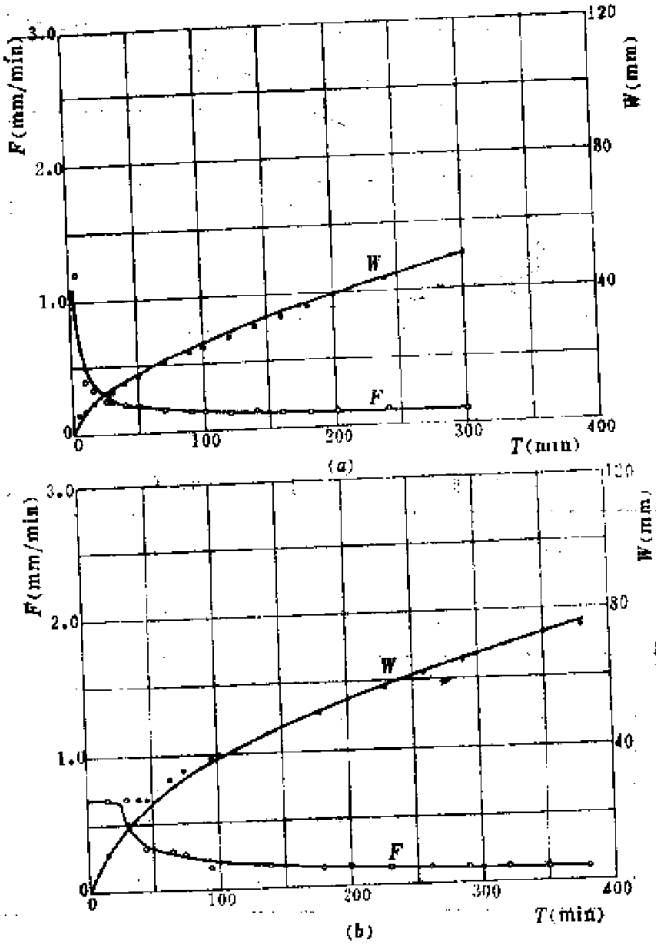


图 4 计算和实测下渗过程线的比较图

(a) 第一次试验；(b) 第二次试验

点据为实测数据；实线为计算结果

律。在实际应用中，可以先测定土壤水分运动的参数，然后再用实测的资料进一步验证和率定参数。

四、数值试验和分析

对第二次试验的初始条件用上述计算方法分别进行不同雨强、雨型、不同起始含水量

及其分布的数值试验。

1.不同雨强的试验

分别以3.0，2.0，1.0，0.7，0.5mm/min五种雨强均匀降雨400min，计算出相应的入渗过程线（图5），计算结果列入表2。

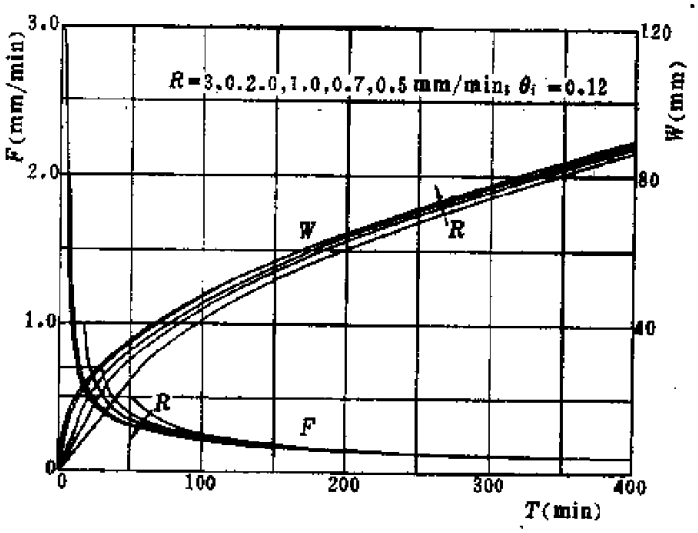


图 5 不同雨强的计算入渗过程线

表 2 不同雨强下渗的计算结果 单位 R、F：mm/min；W：mm

降雨强度 R	产流时间 t_R (min)	t=50min		t=100min		t=200min		t=300min		t=400min	
		F	W	F	W	F	W	F	W	F	W
3.0	2.0	0.28	29.72	0.19	40.80	0.14	56.54	0.12	69.07	0.11	80.10
2.0	4.0	0.28	29.47	0.19	40.62	0.14	56.42	0.12	68.98	0.11	80.00
1.0	12.0	0.30	28.16	0.20	39.17	0.14	55.76	0.12	68.41	0.11	79.51
0.7	20.0	0.32	28.53	0.21	38.61	0.14	54.98	0.12	67.76	0.11	78.89
0.5	35.0	0.38	23.61	0.22	36.72	0.15	53.68	0.12	66.68	0.11	77.90
最大差值		0.10	6.11	0.03	4.08	0.01	2.86	0.00	2.39	0.00	2.20

雨强对下渗曲线和入渗量的影响明显地反映在入渗初期，入渗率在200min后几乎一样，入渗量也由50min时五种雨强入渗量的最大差值6.11mm减少到400min时的2.20mm。

雨强对产流时间t_R（即积水时间t_p）的影响是非常明显的，1972年Smith[6]用差分法求解Richards方程得出积水时间t_p与降雨强度的关系式为

$$t_p = aR^{-b} \tag{12}$$

式中a和b对每一种土和给定的起始含水量来说是一个常数。我们于1982年在室内进行的试验也证实了这一点[8]。这次数值试验对一种土的三种不同起始含水量分别进行计算，计算结果又一次反映了这一规律。同时也表明了a与起始含水量有关，而b对一种土来说接近常数（图6）。

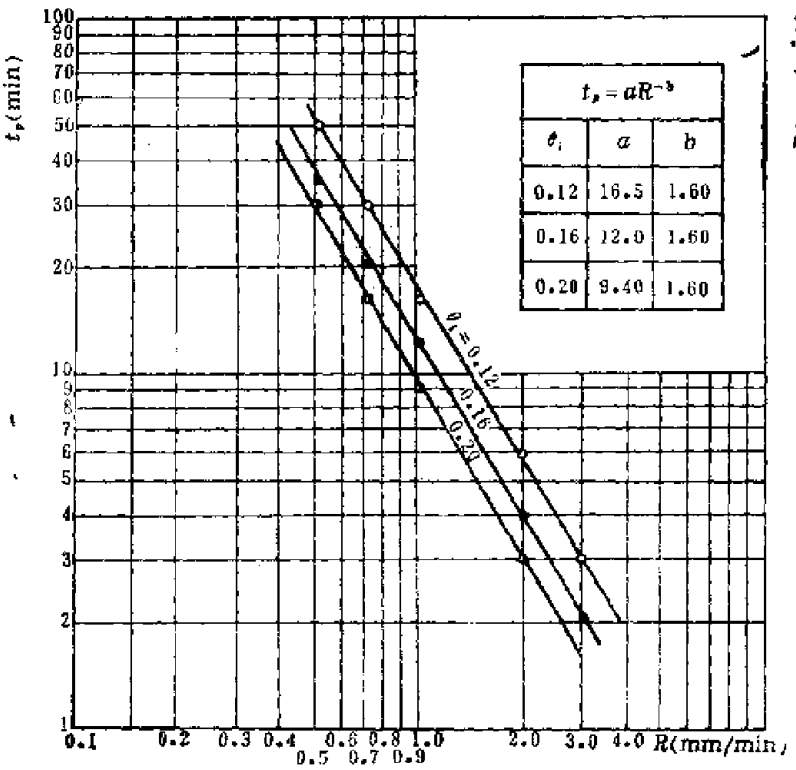


图 6 降雨强度与产流时间的关系图

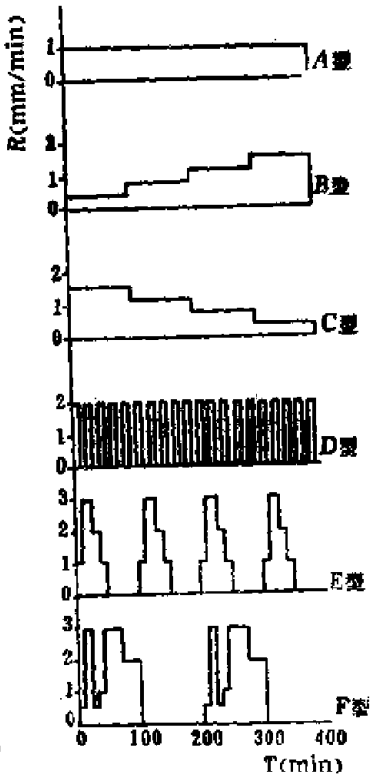


图 7 六种不同的试验雨型

2.不同雨型的试验

在400mim内分别以六种雨型降400mm雨量（图7），计算得出的六种不同雨型的下渗曲线如图8所示。计算结果列入表3。

表 3 不同雨型下渗计算结果的比较 单位 t: min F: mm/min W: mm

雨型	t=50		t=100		t=200		t=300		t=400		
	F	W	F	W	F	W	F	W	F	W	$K=(P-W)/P$
A	0.30	28.16	0.20	39.71	0.14	55.76	0.12	68.41	0.11	79.51	0.801
B	0.40	19.99	0.24	34.66	0.15	52.31	0.12	65.55	0.11	76.88	0.808
C	0.29	29.22	0.20	40.45	0.14	56.29	0.12	68.86	0.11	79.91	0.800
D	0.41	23.91		30.54		42.96		52.95		61.74	0.846
E	0.30	28.21		28.21		40.98		50.98		59.78	0.851
F	0.31	27.29	0.20	39.12		39.12	0.14	57.73		57.73	0.856

3.不同起始含水量的试验

这组试验分两种情况进行，一种是不同起始含水量均一分布的情况；另一种是相同蓄水量而不同分布的情况。

（1）不同起始含水量均一分布的情况 对含水量为20%、25%、30%、35% 和 40%的五种均一分布情况分别计算降雨强度为1.0mm/min的下渗过程线，计算的过程线如图9所示。计算的结果列入表4。

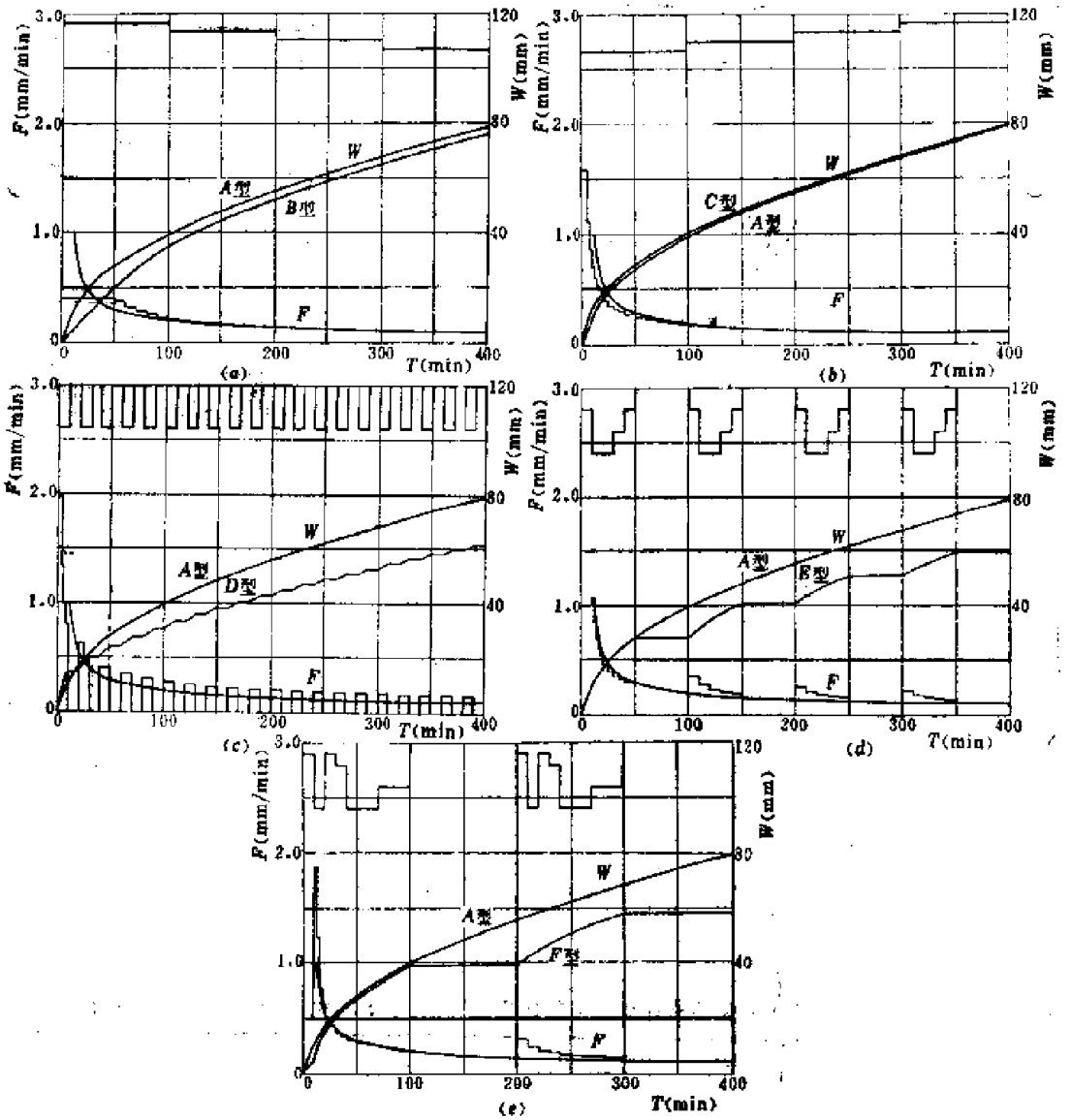


图 8 不同雨型的降雨入渗过程线比较图

(a)A型与B型；(b)A型与C型；(c)A型与D型；(d)A型与E型；(e)A型与F型

表 4 不同起始含水量条件下下渗的计算结果 单位t：min F：mm/min W：mm

起始含水率(%)	起始含水量(mm)	t=50			t=100			t=200			t=400		
		F	W	$K=\frac{P-W}{P}$	F	W	$K=\frac{P-W}{P}$	F	W	$K=\frac{P-W}{P}$	F	W	$K=\frac{P-W}{P}$
0.20	200	0.26	24.76	0.505	0.18	35.25	0.648	0.13	50.18	0.749	0.11	72.91	0.818
0.25	250	0.22	20.03	0.599	0.16	29.10	0.709	0.12	42.39	0.788	0.11	64.16	0.840
0.30	300	0.19	15.35	0.698	0.14	23.09	0.769	0.11	34.84	0.826	0.11	57.16	0.857
0.35	350	0.16	11.08	0.778	0.12	17.35	0.827	0.11	27.80	0.861	0.11	50.16	0.875
0.40	400	0.12	6.91	0.862	0.11	11.55	0.885	0.11	21.75	0.891	0.11	40.95	0.898
最大差值		0.14	17.85	0.357	0.07	23.70	0.237	0.02	28.43	0.142	0.00	31.96	0.080

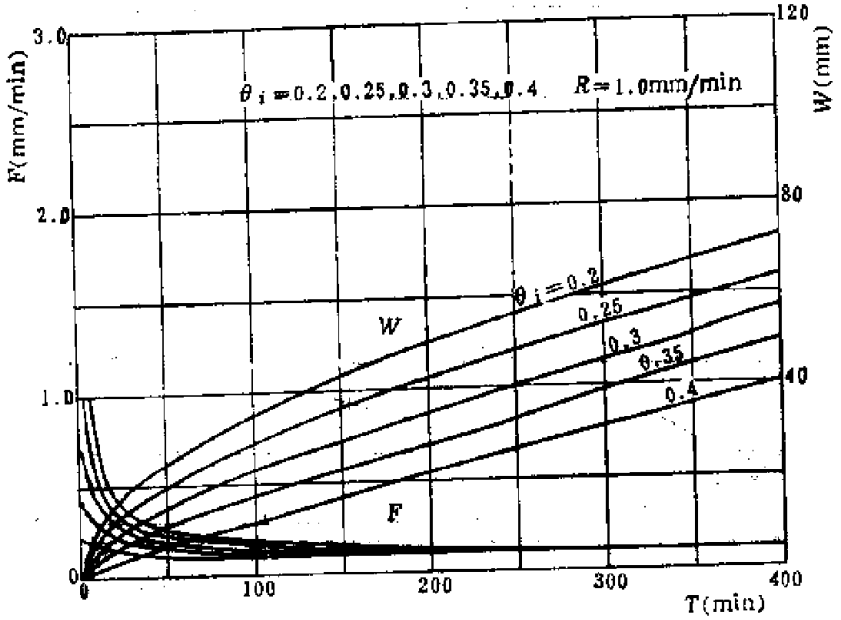


图 9 不同起始含水量的降雨入渗过程线比较图

从试验的结果可以看出，不同起始含水量对下渗过程的影响是明显的，但主要还是在下渗初期，300min后几乎没有影响。问题有趣的是在400min入渗率趋于一致后，每次总的下渗量与前期蓄水量之和是否相等。取起始含水量为20%和25%的二次试验，这二次入渗锋到达深度均为40cm，则前期影响层的蓄水量W_0分别为80和100mm，W_0+W_{400}分别为152.91和164.16mm，二者相差11.25mm。这说明不同起始含水量条件下均匀降雨的入渗率达到一致时，影响层内的蓄水量并不相等，因此在入渗计算中仅用土壤蓄水量作为前期影响唯一指标时，可能会带来一定的误差。

（2）相同起始蓄水量不同分布的情况

为了研究起始含水量不同分布对下渗的影响，我们选用了三种典型分布来进行数值试验（图10），其起始蓄水量均为300mm。试验雨强采用1.0mm/min。计算的入渗过程线如图11所示，计算结果列入表5。

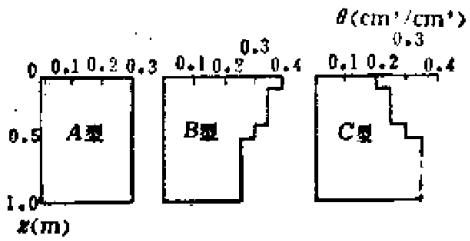


图 10 三种不同起始含水量的分布

可以看出起始含水量的分布对下渗量有明显的影响。与均一分布的情况相比，200min时B型较A型少9.48mm，占27.2%，而C型较A型多11.98mm，占34.4%。200min后其差值渐趋稳定。

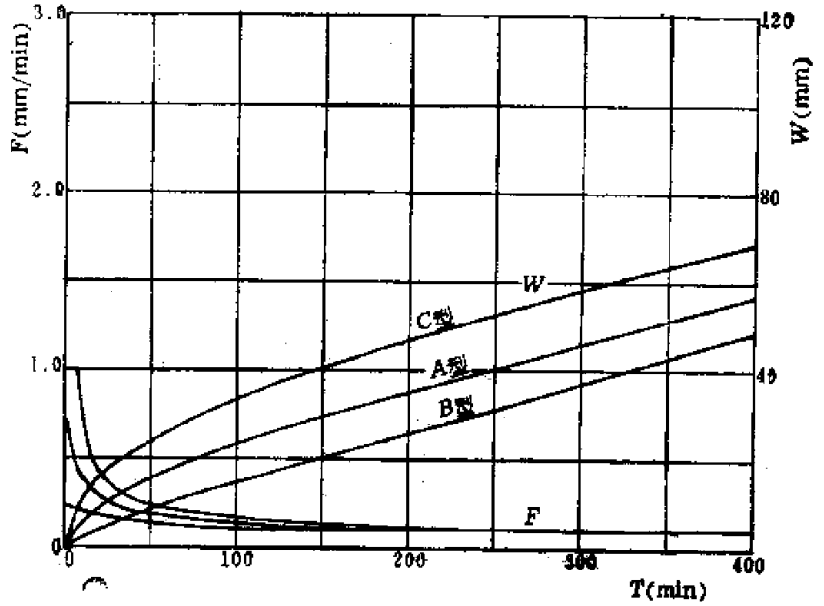


图 11 不同起始含水量分布的降雨入渗过程线比较图

表 5 不同起始含水量分布的下渗计算结果 单位 F：mm/min；W：mm

分布类型	t=50min		t=100min		t=200min		t=300min		t=400min	
	F	W	F	W	F	W	F	W	F	W
A	0.19	15.35	0.14	23.09	0.11	34.84	0.11	45.51	0.11	57.16
B	0.14	8.44	0.11	14.48	0.11	25.36	0.11	36.98	0.11	48.97
C	0.24	23.92	0.17	33.30	0.12	46.82	0.11	57.92	0.11	68.70
B−A	−0.05	− 6.91	−0.03	− 8.61	0.00	− 9.48	0.00	− 8.53	0.00	− 8.22
C−A	+0.05	+ 8.57	+0.03	+10.21	+0.01	+11.98	0.00	+12.41	0.00	+11.54
(B−A)/A		−45.0%		−37.3%		−27.2%		−18.7%		−14.4%
(C−A)/A		+55.8%		+44.2%		+34.4%		+27.3%		+20.2%

五、结 语

（1）本文所提的一维下渗模型和计算方法，经物理模型试验结果的验证是合理的，且有较高的精度，关键是确定$K(\theta)$和$\psi(\theta)$与θ的关系。一般这些参数可以测定，但在具体应用中可以由实测资料来进一步率定或优选。模型稍加改变可以用于土壤的蒸发计算。

（2）降雨强度、雨型、起始含水量及其分布对下渗过程的影响主要反映在降雨初期，随着降雨历时的增长，其影响减弱。

（3）雨型的影响有两种情况。连续性的雨型和间断性的雨型有明显的差别，在连续的降雨条件下雨型影响不大，但间断降雨条件下雨型的影响增大，且随间歇停雨时间的增长而增加。因此在连续降雨条件下，简化为平均雨强计算下渗，误差不会很大，而在间断降雨条件下，只能在降雨期内简化，不能全时段平均计算，不然会带来较大的误差。

（4）起始含水量对下渗的影响也有两种情况。在均一分布情况下随着起始含水量的增加，下渗率和下渗量均减少。但达到同样下渗率时所相应的总蓄水量并不相等。起始含水量的不均匀分布对下渗影响更大，因此在产流计算中起始含水量的分布也是一个重要的因素，不考虑它会带来较大的误差。如果在计算中考虑"影响层"，在其层内简化为均一分布的起始含水量，这样计算误差会减小，但是在连续计算中"影响层"并不是一个固定值，因此在计算中也很难考虑，最好还是采用连续性的模型来计算。

（5）所提模型和计算方法还有待用野外实测资料来进一步验证，但其数值试验的结果可供各种用途的雨水下渗计算所参考。

参 考 文 献

[1] 罗焕炎等译，土壤水动力学的计算机模拟，农业出版社，1979。

[2] Van Der Ploeg, R.R., Simulation of Moisture Transfer in Soils: One—Dimensional Infiltration, Soil Sci., 1974, 118(6).

[3] Hanks, R.J., and S.A.Bowers, Numerical Solution of the Moisture Flow Equation for Infiltration into Layered Soils, Soil Soc. Am. Proc., 1962, No.26.

[4] 雷志栋、杨诗秀，非饱和土壤水一维流动的数值计算，土壤学报，1982年第二期。

[5] Smith, R.E., The Infiltration Envelope: Results from a Theoretical Infiltrometer, J.Hydrol., 1972, No.17.

[6] 唐海行执笔，人工降雨条件下土柱入渗的实验研究，本论文集。

计算机及遥感技术在水文水资源中的应用

对实时水文信息收集处理系统中若干问题的探讨*

高泽宇 唐海行 崔信民

近年来，由于通信和计算机技术的发展，促进了防洪调度自动化的进程，增强了防御洪水的能力，提高了水资源综合利用的效率。当前防洪调度自动化系统已广泛应用计算机技术，并已发展成为一种局部的计算机网络和一种专用的联机实时处理系统。本文将着重从计算机网络和联机实时系统的角度，根据水文测报系统的特点和要求谈谈对实时水文信息收集处理系统（以下简称为“实时系统”）的一些看法。同时结合我们研制的NHI-1模拟系统介绍系统的通信控制规程和通信软件的实现。

一、什么是“实时系统”

一般实时洪水预报调度系统或水资源管理调度系统应包括“实时系统”，实时洪水预报软件系统和实时防洪调度软件系统及其它水资源管理调度软件系统。其中“实时系统”是上述系统的基础。它向其它应用软件系统提供实时的水文气象信息，以便进行实时洪水预报，优选调度方案，作出最优决策，同时根据实时系统的反馈信息修正预报和决策，从而实现防洪、供水、发电的优化调度，提高防洪能力和水资源利用的社会经济效益。我们认为，先进的“实时系统”是一个由多个分站的计算机系统、几个中心站的计算机系统、各类传感器和通信设备组成的计算机通信网络。网络中分站的水文数据根据系统的要求被传输到中心站以便进行预报、调度和管理。另一方面，从实时系统的含义出发，它又是一个具有自动性、联机性、实时性和可靠性的联机实时数据处理系统。它能够实时地控制分站自动采集处理水文数据；能够进行分站与中心站之间、中心站与中心站之间的数据传输；能够实施故障的处理与功能的恢复。因此先进的“实时系统”可认为是一个具有实时自动信息收集和处理功能的计算机通信网络。

二、“实时系统”的分类

从不同的角度出发，可把“实时系统”分成多种类型。这里我们从下列四个角度对系统进行分类：

从通信的角度出发，根据系统的传输对象、传输方式和速度、信道的种类以及分配方

*本文于1986年5月完成。

式，可以分成多种类型。但一般按信道的类别把它们分成：有线，无线（短波、超短波、微波）和通讯卫星诸类。

从计算机网络结构出发，可把“实时系统”分成三类：星形结构，层次结构，网状结构。

按系统中信息交换的方式，可把它们分成：成批交换信息系统，转贮方式交换信息系统和直接方式交换信息系统。

依据系统控制分站通信的方式，可把它们分成：自报式系统，应答式系统和混合式系统。

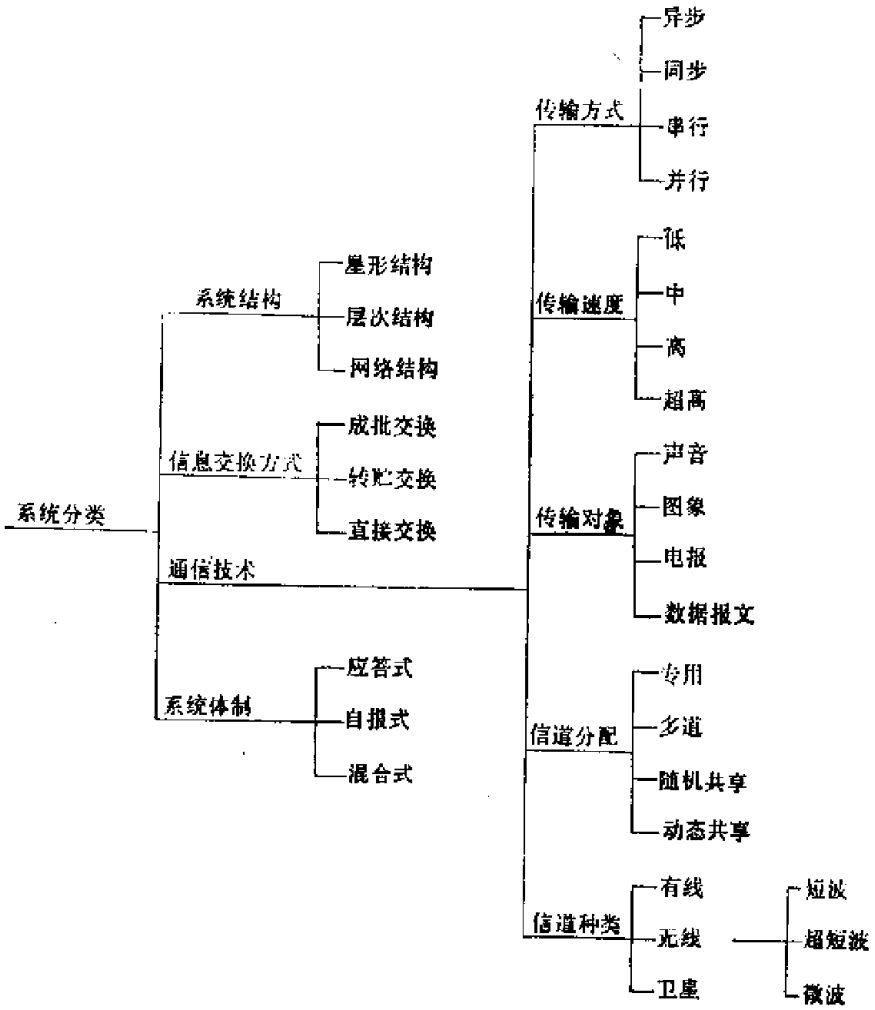


图 1 系统分类图

三、“实时系统”的通信控制规程（网络协议）

1.引入通信控制规程的目的和意义

通信控制规程[1]是为了使网络中各计算机之间数据通信能圆满完成，而对通信双方如

何交换信息建立的一些规定。在一个网络系统中，借助于通信规程可实现统一的报文格式，统一的传输命令，统一的控制传输顺序，统一的编码制式，以及对网内各站点、用户、程序名统一命名，以便在大的计算机网内简化通信的过程。

在“实时系统”中同样也必须引入通信控制规程。因为：

（1）“实时系统”是一个含有多种计算机、通信设备、终端和各类传感器的计算机网络。特别对大、中流域的系统，为了满足各种通信要求和各种子网络结构的特点，必须建立一套网络的通信规程以保证通信的顺利进行。

（2）随着科学技术的发展，现代的水文信息系统将是一个由“实时系统”，各类水文信息处理系统、分布式水文数据库系统、工程水文计算软件系统等组成的大型计算机网络（包括通信网络和资源网络）。而通信控制规程则是建立和实现这一网络不可缺少的组成部分。

（3）引入通信控制规程有利于系统的进一步发展。

2.通信控制规程的类别

目前在一般有线计算机网络中都采用以下二类通信控制规程：面向字符的通信控制规程和面向比特的通信控制规程。

（1）面向字符的通信控制规程特点　这类规程以字符为单位传输信息，并规定十个控制字符用于传输控制；采用ASCII码，国际标准五单位码，EBCDIC码或六单位转换码；以同步或异步方式传输数据；通信方式为双工或半双工；错误校验码用方阵码或循环码；采用等待发送方式。此类规程与面向比特的通信控制规程相比有下列缺点：

1）正文报文和监控报文格式极不统一；

2）代码相关，即正文报文内不允许出现控制字符，因此，无传输透明性；

3）对起重要作用的控制字符仅作奇偶校验，可靠性差；

4）采用等待发送方式，降低了传输效率。

具有代表性的这类规程是：IBM公司的二进制应步通信规程（BSC）[2]和ISO的基本型（BM）及扩展基本型（XBM）通信控制规程。目前已被广泛应用的异步通信规程是：XMODEM[3]，XON/XOFF[3]等面向字符的异步通信数据控制规程。

（2）面向比特的通信控制规程特点

1）采用统一的帧（FRAME）格式，无论是正文报文或监控报文均以帧为单位传输；

2）编码的独立性和传输的透明性，报文数据和控制信息是完全独立的，不受任何比特制式和字符宽度的限制；

3）具有完善的防护手段，对报文数据和控制信息均采用检错力较强的循环冗余校验（CRC）；

4）采用连续发送方式，大大提高了传输效率。

具有代表性的这类规程是：同步数据链路控制规程（SDLC）[2]和ISO推荐的高级链路控制规程（HDLC）[2]。另外，CCITT提出的X.25[5]建议书也是基于比特的一种通信控制规程，是上述二种比特规程的处展。

3.“实时系统”中采用的通信控制规程

由于在“实时系统”中，一般采用异步串行的传输方式，故我们认为面向字符的异步通信控制规程比较适合此系统的特点。下面结合我们研制的NHI-1模拟系统给出一个“实时

系统”的通信控制规程，该规程参考了BSC通信控制规程与XMODEM基本一致。

（1）数据通信的控制步骤

1）准备好通信设备（控制电台发送/接收状态）；

2）建立收发关系；

3）进行数据交换；

4）结束传输数据；

5）改变通讯设备状态。

（2）通信控制字符集　该字符集含信息间隔字符和通信控制字符（表1）。

表1　　通信控制字符表

字符	意义	字符	意义
SOH	报头开始	ENQ	请求应答
STX	正文开始，报头结束	ACK	肯定应答
ETX	正文结束	EOT	传输结束
ETB	正文信息组结束	NAK	否定应答
CLE	转义字符	SYN	同步指示符

（3）二站点间的信息交换流程（图2）。

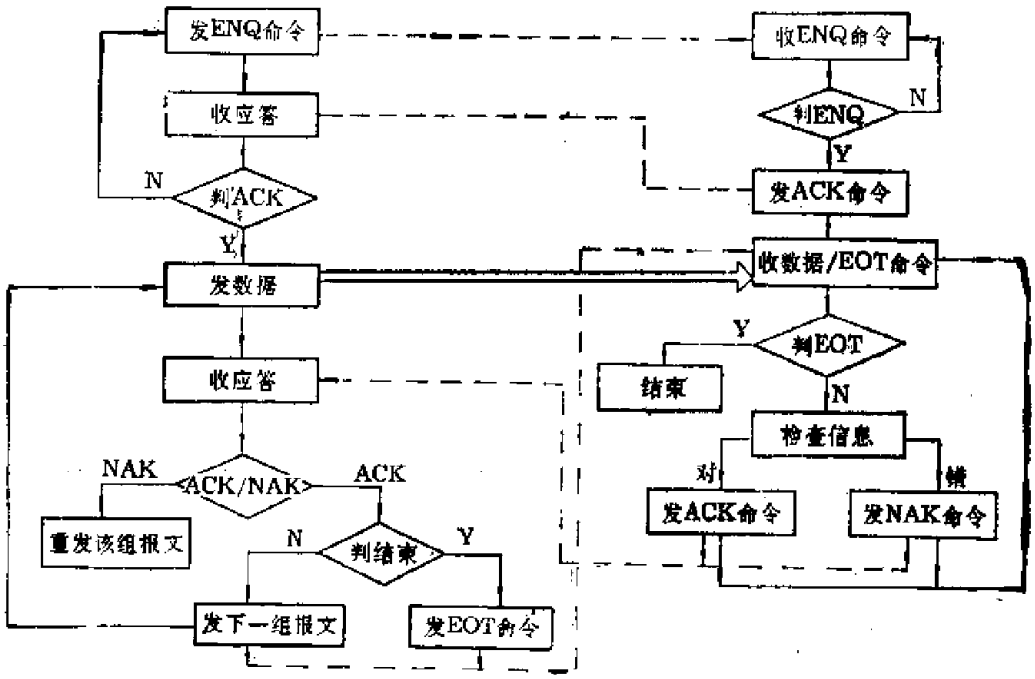


图2　二站点间的信息交换流程

（4）报文格式

1）正文报文格式如下：

单一报文格式为 |SOH|报头|STX|正文|ETX|校验码|ETB|

多报文组格式为

|SOH|报头|STX|正文1|ETX|校验码|……|STX|正文N|ETX|校验码|ETB|

其中报头格式为 |发送站号|接收站号|类型|

这里的类型标志报文是命令报文或正文报文。

正文格式为 |站号|水位标志|水位|雨量标志|雨量|其它|

2）命令报文格式为 |SOH|报头|STX|命令正文|ETX|校验码|ETB|

其中报头格式与正文报文中的报头格式相同。

命令正文采用通信控制字符作为控制命令，它们是：

ENQ —— 请求应答/发送请求；

ACK —— 允许发送/肯定应答；

NAK —— 否定应答/重发报文；

EOT —— 结束传输。

（5）错误校验 错误校验有重码校验，方阵校验和重发纠正三种。

为了提高一次通信的有效率，每次发送三个同样的报文。对命令报文另规定类型码与命令码相同。中心站收到命令后，只要命令码或类型码正确就可以正确接收。检错和纠错的流程详见图3。

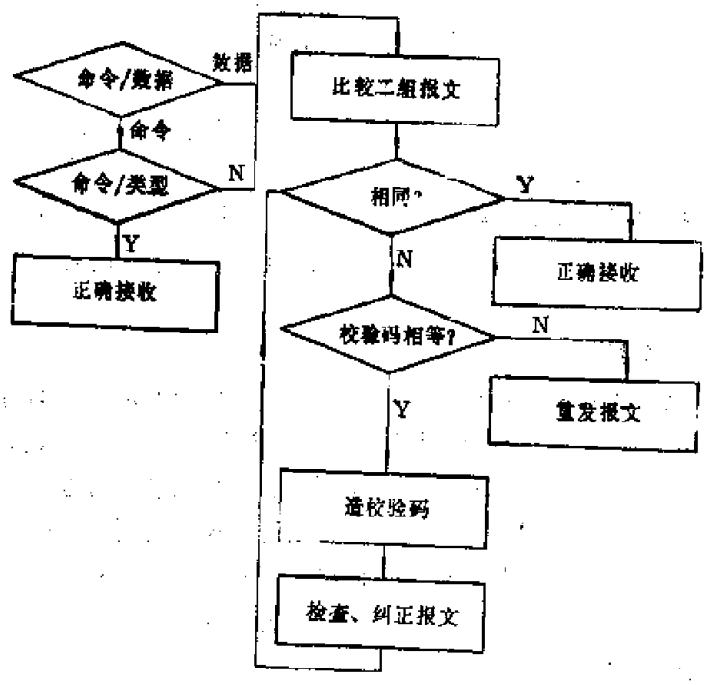


图 3 检查和纠错流程图

上述通信控制规程不仅作为应答式系统的通信规程，同样也可作为自报式系统的通信规

程（通信协议）。差别仅在于：在应答式系统中，由中心站向分站发出请求命令。而在自报式系统中，由分站自动地向中心站提出发信请求。

四、利用异步串行接口实现计算机间的通信

在“实时系统”中可借助计算机的异步串行通信接口来实现各站计算机间的字符传输。我们可以利用计算机系统提供的SIO命令及某些高级语言中的通信语句编制相应的程序来控制通信的速率，字符长，停止位长，错误校验方式以及发送和接收字符串。

1.利用SIO命令编程

一般有两种编程方式可用于异步串行通信，它们是查询方式和中断方式。

（1）查询方式 此方式不断从SIO接口读取控制状态寄存器内容，检查发送寄存器空否，如空闲，则将发送字符送入SIO接口的发送寄存器，从而实现发送一字符。在接收一字符时，同样从SIO接口读取状态寄存器内容，检查在接收寄存器中有否字符，如果有，则读出以实现接收一字符。

该方式特点如下：

1）方法简单，易于实现；

2）在传输字符过程中，CPU常处于等待字符状态，浪费了CPU时间，降低了系统工作效率；

3）传输字符程序与字符处理程序只能串行进行；

4）可用于编制分站和中心站的发信程序，适于定长单一报文格式的应答系统，但不适于编制自报式系统或多种格式应答系统中中心站的通信软件。

（2）中断方式 该方式的工作流程详见图4，它有以下特点：

1）用户可将字符传输功能块编制在通信中断处理程序内，从而使字符处理程序与字符传输程序并行；

2）字符传输程序仅在通信中断出现后才占用CPU，从而提高了CPU时间的利用率；

3）利用此方式编程，用户可实现自报式系统及应答式系统的通信软件，特别是中心站的通信软件。

2.利用高级语言编程

目前，微机系统一般都配有通信功能的高级语言，用户可用它们编写与其它计算机通信的软件。如在IBM5550计算机系统中，BASIC语言●提供了用于通信的语句和函数(表2)。

用户利用OUT语句及INP(N)函数可直接对通信接口的各寄存器（包括调制解调器状态寄存器和控制寄存器）进行控制，读取和写入。利用上述语句用户能借助于建立通信文件或设陷俘获通信事件方式来实现通信软件。下面给出二种方式的工作流程。

（1）建立通信文件方式 用该方式实现发信的步骤如下：

1）开设通信缓冲区；

2）用OPEN “COM…语句打开通信文件，设置字符长，停止位，校验方式，传输速

●IBM多功能微机5550BASIC语言操作指南，International Business Machines Corporation，1984年10月。

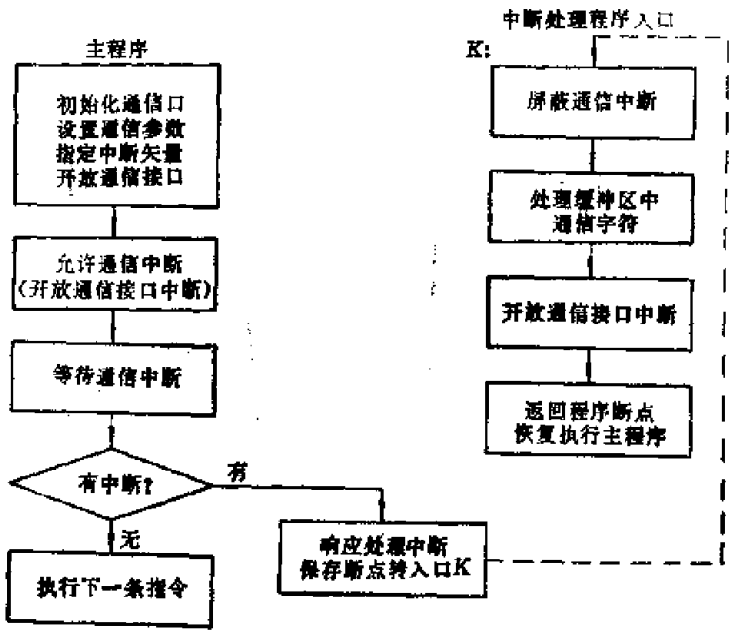


图 4 中断方式通信程序工作流程

表 2 IBM5550 BASIC语言通信语句及函数表

一般通信语句		设陷俘获通信语句	函 数
OPEN"COM.N...	CLOSE#N	ON COM(N) GOSUB行号	LOC(f)
WRITE#N	INPUT#N	COM(N)·ON	EOF(f)
PRINT#N	LINE INPUT#N	COM(N) OFF	LOF(f)
GET#N	OUT	COM(N) STOP	INP(N)
PUT#N			INPUT $

率，传输记录长，并置控制信号RTS，CTS，DSR；

3）用PRINT#/WRITE#等语句向SIO口写入输出数据；

4）用CLOSE等语句关闭通信文件，结束通信接口的输入/出。

显而易见，用该方式只能实现字符串的传输与处理串行进行的通信软件，因而适于中心站和分站的发信程序，而不适用于自报式系统中心站的接收通信软件。

（2）设陷俘获通信事件方式 IBM5550 BASIC语言提供了一套设陷俘获通信事件的语句（表2）。图5给出了通信接口状态及俘获状态的变化。

图6为用设陷俘获通信事件方式实现传输和处理字符的BASIC程序执行流程图。由此流程可见，该方式可实现字符的传输和处理并行进行。因此该方式可用于实现自报式及多报文格式应答系统中心站的通信接收软件。

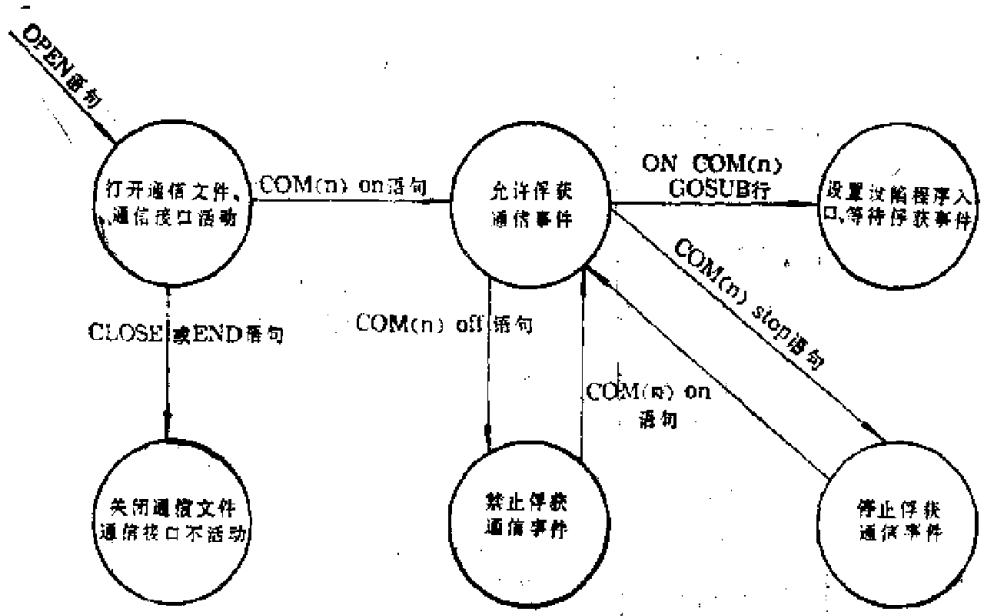


图 5 通信接口状态及俘获状态变化图

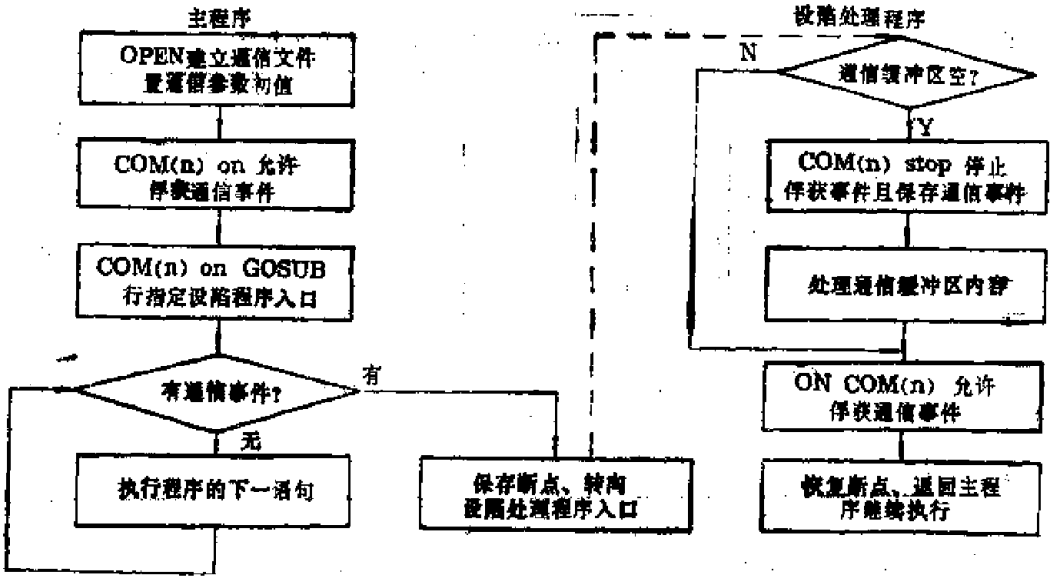


图 6 设陷俘获方式的通信程序流程

参 考 文 献

[1] 潘启敬等，计算机网络，中国铁道出版社，1984。

[2] Larry E.Jordan Bruce Churchill., Communications and Networking for the IBM PC,Robert J.Brady Company,1983.

[3] David Kruglinski,Guide to IBM PC Communications,Osborne/McGraw Hill,1984.

水文及水资源遥感地面基础试验*

陈丙咸** 潘之棣

前 言

在近代水文及水资源试验研究中，一些先进的国家已逐步利用了遥感这一新的技术，特别是近十几年发展起来的航天遥感技术，对流域特征、地面覆盖、土地利用、河道状况、洪涝灾害和地表水资源等项目的研究具有独特之处，受到水文及水资源工作者的重视。

水文及水资源是研究自然界各种水体运行、变化和分布规律的科学。这些水体的变化与特征又都与其周围自然环境息息相关。随着研究的深入，常规水文测站的定点观测，有时很难满足水文动态规律研究，尤其在我国西南、西北地区，测站稀少和短缺水文资料的广大地区，应用遥感技术能够大范围地和实时地取得下垫面各种地理信息，为综合研究水体变化规律提供了新的技术手段。

遥感是从一个新的高度，用近代光学物理及电子技术以不同的光谱波段来观测和研究地表特征。一幅地球资源卫星影像可以覆盖一两个较大的流域，这就为研究水文及水资源区划、流域全貌的水文现象提供了条件。随着今后地球资源卫星的增多及我国建立的地面接收站投入运行，能更迅速获得研究地区的资料，应用卫星的实时传送，能及时掌握水文情势的变化，是防洪、抗涝和干旱实时预报的有力工具。

用地球资源卫星影像来研究地表水体，通常都需要事先选择一块试验小区，并详细获得小区完整地面信息，作为与卫星影像的对比分析，校核遥感的实际准确度，从而推广和应用到其他被研究地区，这种试验被称为遥感地面基础试验[1]。

遥感是通过对目标的电磁磁射的研究而感知的，因此就需要对地面的自然环境和人工环境进行调查，对属于不同条件下的目标电磁波进行测量和分析，从而把遥感资料和实际应用所需的参数联系起来。只有积累了大量地面资料，对遥感的对比分析，才能得到正确的定量结论，在卫星影像的自动识别、分类和判读工作中，将会因为有了地面实测数据而更加准确[2]。此外基础资料也是研制和使用水文、水资源计算模型的关键，它可为模型的公式化，校准和检验模型的精度服务。

一、早期的地面基础试验

遥感技术的地面基础试验，最早是由美国宇航局建立的，分布在美国国内和美国周围有289个试验区，它们都属于美国宇航局约翰逊空间中心(NASA/Johnson Space Center)

* 本文于1981年10月完成，1986年4月改写，先后参加这一试验工作的还有南京大学的陈钦荪、严蔚云、华瑞林、黄豪、吕明强、马仲圣、谢孝荣、汪慧慧、刘风华，南京水文研究所的顾慰祖、王国兴、陈鸣等同志。

** 南京大学地理系。

的地球资源航空计划（Earth Resources Aircraft Program）的一部分，其中绝大部分的试区都进行过航空测量，对少数几个有代表性的基本或综合试验区曾作过多次飞行，进行了广泛的地面研究[1]。

在遥感技术发展的初期，为了证实某些研究项目的结果，通常需要对被研究区域有一套完整的地面信息，以校核遥感实际能达到的准确度，从而才有可能将这一技术应用到其他的被研究地区，这是遥感工作首先要进行的一项基本资料收集。其他诸如影响环境因素参量的测定、大气影响、下垫面状况、传感器、最佳光谱波段等都是地面基础试验的组成部分。

在证实遥感数据判读结果的现场核查方法中，很多学者使用“事后证实”（Post Facto Form）的地面研究[1]，这当然是最普通的形式，它可以大大节约地面研究费用。但是决不能忽视遥感飞行前的地面数据的预先收集。如果合理地预先使用地面信息，可以更好地设计传感器及确定数据获得的特定条件，从而大大增加了遥感飞行成功的可能性和判读结果的精度。

早年进行地面基础试验，分为基本试验区和综合（Extended）试验区。

1.基本试验区

这种试验区一般都是小块地区，通常不大于25km²。具有代表性的是美国宇航局和美国地质调查局（USGS）在加利福尼亚州，巴斯托（Barstow）以东64km的皮斯迦(Pisgah)试验区。在该区曾进行过各种类型遥感器对下垫面地物的广泛研究，如电磁辐射对树木、岩石、土壤类型、水体等特定的物理属性研究；各地物间相互作用关系；对人工地物，也可以是单一地物，或任何形式组合的地物，在视场范围内对反射率或温度发射率不同变化的研究；对该地区及地面上空100m到1000m不同高度垂直变化的研究；以及温度、含水量、土壤颗粒大小等参数和特性资料收集。此外全区在1966年由怀斯（Wise）进行了十分详细的地质填图、熔岩分布和地貌调查等工作。在试区上空还进行了大量的航空飞行测量，有红外扫描、辐射和光谱、机载侧视雷达和雷达散射等，在飞行同时详细地进行了地面测量，并获得大量黑白和彩色像片作为研究的基本资料。目前在参考资料中被介绍和推荐的50多个基本试验区中，象皮斯迦这样经过详细地面研究的还有21个试区，它们分属于水文、地理、森林、海洋、地质和农业等学科。属于水文学方面的就有华盛顿州的卡什卡德（Cascade）区，加利福尼亚的索尔顿（Salton）区，路易斯安那州的密西西比区等。

2.综合试验区

为了描述某一区域中不同类型的地物，需要在比基本试验区推荐的面积大许多的试区中进行，一般认为15000～50000km²是必要的，这样一种综合试验区应该包括一个或几个基本试区。要求对整个综合试验区都作深入细致的研究是不切实际的。但对分区或分区的一部分，也应象基本试区那样细致的研究，因为综合试区的遥感数据判读，仍然要依靠小区资料的外延，它只不过是包含多种或几个学科和地貌不同的类型。落矶山环境试验区（Rocky Mountains Environmental Test Site）就是一个典型的综合试验区，它位于科罗拉多州中西部，约60000km²，其中又分三个较小的试区，它们是博纳扎（Bonanza），科连多（Corridon）和圣胡安（San Juan）。在上述这些试区内，曾研究了山脉高度对气团运动的影响；分出了九个生理气候学单元；研究了全区降雨变化；绘制雨量分布图；根据地形对植被的影响定出了植物带；提出了地质特征光谱图；根据土壤发育和类型绘制分区图；并提

出了洪涝和枯水流量图等地面研究报告，成为美国地球资源卫星发射前综合地面研究的典型试区。

二、遥感地面基础试验内容

遥感研究的地面基础试验内容，大体可以归纳为以下四类。

1.基本资料观测

基本资料观测包括研究地区的地形图、地貌图，比例尺一般视地区的大小而定，100km²以下的地区可以选用万分之一。此外还有日射定量测量，如太阳直射辐照度、太阳漫射辐照度和半球辐照度等。根据地理出版物查出地平经度和高度，日出和日没时间等。云量测量也是十分重要的，它直接关系到遥感飞行所需的晴空天气。地表温度、地表下温度及物体的辐射温度的测量，现时国产观测仪器都已达到一定的精度。小气候的观测，气象站的常规项目已经足够，只是其中的气温，相对湿度和风更显得重要些。

2.地质研究

地质研究包括试验区的地表岩性和地质构造。各类地表物体的热扩散率、光谱发射率和反射率的测定，反射率的测定可以是色片比较，也可以是在可见光范围内利用分光光度计或是滤色片光度计等。红外辐射温度、表面粗糙率也都是极为重要的项目。

3.农业和林业的研究

在农业和林业地区，主要考虑的是植被、土壤和土地利用等方面，空间飞行的遥感传感器很少能直接确定这些物体，因为不同的作物在一年中的变化太大，植冠反射或发射能量也随之不同，这就要求对地面作详尽的“作物历书”，并在不同的季节、作物的不同生长期作反射率的测量。土壤研究包括土壤分类属性及分布图、土壤颗粒大小、土壤含水量等，作物的其他测量有植物子叶含水量，植物水分张力和生物量等。

4.大气的研究

在飞行器与地面之间，遥感传感器总是受到大气的影响和限制，大气能有选择地散射、吸收、再辐射和折射通过它的电磁波。这种大气的作用随时间、空间和采用的光谱波段而变，因而遥感技术都要涉及到大气清晰度和大气效应问题。在可见光波段内，主要测量项目是太阳总辐射、大气透过率和大气光程辐射度。在热红外和微波段，大气对遥感的影响是由水汽、二氧化碳和臭氧的分子吸收和分子散射所构成。

综上所述，地面基础试验的项目繁多，对特定的地区和不同的研究课题，应着重选择重点项目的观测和调查。

三、滁州遥感地面基础调查

南京水文研究所从建立时起，就注意到国内外水文实验研究的经验，着手建立一个多目标的水文实验基地即滁州实验基地。这一基地是基于水文所提出的实验流域系统概念，包括若干野外和人工的流域，现时有几项研究计划正在进行，水文遥感研究的地面基础试验即为其中的一个组成部分。

该基地位于南京西北约60km，即东经118°12′，北纬32°17′，流域面积82km²。所以选定这一位置，是由于它在长江中下游和淮南丘陵地区，有较大的代表性。

作为水文及水资源研究的遥感地面基础站，除了进行各单项遥感试验外，还需对整个流域进行诸如地形、地貌、水系、植被、土壤和土地利用等状况的调查，并建立一套基本图件。1979年南京水文研究所与南京大学地理系遥感组共同就这一流域的上述项目进行了系统的调查。1980～1981年间又经航片转绘核查（1979年11月航测，比例尺为1/1.4万），这些图件不仅是基础站的基础资料，也是今后进行航空遥感飞行和卫星影像判读的地面依据。

1.地质

本区为一完整的构造盆地，周围的低山是由震旦系、寒武系和奥陶系的石灰岩组成，丘陵地带主要为侏罗系的安山岩组成，仅在盆地中部有小面积的白垩系红砂岩出露。在河谷及阶地为第四纪上更新统的冲积、残积物。河漫滩为全新的细粉砂及亚粘土等冲积物。

在地质时期内，本区发生过多次构造运动，在燕山运动早期和中期，形成了北东向的向斜构造。

区内大多数断裂构造发生于燕山期，其中以北东向的断层最发育，北北东向的断层仅在西部可见，至于北西向的断层则为横切上述两组断层的晚期构造运动的产物。

此外，本区大规模的岩浆活动发生在晚侏罗世，喷出岩较大面积的出现在黄石坝附近的向斜盆地内。

2.地貌

根据地貌形态，本区可划分为低山、丘陵、阶地和河漫滩四种地貌类型。

低山分布于盆地东西两侧，主要由石灰岩组成。呈北东向延伸的块断山。沟谷和河流多沿构造裂隙发育，谷底可见岩溶裂隙泉出露。这些山体的形成除受流水侵蚀作用外，同时也受一定的溶蚀作用。

丘陵分布于盆地南部，山顶平缓，呈波状起伏，其中侵蚀丘陵在盆地的西南部，多为安山岩及紫红色砂岩组成。侵蚀-溶蚀丘陵在盆地东南部，为石灰岩组成。

在盆地中广泛分布着侵蚀阶地，主要由安山岩构成（少数为红色砂岩）。局部地区阶地面上发育了第四纪上更新统的残积-坡积层。此外，在西南边界的分水岭以南及盆地中央一带还零星分布着黄土堆积阶地。其高程与侵蚀阶地相仿，其组成物质为第四纪上更新统冲积黄土。上述阶地，受后期流水切割，广泛发育了规模不等的坳谷。

沿清流河东源、南源和西源普遍发育了河漫滩，高程一般为40～60m，主要由全新统的砂砾层和亚粘土组成。

3.水系及水体

清流河在试验站流域内有三条主要干支流，即东源、中源、西源。东源与中源在胡庄会合，以溢流坝为控制断面。西源在溢流坝以下200m处直接汇入清流河，为大型量水槽所控制，三条支流汇入后，用大型梯形量水槽控制全流域。其面积为82km²。

清流河为树枝状水系，流域似扇形。按集水面积、来水量大小以中源为干流。

本区内水系特征为流域周长45.6km，干流长度12.2km，一级支流总长度为37.16km，二级支流有20条，其总长度为19.8km，三级支流4条，总长度1km，流域形状系数1.42，网河密度为0.86。

清流河集水区内，大小塘坝星罗棋布，据初步统计有200多个。蓄水量为10000m³以上的塘坝有91个，其深度1～10m不等，其中属小型水库12座，中型水库1座，库容为1000万m³。

4.植被

根据植物群落的外貌和植物群落的种类成分，本区植被可分为针叶林、阔叶林、针阔混交林、竹林、草坡灌丛和经济林六类。

针叶林、火炬松、马尾松林为人工植造的幼林，分布在低山、丘陵的山坡或阶地上，目前林冠郁闭度为0.5左右，林下有白茅、菅草，草层高度70～80cm，层覆盖度80%～90%。松柏林分布在西部谭家洼水库西边山坡上，面积不大，系人工植造的幼林。杉木林、水杉林只有零星分布。

落叶阔叶林自然次生林分布在低山、丘陵的下部或沟谷地带，土壤深厚湿润，经封山育林后植物生长茂盛。目前生长得最好的是次生林，林冠的郁闭度较大，一般在0.8左右，树高7～8m，胸径一般在12cm左右。人工植造的阔叶林均为幼林，这些林地面积呈小块状分布在缓坡地带、土层较厚的山坡和沟谷，以及村庄附近的阶地上。

针阔混交林在低山、丘陵的山坡，有人工植造的马尾松、火炬松和原来次生的黄连木、黄檀、朴树等阔叶林混交生长，组成针阔叶混交林。目前保存较好的林地树高在10～13m，胸径12～20cm，整个林冠的郁闭度约0.8左右。

竹林多分布在坡度较缓、土层深厚的洼地（谷地）或村庄附近阶地上。

草坡灌丛是人类破坏森林后出现的以禾本科白茅、菅草为主的植被类型，多分布在坡度较陡、土层较薄的石灰岩低山丘陵顶部或半山腰上部。根据环境条件的好坏，草层高度从70～80cm到20～30cm，覆盖度从80%～90%到50%～60%。

经济林有茶园和油桐等。

5.土壤

本区的生物气候带为北亚热带含常绿阔叶树种的落叶阔叶林带，地带性土壤为黄棕壤。

此外，本区还有受石灰岩母质影响的岩成土，根据成土过程及耕垦特点，可划分为石灰（岩）土，黄棕壤、水稻土等土壤类型。

石灰（岩）土分布在盆地东西两侧山地，母岩由碳酸盐类岩石组成。由于各岩石组成成分以及受侵蚀作用强度不同，又可分为薄层棕色石灰土和厚层棕色石灰土。前者分布在本区西北侧一带，由于原生植被已遭破坏，土壤侵蚀严重，土层仅10～15cm。土壤结构性差、保水蓄水差的厚层棕色石灰土，分布在盆地东西两侧低山和丘陵地。母质属泥质灰岩，土层较厚可达1m，表层有明显的暗色腐殖质层，土层松软、湿润，整个土体结构发育，透水保水性较强。

黄棕壤分布在低丘和阶地，土壤上植被均属次生林或人工林。根据母质的不同，可以分为粗骨性黄棕壤和残余碳酸盐黄棕壤。粗骨性黄棕壤的母质为侏罗纪安山岩和白垩纪红砂岩，土壤的原生植被也遭破坏和严重的侵蚀，土层瘠薄仅20cm左右，土壤发育程度低，土壤中含有大量砾石，全剖面土壤结构性差。由于土层薄，植被差，保水蓄水性能也差。残余碳酸盐黄棕壤多分布在堆积地，母质为厚层第四纪黄土，土壤土层厚，可达1m以上，除少数次

生灌丛外，多已垦为旱地。土壤质地粘重，粘聚层的出现对保水有利，但也易于造成上层滞水。

水稻土广泛分布于河漫滩和坳谷中，母质以第四纪冲积物为主，也有部分黄土性母质。由于排水条件较好，属潴育性水稻土。在水稻生长后期及收割后一段时期里，由于土壤透水性好，所以为季节性积水，土壤剖面中有锈斑斑纹的潴育现象。

6.土地利用状况

这是根据实地调查和1979年11月拍摄的1/1.4万比例尺航空照片转绘而成的，其中分水田、旱地、荒地、竹林和森林。农田分布在流域中部，清流河干流两侧，在低山、丘陵地区，农田绝大部份是沿着河道两岸分布（见图1～3）。

7.野外地物波谱观测

使用了北京师范大学研制的DW型、长春302型、日本的PM-12A型、美国Exotch-100型四种光谱仪。自1979～1981年间对试验流域内大量地物进行光谱反射率测定，初步了解了各种地物的光谱特性，以及最大遥感信息出现的波段。

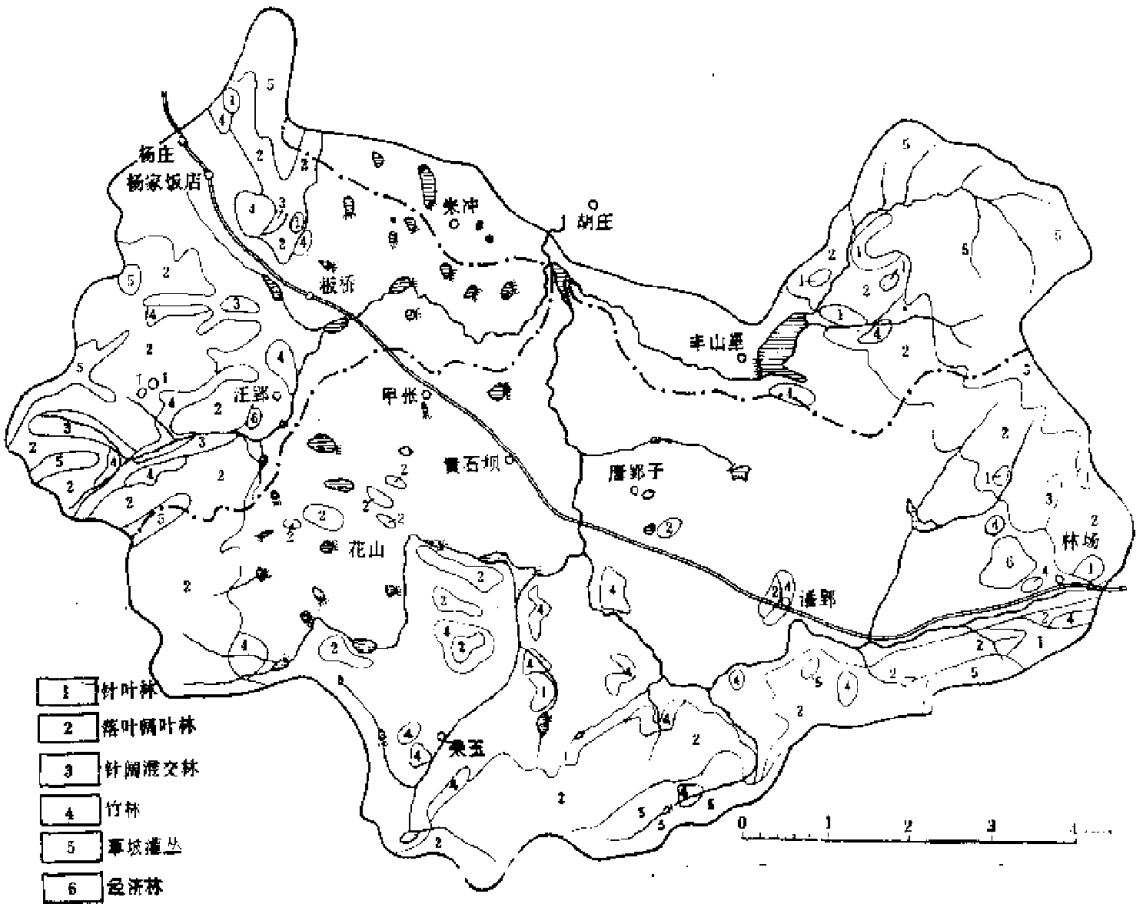


图 1 滁州地面站植被图

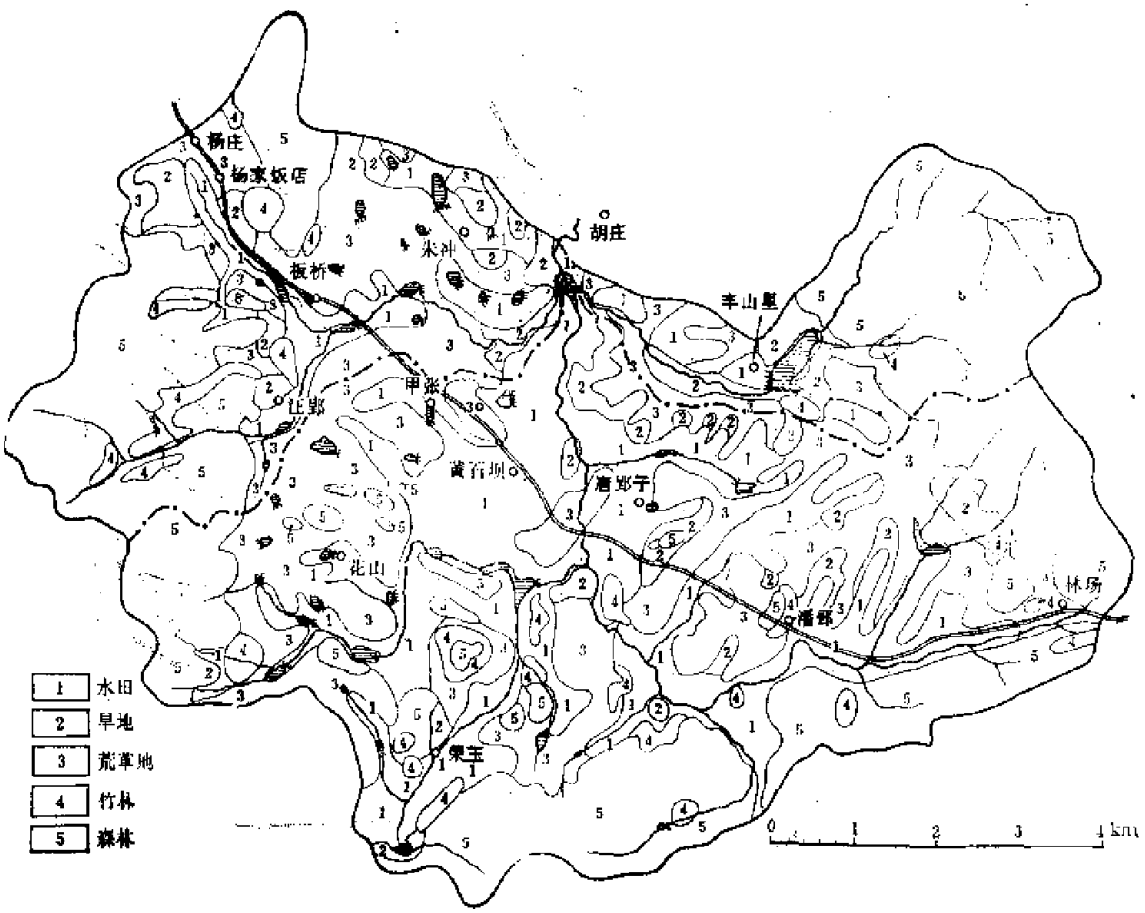


图 2 滁州地面站土地利用图

四、小 结

（1）以流域为单元进行水文水资源遥感地面基础试验，应着重调查和绘制不同下垫面地物类型图，作为遥感飞行前的地面实况分类资料，比例尺应不小于万分之一。黑白航空摄影照片在我国比较普遍，可借以核对地物分类和水系分布，是专业航空遥感飞行前比较准确的资料，由于照片飞行姿态校正比较复杂，在多山地区应用有一定困难。

（2）地物光谱测试，被认为是应用遥感资料之前认识地物特性的重要方法。光谱测试对各种水体和有农业、林业地区来说，工作量很大，一般可先确定影响光谱主要因素及其变化范围。如无污染，水体的主要影响因素是水体悬浮物质，因此必须先掌握清水和极端混浊水体的光谱变化范围，其他情况的数值应居中间，这是简化工作量的可行方法。

（3）滁州遥感地面基础站的基本工作，除少数几个项目（如大气研究）外已大部完成。如果可能，下一步应进行专业的遥感飞行试验，这种飞行试验的传感器，应包括多光谱摄影，彩色红外摄影，热红外成像等多种手段。届时地面也应配合各种专业的同步观测。

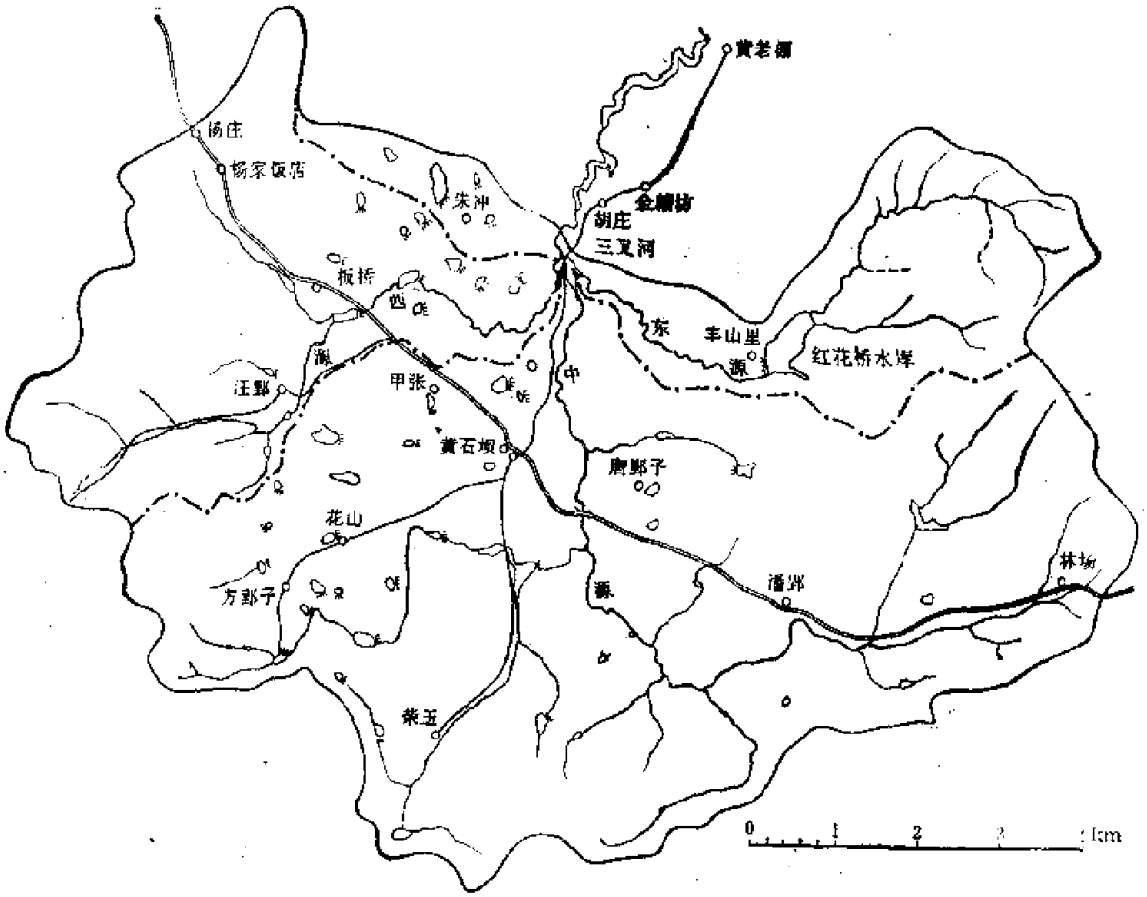


图 3 滁州地面站水系图

参 考 文 献

[1] Atden,P.Colvocoresses, Manual of Remote Sensing, American Society of Photogrammetry, 1975.

[2] Shahrokhi,F., Remote Sensing of Earth Resources, The University of Tennesses Space Institute, 1976.

[3] Philip,N.Slater, Remote Sensing Optics and Optical Systems, Committee on Remote Sensing and Optical Sciences Center, University of Arizona,1980.

应用遥感技术研究上海海滩（南汇至漕泾）淤积及近海悬浮泥沙分布*

潘之棣 陆家驹 李士鸿 陈 鸣 王国兴

一、前 言

近年来，随着空间遥感技术的迅速发展，利用地球资源卫星（陆地卫星）或航空飞行器从空中观察自然界的变化，在各类地学领域中得到了广泛的应用。卫星和航空飞行器是在几百米以至几百公里的高空飞行，不论高山、沙漠、海洋以及人烟稀少地区，都不受地理条件的限制；卫星或航空器视野广阔，能直观地记录下地表各种地物的真实情况；新型的卫星遥感器能够周而复始地对人们感兴趣的地物进行周期的观测，这就从动态的角度为了解地球表面变化规律和情势提供了有价值的资料。

海滩的冲淤变化主要受海水泥沙含量多少、粒径大小、潮汐作用、近海水流运动规律、风，以及海滩的地理位置等多种因素影响，其变化规律极为复杂。多年来，许多学者试图从不同的角度对上述课题进行研究，但因影响因素过多，至今未能从理论上完全加以解决；在勘测设计部门，由于工程的需要，常采用地面调查和实测的办法来求得定量的结果，但需要动用大量人力物力，费用较高。

海滩的冲淤变化与河流、湖泊、沙漠一样，都处在不停的运动之中，并都有其自己的发生、发展过程。例如不同的海滩淤积层，在泥沙颗粒组成、粒径大小、土层含水量、淤积年代、植被生态环境及侵蚀程度方面都存在着差异。本研究区的粉沙淤泥质海滩就有明显的草滩、盐蒿滩、泥滩和粉沙滩等不同的层次[1]。海滩物质组成的差异，对太阳能量的吸收、反射和透射作用也各不相同，特别是其反射的电磁波能量不同，陆地卫星摄取地面信息也不同，这是能区分各类海滩的依据。

处于海陆交接部位的海岸带、海滩，是地表物质能量交换最复杂、地貌动态变化最迅速的地区之一，利用遥感图像，特别是卫星重复记录的信息来分析海滩的冲淤变化及研究海滩地貌特征无疑是有重要的实用价值。

二、试 验 方 法

这次研究的海滩为南汇至漕泾，长约80km，分属在两张卫星照片上，第一幅为上海幅，轨道号127-38，另一幅是杭州幅，轨道号是127-39。

*本文于1985年11月完成。

对卫星影像的解译和判读一般可以分为目视、光学和电子计算机三种方法。由于人眼局限性，目视解译一般作为初判；光学解译也由于分辨率的限制，一般只作为某几种方法的应用；计算机解译是将影像通过摄像输入系统，并使图像数字化或直接使用卫星数字磁带输入计算机，可以保证卫星的地面解象率为57m×79m，影像亮度值为6比特（bit）[7]。当图像进入计算机后即可调用各种软件程序对图像进行纠正、分类、增强等多种分析，最后把结果输出打印成图，或制成各种照片。

这次收集的卫片为1/100万共9幅，卫星磁带2幅。

1.卫片的预处理

（1）卫片的地理纠正　卫星在空中的运行存在俯仰和摇摆动作，因此对地面拍摄照片会发生歪斜，为了作对比分析把卫片统一进行地理纠正。选用1/5万地形图，分别在图像上和地图上均匀选取控制点（约40个），建立多项式方程：

$$\begin{cases} X_c = A_0 + A_1X + A_2Y + A_3X^2 + A_4XY + A_5Y^2 + A_6X^3 + A_7X^2Y + A_8XY^2 + A_9Y^3 \\ Y_c = B_0 + B_1X + B_2Y + B_3X^2 + B_4XY + B_5Y^2 + B_6X^3 + B_7X^2Y + B_8XY^2 + B_9Y^3 \end{cases}$$

式中　X_c、Y_c——UTM公里网或主图像坐标；

X、Y——被校图像的行、列坐标。

从而，确定了地理坐标与图像间的关系。然后，用计算机进行纠正。校正后的新图象即可进行分析。

（2）大气校正　大气干扰对不同波段卫片影像亮度值有不同程度的影响。清除卫片影像亮度值中所含大气主要影响成分——大气程辐射，对于提高分析精度是有益的。在深水区，由于水体的吸收作用，$MSS-7$波段图像上的辐射能量基本为零。在卫片中找到这样的区域，作四个波段影像的直方图。

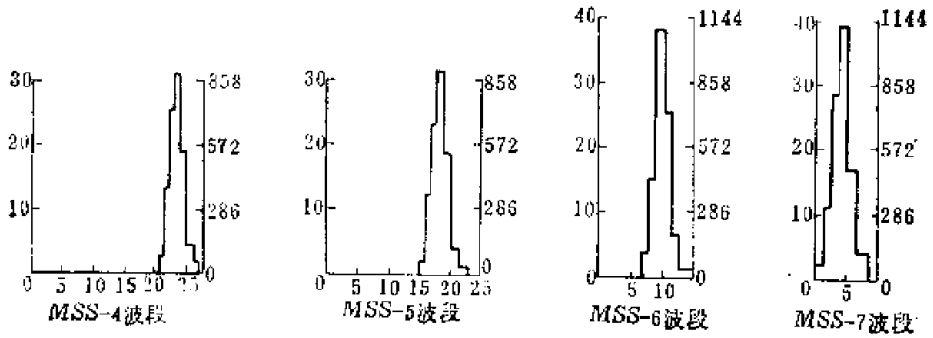


图 1　影像直方图

纵轴：左边为像元数，右边为像元累积数；横轴：为像元灰度值

由图1可见，$MSS-4$，$MSS-5$，$MSS-6$波段的影像，由于不同程度的大气效应迭加所致不含零值，向亮度值增大的侧偏移。因此，在各波段中将原有亮度值减去相应的偏移值，得到校正后的图像。

（3）云的消除　卫星运行时常会遇到有云天气，照片上将会留下云和阴影，覆盖地面信息，分析之前须将其消除。

卫片上接收的地面信息可用下式表示：

$$R_r=DR_rF_\theta T_\alpha+H \qquad (1)$$

式中 R_r——接收到的能量，W；

D——被遥感的面积，m^2；

R_r——被遥感的照度，W/m^2；

F_θ——被遥感的反射率；

T_α——大气透过率；

H——大气层辐射，W。

式中反射率F_θ是遥感依据，它是反映地面要素的信息源，R_r、T_α、H都是随机的。在理想的条件下R_r、T_α、H各处都是相同的，如果有云及其阴影就会影响这三项，这是一种干扰，采用波段之间的比值方法给予消除[4]。

用$R_{ri}=DR_{ri}F_{\theta i}T_{\alpha i}$和$R_{rj}=DR_{rj}F_{\theta j}T_{\alpha j}$分别表示不同波段的传感器接收的能量，并相比两式，$H$项忽略不计，得到

$$\frac{R_{ri}}{R_{rj}}=\frac{F_{\theta i}}{F_{\theta j}}=R_r(i/j) \qquad (2)$$

$R_r(i/j)$即是同一像元点两个波段的比值新图像。上海幅和杭州幅卫片比较各个波段比值图像对云消除的效果，$MSS4/7$最好。

2.滩地分类处理

海陆交接处的海岸地带，是地形地貌变化较为复杂的一个地区，由于卫星照片对不同的地物具有四个波段的数值，因此可应用多维信息的处理方法来对海岸地带进行分析。在多波段卫星影像上，陆上和水下地形地貌的色调有着明显的差异。因为陆地对可见光和近红外波段除有吸收和表面反射外，其光波透射极微，海水对光波则有吸收、反射作用，还有一定的透射能力。该透射光遇到水中的微粒或浅海海底时，会发生散射或水底反射，共同组成水中出射光。所以，海水的反射不仅是海面的反射，还反映了一定程度水的深度[3]。这在$MSS-4$图像上尤为明显。沿岸海水的衰减系数在波长为0.53μm段处最小，即0.53μm的光波波段为沿岸海水的“海水窗口”。

南汇至漕泾段的海岸地带，实际上可以芦潮港为界而分为二段。芦潮港以北属平原海岸，其岸线平直，陆上和水下地形平缓，在粉沙淤泥质的海岸带上，潮间带滩地宽广，主要为裸露的粉沙泥滩和湿地，在卫星照片上，为深灰色和黑色色调，并沿水边线展布。芦潮港以西属钱塘江入海口的北岸，由于受钱塘江江水和潮水的往复运动影响，地形复杂，砂质滩地成为宽度不一的一条窄带。

为使分类结果统一，先以1981年7月15日的卫星磁带为基础，结合其它时相的卫片，根据泥沙粒径的不同、形成时间的先后、滩地植物的多少等因素而在海滩滩地上形成的不同层次，选出不同高度的典型小区作为监督分类的“训练区”，经纯化后对全区进行试分类。由于卫片影像的多波段功能，出露水面的滩地效果十分明显，再用实测资料校核。未出露水面的水下地段，以$MSS-4$影像为主，综合多次卫片资料，从中提取不同水下高程典型地区的亮度值作为第二次分类的“训练区”，然后全区分类，再与实测水下地形图校核。

打印出的分类结果见图6。

分类定出大于2m、0～2m、－1～0m、小于－1m等各高程的淤积面积。

3.悬浮泥沙分析

卫片记录的影像，反映了地面物体反射和辐射电磁波能量，也反映了海水和不同泥沙含量海水的信息。其中MSS-5、6波段对水体中悬浮泥沙最为敏感，能反映海水表面以下至少1m的悬浮泥沙含量的变化。如将卫片的数据有效地结合已知控制点的海水泥沙含量的实测资料，就可从中统计出两者间的关系。但这种关系的建立，还必须消除许多其他因素才能应用于不同时期的卫片，以达到定量推求悬浮泥沙的含量。卫片影像除水体反射能量外尚有太阳高度角、方位角、水面粗糙度及天空散射效应等多种影响[6]。

这次使用了简化的校正方法，以卫片MSS-7波段受大气影响比其他波段为小，在深海无悬浮泥沙的清澈地区（海水含沙量为零），选出该地区像元亮度值，令其为零，以此对其他三个波段进行改正。

为建立实测海水含沙量与卫片对应点的关系曲线，采用MSS-5与MSS-4的比值作为变量，由于比值图可以免去因太阳高度角、传感器扫描角等影响，其方程式如下：

$$\log S=a+b(L_5/L_4)$$

式中 S——实测海水泥沙含量，kg/m³；

a、b——常数；

L_5、L_4——分别为卫片MSS-4、5波段对应像元亮度值。

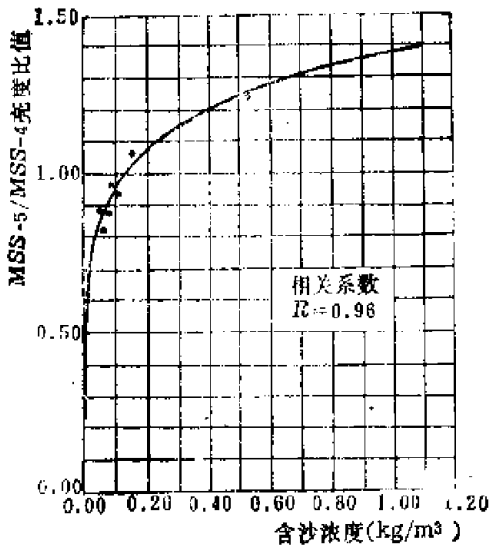


图2 1981年7月15日长江口幅陆地卫星（CCT）MSS-5/MSS-4与实测含沙浓度相关曲线

长江泄入海洋的泥沙颗粒组成大体相同，因此本次研究借用了在吕泗地区的七次实测资料与1981年7月15日卫片比值图像建立了相关曲线，相关系数$R=0.96$（图2）。

以求得相关曲线，分别用计算机报告MSS-5/MSS-4比值亮度，在曲线上查找不同的含沙量，用计算机进行等密度分割，得到卫片的含沙量分布图。图3为1981年7月15日的泥沙含量分布图。

4.滩地芦苇、秧草分类

滩地的芦苇和秧草是表征滩地的成淤年代、高程、水分含量和滩地组成物质的重要条件，有效地和准确地求出芦苇和秧草在滩地所处的位置和面积是研究海滩冲淤变化的有力证据[6]。

芦苇反射光谱曲线在可见光区0.4～0.7μm范围，反射甚弱，一般小于10%；在近红外区0.7～0.8μm，反射从15%左右急增到45%；在0.8～1.1μm范围，也就是MSS-7波段上，反射率大体稳定在40%以上（图4）。

这次使用了MSS-7、6、5、4四个波段的“监督分类”计算机分出本区有芦苇和秧草的滩地1017公顷。

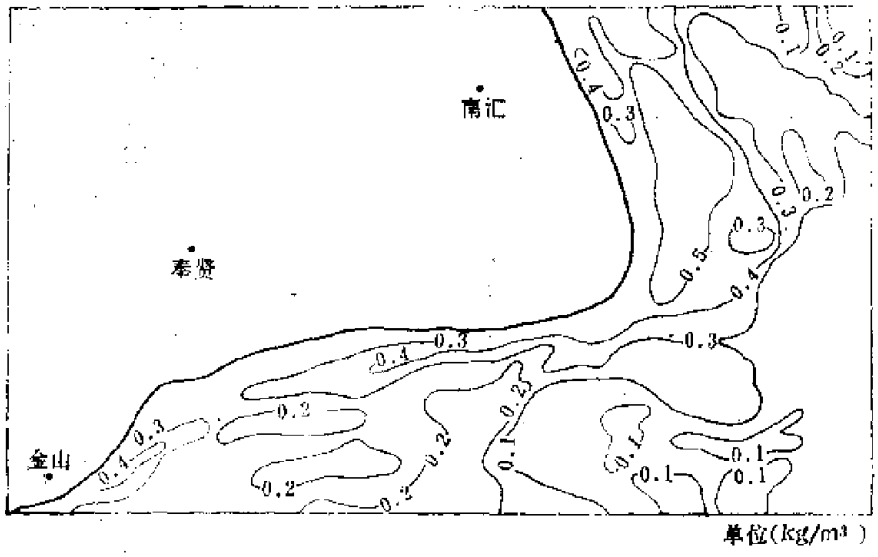


图 3　上海地区悬浮泥沙浓度（kg/m³）分布图　（1981年7月15日9时40分）

三、讨　　论

（1）卫星影像为动态研究海岸变迁及海滩分类提供了极有利的条件。

通过卫星影像分析可以看出，在淤积海岸，由陆向海，常可看到如图5的地貌剖面。高潮位以上的盐蒿地是随着海水退出，由潮间泥滩演变而成。地面多成盐渍化的干粘地面，在$MSS-5$波段上亮度值较大。再向陆地是被陆地水分淡化了的芦苇或耕地，在$MSS-4$、5和6、7波段上有明显的界线。潮间带是湿润的泥滩，在光谱短的部分亮度中等，在较长波段亮度值低，泥滩与盐蒿地在$MSS-4$、7间能明显地区分。低潮位以下的沿岸水体通常比较浑浊，但$MSS-5$波段能反映中等亮度，$MSS-7$则亮度较低，因此泥滩与水面线的区分也是

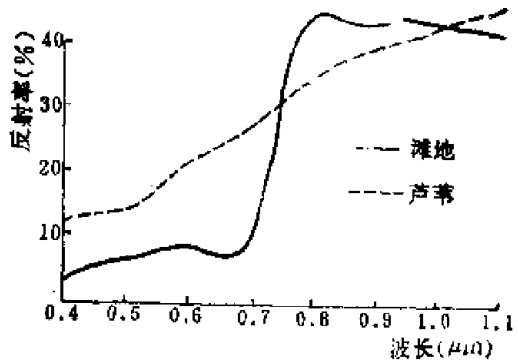


图 4　芦苇、滩地光谱反射率曲线

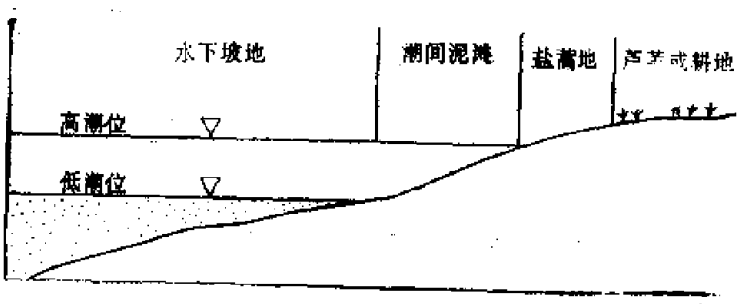


图 5　典型的粉沙淤泥质地貌带

十分清楚的。

（2）近海悬浮泥沙是研究海岸冲淤的重要依据。由于悬浮泥沙的粒径和含量多少直接影响海水散射光的强弱，卫星影像含沙量在$MSS-5$波段上有明显的反映，且含沙量与亮度值呈负相关。通过实测海水含沙量资料与卫星资料的分析，可以看出，采用比值图像的变换手法可以提高这种相关性，如图2所示的纵坐标采用$MSS-5/MSS-4$的比值。这是由于$MSS-4$波段接收的较短的波长在含沙量少的海域，对海水有较大的透射率，而泥沙固体物质所形成海水后向散射，其波长约在0.6～0.7μm，比值图像提高了单一波长对含沙量的相关关系，这一事实也为国内外资料所证实[1,8]●。此外以波长较长，受大气影响较小的$MSS-7$波段，选用在深海无泥沙地区的亮度值对全部MSS影像亮度进行修正，可以消除同一幅卫片上因受天空散射、水面糙度等多种因素的影响。经过这一修正后建立的悬浮泥沙的比值亮度与实测含沙量的相关曲线，可作为本地区悬浮泥沙定量解译的工具。

（3）潮间泥滩的解译和分类是研究岸滩变迁的主要部分。但由于潮汐和风浪作用泥滩常处在高潮位下成为水下部分，通过对实测资料的分析，0.5～0.6μm的入射光在海水中消散系数最小。随着海水浑浊度的增加，消散系数增大很快[2]，也就是入射光透射能力急剧下降。因此卫片对水下地形的解译往往不是海底反射光的直接影响，而是浑浊泥沙在海水中产生的后向散射作用，这就造成水下地形解译的困难。但是海水浑浊度与水深之间也存在着一定的关系，通常在浅滩地区，波浪和潮流对海底泥沙扰动强烈，海水浑浊，而水深增大时相对清澈些，因此卫片上常出现明显的水下地形。从1981年7月15日及1984年3月23日上海幅卫片来看，在岸边的潮间带地区，有浑浊泥沙的情况下，尚能分辨出2～3 m的水下浅滩，崇明岛以东的四个3～4 m水下浅滩清晰可辨，并能勾划出海底地形。

（4）海岸带及海滩演变的研究，对土地资源开发利用及海岸工程设施有重要意义。目

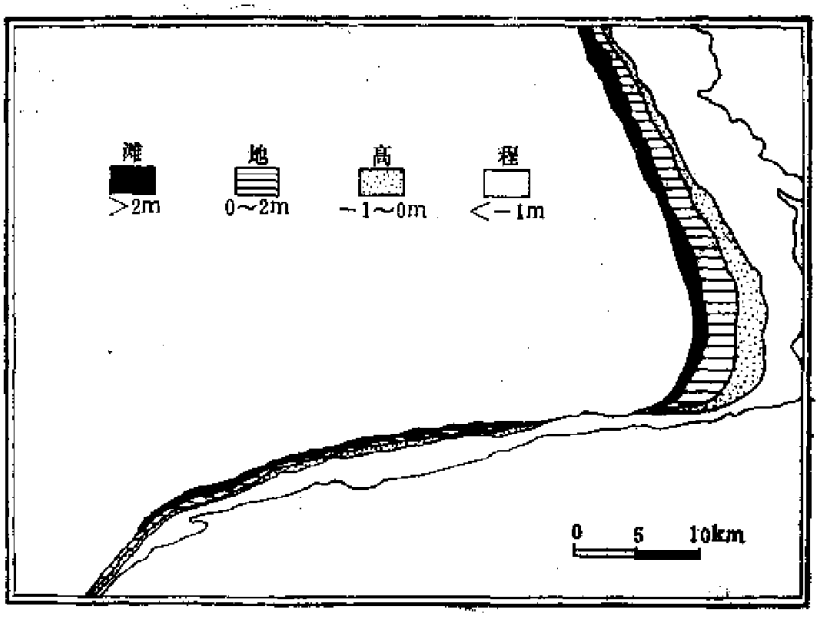


图 6 卫星解译上海滩地图（卫片时间1981.7.15）

●尤玉明，海河口口外海滨表层水体悬浮泥沙的光谱特性初步试验，1981。

前使用卫星资料，还存在着卫星轨道过高，分辨率低，光谱波段尚窄及周期太长的主要缺点。随着陆地卫星TM资料的增多和应用，波段和分辨率将得到提高。本次研究最后使用了1984年3月23日TM资料作补充解译取得了良好的效果。

参 考 文 献

[1] 恽才兴等，利用卫星像片分析长江入海悬浮泥沙扩散问题，海洋与湖沼，1981，Vol.12，No.5。

[2] 任明达，琼州海峡卫片的多光谱解译，海洋与湖沼，1981，Vol.12，No.3。

[3] 任明达，陆地卫星像片的海岸带解译，海洋学报，2(4)：56～70。

[4] 潘德炉，在海洋和海岸带遥感图像中干扰信息的除去方法，海洋与湖沼，1984，Vol.3，No.4。

[5] 刘侠等，陆地卫星图像在洞庭湖芦苇资源调查中的应用，遥感文选，科学出版社，1981。

[6] 恽才兴等，应用卫星像片分析计算长江入海水体表层悬浮泥沙的扩散，遥感文选，科学出版社，1981。

[7] Lilles, Kietar, Romet Sensing and Image Interpretation, 1979.

建所以来在国内外正式出版物上刊登过的文章目录

1979-1986

目

建所以来在国内外正式出版物上刊登过的文章目录

(1979-1986)

1979年

[1] 谭维炎，国外电子计算机在水文中的应用，水利水电技术（水文副刊），1979.1。
[2] 谭维炎，美国自动化水文预报系统，水利水电技术（水文副刊），1979.3。
[3] 顾慰祖、吕明强，中子散射理论在测定土壤水分中的应用，水利水电技术(水文副刊)，1979.3。
[4] 谭维炎、徐贯午，应用动态规划法绘制水库发电调度图，水利水电技术，1979.8。

1980年

[1] 骆承政，调查洪水洪峰流量估算的一些经验，水利水电技术，1980.1。
[2] 谭维炎，国外自动化水文资料系统，水利水电技术（水文副刊），1980.1～2。

1981年

[1] 谭维炎，水文应用软件与专用程序设计语言，水利水电技术（水文副刊），1981.2。
[2] 华士乾、文康、李蝶娟、金管生、阎贵生、李琪，降雨径流数学模型，密西西比州立大学国际降雨径流学术讨论会论文集，1981年4月。
[3] 张恭肃、庾维德等，小流域单位线的非线性分析，水利学报，1981.3。
[4] 王家祁，国内外雨量站网布设和实验研究工作简介，水文，1981.5。

1982年

[1] 张世法、蒋杏春，对淮河流域平原地区总水资源分析估算的一些设想，水文，1982.2。
[2] 张佑民，淮河流域及山东沿海诸河年降水量系列代表性的初步分析，水文，1982（增刊）。
[3] 刘国纬，地形对降水的影响及其估算，水文，1982.2。
[4] 华士乾，水文科学中定量计算的发展与问题，中国水利，1982.6。
[5] 谭维炎、张维然等，水文统计常用图表，水利出版社，1982.12。
[6] 谭维炎、刘健民、黄守信、方淑秀，应用随机动态规划进行水电站水库最优调度（英文），1982年在英国召开的IAUS第一届科学大会上宣读。

[7] 文康、顾文燕、李琪，干旱地区——陕北岔巴沟产流模型的研究，水文，1982.4。

1983年

[1] 顾慰祖，水文学基础，水利电力出版社，1983.3。
[2] 顾慰祖，实验流域非饱和带土壤水分的中子散射法研究，南京大学学报（地理学），1983。

1984年

[1] 华士乾，水文计算的现状与展望，人民黄河，1984.3。
[2] 杨继孚、任光照、黄永基、曹型荣，工业用水重复利用率的合理性评价及其确定，水利水电技术，1984.1。
[3] 崔玉琴、许书平，一九八一年九月黄河上游特大洪水的水汽问题，水文，1984.4。
[4] 王家祁、胡明思，中国短历时暴雨统计参数等值线图的编制，水文，1984.5。
[6] 任光照、黄永基、杨继孚、曹型荣，供水工程与节水措施初步经济分析与实例，水利水电技术，1984.5。
[6] 黄守信，刘健民，制定考虑保证率约束的水库优化调度及其运行特性计算，水力发电，1984.5。
[7] 谭维炎，水文统计中的几个问题，水利电力部水利水电科学院《科学研究论文集》第14期，水利出版社，1984.5。
[8] 刘国纬、周仪，中国大陆上空的水汽输送（英文），中国西德双边海岸工程和水文科学学术讨论会论文集，1984.8。
[9] 吴正平，迎接水文科研事业的新发展，水文，1984.9。
[10] 崔玉琴，农业水文气象，《农业水文学》，农业出版社，1984。
[11] 顾慰祖，农业水文实验，《农业水文学》，农业出版社，1984。
[12] 宋德敦、汪蕾萍，平原地区地下径流计算方法的探讨，《平原地区水资源研究》，学林出版社，1984。
[13] 张海岑，平原地区总产水量估算方法的探讨，《平原地区水资源研究》，学林出版社，1984。
[14] 杨裕英，平原地区地下水开采条件下的河川径流量及总水资源的估算，《平原地区水资源研究》，学林出版社，1984。
[15] 张世法、戴星，对水位变幅带岩土给水度的研讨，《平原地区水资源研究》，学林出版社，1984。

1985年

[1] 王家祁，我国暴雨的最大时面深纪录的介绍，水文，1985.1。
[2] 温灼如，国外实用都市水文模型的概况，水文，1985.2。
[3] 谭维炎、刘健民、黄守信，四川水电站群水库优化调度图及其计算，《优化理论在水库调度中的应用》，湖南科学技术出版社，1985。

[4] 文康、李蝶娟、金管生、李琪，流域产流计算数学模型，水文预报论文选集（一九八一年全国水文预报学术讨论会），水利电力出版社，1985.2。

[5] 文康、冯焱，近年来我国汇流计算进展述评，水文预报论文选集（一九八一年全国水文预报学术讨论会），水利电力出版社，1985.2。

[6] 戴树声、李瀛川，南水北调江苏现状工程灌溉经济效益分析，华东水利学院学报，1985.3。

[7] 崔玉琴，我国西北干旱地区地表水资源初步研究，《干旱区自然资源开发和利用国际学术讨论会》（论文摘要），中国乌鲁木齐，1985.8。

[8] 谭维炎、赵棣华，二维非恒定明流的三种算法，水利学报，1985.9。

[9] 胡四一，美国HEC工程水文设计系统简介，水利水电技术，1985.11。

1986年

[1] 文康、胡明思，全国暴雨径流查算图表（产汇流部分）的编制，水文，1986.1。

[2] 关兆涌、冯智文，利用水分平衡指标检验农业干旱的研究，干旱地区农业研究，1986.1。

[3] 顾慰祖、周钟瑜，灌区流量和水量测验的量水方法，灌溉排水，1986.5。

[4] 文康、梁庚辰，总径流线性响应模型与线性扰动模型，水利学报，1986.6。

[5] 吕明强、顾慰祖，用中子探测器进行土壤水分的研究，《中国地理学会论文集》，科学出版社，1986。

[6] 许自达，对水电站（群）优化调度的几个问题的探讨，水力发电，1986.9。

[7] 戴树声、徐咏久，城镇供水工程经济效益计算方法的探讨，水利学报，1986.7。

[8] 谭维炎，赵棣华，利用一种特殊的线性同伦网格对浅水方程组数值求解（英文），1986年7月在布达佩斯召开的IAHR国际学术讨论会上发表。

[9] 赵棣华、谭维炎，二维开敞式浅水非恒定明流的微型机程序包（英文），1986年7月在布达佩斯召开的IAHR国际学术讨论会上发表。

[10] 李蝶娟、金管生、周冰清、崔信民，一般性产流模型的应用，海河水利，1986。

[11] 文康、李琪、陆卫鲜，马斯京贡模型连续演算积分解及其应用，海河水利，1986。

[12] 阚贵生，农业干旱分析与计算的若干方法，地理科学，Vol.6 No.4 Nov.，1986。